पहले संस्करण की भूमिका

इस ग्रन्थ की रचना इस विचार से की गई है कि भारतवर्षीय स्कूल और कॉलेजों की कक्षाओं में प्रयोग करने के लिए इस विषय की उत्तम पुस्तक हो और साथ-ही-साथ पुस्तक ऐसी हो, जोकि प्रारम्भिक कक्षाओं के विद्यार्थियों के लिए यथायोग्य होते हुए, उच्चश्रेणी के विद्यार्थियों की आवश्यकताओं को भी पूर्ति कर सके।

जहाँ तक भी सम्भव हुआ है, पुस्तक के आवश्यकीय विस्तार के अन्तर्गत मैंने स्वच्छंद नियमों का त्यागन किया है, और अङ्कगणितीय विज्ञान के आवश्यकीय तथा प्रधान नियमों को साधारण युक्तियों द्वारा स्थापित करने का प्रयत्न किया है; क्योंकि मेरा पूर्ण विश्वास है कि यद्यपि प्रतिदिन के साधारण हिसाबों के लिए अङ्कों की मशीनों के सदृश प्रयोग करने की योग्यता प्राप्त हो सकती है, परन्तु यह तर्कशक्ति के नीरोग संचालन के लिए लाभदायक नहीं है। अतः मैंने उदाहरणों को पूर्णरूप से हल करके अङ्कगणित के नियमों को समझाया है, और प्रत्येक भाग को साधारण नियमों से आरम्भ कर शनैः-शनैः कठिन और गहन विषयों का वर्णन किया है।

जिस स्थान पर साधारणतया इस विषय के अन्य ग्रन्थों में मिश्रित राशि का वर्णन किया जाता है, उससे कुछ पहले ही मैंने इस विषय को लिया है, इसके अतिरिक्त अन्य भागों के क्रम में कोई विशेष परिवर्त्तन नहीं किया गया। दशमलव की व्याख्या, दशमलव का साधारण संख्याओं से प्राकृतिक सम्बन्ध दरशाते हुए की गई है, परन्तु जहाँ-तहाँ साधारण भिन्न का प्रयोग समझाने के हेतु कर दिया है। आवर्त्त दशमलव के योग और अन्तर के लिए उन नियमों का प्रयोग किया गया है, जिनसे इनको साधारण भिन्न में परिवर्त्तन करने की कोई आवश्यकता नहीं रहती।

प्रश्नों (Problems) के लिए अधिक स्थान दिया गया है, और मुझे विश्वास है कि मैंने इस विषय के ठीक-ठीक विभाग और उनको शृङ्खलाबद्ध कर बहुत सुगम और सुन्दर कर दिया है। यद्यपि मैंने ऐकिक नियम (जोकि प्रयोग में बहुत ही सरल और बालक-विद्यार्थियों के लिये बहुत अनुकूल हैं) का प्रयोग प्रश्न-विभाग में किया है, तथापि मैंने कुछ अन्य लेखकों के समान त्रैराशिक नियम का त्यागन नहीं किया है, क्योंकि मैं इस नियम को, यदि उसका ठीक-ठीक ज्ञान हो जाय, तो भ्रम उत्पादक नहीं समझता। स्टॉक तथा अन्य व्यापार सम्बन्धी भागों को मैंने लगभग पूरा-पूरा स्थान दिया है। यद्यपि इस पुस्तक में कोई ऐसी बात नहीं दी गई है, जिसको कि हम पूर्णरूप से नवीन कह सकें, परन्तु इस विषय पर जितनी भी पुस्तकें मिलती हैं, उन सबसे इसमें कुछ-न-कुछ भिन्नता अवश्य होगी।

पुस्तक में अभ्यास के हेतु बहुत-सी प्रश्नमालाएँ हैं, इनको कई-कई बार निकाला गया है; परन्तु फिर भी यह कहना कि इनमें कोई त्रुटि नहीं है विडम्बना होगी। मैं उन अध्यापक तथा विद्यार्थियों का अत्यन्त आभारी हूँगा, जो मुझको त्रुटि की सूचना देंगे।

मैं अपने कई मित्रों का, जिन्होंने अपनी सम्मति, तर्क-विवेचन तथा प्रूफ़ों को ठीक कर मेरी सहायता की है, अत्यन्त कृतज्ञ हूँ। मैं एम० ए० ओ० कॉलिज, अलीगढ़ के उन विद्यार्थियों का भी अत्यन्त कृतज्ञ हूँ; जिन्होंने बहुत-से प्रश्नों के उत्तर जाँचने में मेरा हाथ बँटाया है।

अलीगढ़, उत्तर प्रदेश,
जनवरी, सन् [illegible] ई० } जे० सी० सी०

दूसरे संस्करण की भूमिका

इस संस्करण में अति ध्यानपूर्वक संशोधन किया गया है और जो कुछ थोड़ी-सी त्रुटियाँ पहले संस्करण में रह गयी थीं; वे ठीक कर दी गयी हैं। मैंने कुछ उदाहरण तथा व्याख्या जहाँ-तहाँ बढ़ा दी हैं। पुस्तक पंजाब और इलाहाबाद की ऐण्ट्रेन्स परीक्षा के प्रश्न-पत्रों के समावेश कर देने से और भी बढ़ गई है। कुछ उदाहरणों में थोड़ा-सा हेर-फेर साधारण उत्तर लाने के लिए कर दिया गया है। इन परिवर्त्तनों तथा सम्वर्द्धनों से दोनों संस्करणों को साथ-साथ प्रयोग करने में कोई कठिनाई प्रतीत न होगी।

अलीगढ़,
दिसम्बर, सन् १८९० ई० } जे० सी० सी०

नवीन संस्करण की भूमिका

इस नवीन संस्करण में भारत सरकार के सन् १९०६ के मुद्रा-प्रणाली की धारा १४ (२) में संशोधन करके दाशमिक नये सिक्के १ अप्रैल सन् १९५७ से भारत में जारी किये गये हैं। स्वतन्त्रता पाने के बाद हमारा देश पंचवर्षीय योजनाओं के द्वारा बड़े वेग से आर्थिक प्रगति के मार्ग पर बढ़ रहा है परन्तु भारत के भिन्न-भिन्न भागों में भिन्न-भिन्न परिमाण के भार प्रचलित हैं अतएव इस अव्यवस्था को दूर करके एक रूपता लाना केन्द्रीय सरकार ने परम आवश्यक समझा है। इसी उद्देश्य को ध्यान में रखते हुए इस पुस्तक में मेट्रिक प्रणाली को अपनाया है। आशा है विद्यार्थी-गण इससे लाभ उठावेंगे।

लेखक

सूचीपत्र

विषय	पृष्ठ

विषय	पृष्ठ

विविध प्रकार के मापों की सूची

(और अधिक ज्ञान के लिए सांकेतिक पृष्ठों को देखो)

भारतीय मुद्रा माप (पृष्ठ ६३)

१०० पै० = १ रु०

भारतीय तोल की माप (पृष्ठ ८६)

इकाई १ ग्राम

१ डेका ग्राम = १० ग्राम	१ डेसी ग्राम = $\frac{१}{१०}$ ग्राम
१ हेक्टो ग्राम = १०० ग्राम	१ सेंटी ग्राम = $\frac{१}{१००}$ ग्राम
१ किलो ग्राम = १००० ग्राम	१ मिली ग्राम = $\frac{१}{१०००}$ ग्राम
१ मिरिया ग्राम = १०,००० ग्राम	
१ मिटरी टन = १००० किलो ग्राम	

भारतीय लम्बाई की माप (पृष्ठ ८८)

१ डेका मीटर = १० मीटर	१ डेसी मीटर = $\frac{१}{१०}$ मीटर
१ हेक्टो मीटर = १०० मीटर	१ सेंटी मीटर = $\frac{१}{१००}$ मीटर
१ किलो मीटर = १००० मीटर	१ मिली मीटर = $\frac{१}{१०००}$ मीटर
१ मिरिया मीटर = १०,००० मीटर	

भारतीय भूमि नापने की माप (पृष्ठ ९१)

१ एअर = १०० वर्ग मीटर	१ डेसी एअर = $\frac{१}{१०}$ एअर
१ डेका एअर = १० एअर	१ सेंटी एअर = $\frac{१}{१००}$ एअर
१ हेक्टो एअर = १०० एअर	= १ वर्ग मीटर

पिण्डों और रसों की माप (पृष्ठ ९३)

इकाई = १ लिटर	१ डेसी लिटर = १/१० लिटर
१ डेका लिटर = १० लिटर	१ सेंटी लिटर = १/१०० लिटर
१ हेक्टो लिटर = १०० लिटर	१ मिली लिटर = १/१००० लिटर

अँगरेज़ी मुद्रा

४ फ़ार्दिङ्ग (फ़ा०) = १ पेनी ।

१२ पेंस (पें०) = १ शिलिङ्ग (शि०) ।

२० शिलिङ्ग (शि०) = १ पौंड (पौं०) अथवा सावरेन ।

२ शिलिङ्ग = १ फ़्लोरिन । ५ शिलिङ्ग = १ क्रॉउन ।

२१ शिलिङ्ग = १ गिनी । २७ शिलिङ्ग = १ भाइडोर ।

जौहरियों की अँगरेज़ी या ट्राय तोल (पृष्ठ १००)

(विशेषकर सोना, चाँदी और मणियों की तोल में ।)

२४ ग्रेन (ग्रे०) = १ पेनीवेट ।

२० पेनीवेट = १ औंस ।

१२ औंस = १ पौंड ।

१ ट्राय पौंड = ५७६० ग्रेन ।

अँगरेज़ी चालू अथवा एवर्डोपाइज़ तोल (पृष्ठ १०१)

१६ ड्राम = १ औंस ।

१६ औंस = १ पौंड ।

२८ पौंड = १ क्वार्टर ।

४ क्वार्टर = १ हण्ड्रेडवेट (हण्डर)।
२० हण्ड्रेडवेट = १ टन।
१ स्टोन = १४ पौण्ड।
१ पौंड एवर्डोपाइज़ =७००० ग्रेन ट्राय।

लम्बाई की अँगरेज़ी माप (पृष्ठ ६४)

१२ इञ्च (इं०)=१ फ़ुट (फ़ु०)।
१ फ़ीट=१ गज़ (ग०)।
५½ गज़=१ पोल, रोड या पर्च।
४० पोल या २२० गज़=१ फ़र्लाङ्ग।
८ फ़र्लाङ्ग या १७६० गज़=१ मील।
३ मील=१ लीग।
१ पोल=५ गज़ १ फ़ुट ६ इञ्च।

२ बालिश्त या ८१ इञ्च=१ हाथ।
२ हाथ=१ गज़।
६ फ़ीट=१ फ़ैदम।
९ इञ्च=१ बालिश्त।

४ पोल या २२ गज़=१ जरीब (चेन)
१०० कड़ी (लिङ्क)=१ जरीब (चेन) } भूमि की नाप में काम आते हैं।

निम्नलिखित को दर्ज़ी काम में लाते हैं :—

२¼ इञ्च=१ खुण्टी (गिरह)।
४ खुण्टी (गिरह)=१ क्वार्टर (बालिश्त)।

४ क्वार्टर (बालिश्त)=१ गज़।

५ क्वार्टर=१ एल।

भूमि की अँगरेज़ी माप (पृष्ठ ६७)

१४४ वर्ग इञ्च=१ वर्ग फ़ुट।

९ वर्ग फ़ीट=१ वर्ग गज़।

३०¼ वर्ग गज़=१ वर्ग पोल, रोड या पर्च।

४० वर्ग पोल=१ रूड।

४ रूड या ८४० वर्ग गज़=१ एकड़।

१६० एकड़=१ वर्ग मील।

वर्ग जरीव (चेन)=२२×२२ वर्ग गज़ या ४८४ वर्ग गज़।

∴ १० वर्ग जरीब=१ एकड़।

१ वर्ग पोल =३० वर्ग गज़ २ वर्ग फ़ीट ३६ वर्ग इञ्च।

नोट—भारतीय भूमि की माप के लिए पृष्ठ ९२ देखो।

पिंड की अँगरेज़ी माप

१७२८ घन इञ्च=१ घन फ़ुट।

२७ घन फ़ीट=१ घन गज़।

रसों की अँगरेज़ी माप (पृष्ठ १०३)

४ जिल	=	१ पॉइण्ट ।	
२ पॉइण्ट	=	१ क्वार्ट ।	
४ क्वार्ट	=	१ गैलन ।	
२ गैलन	=	१ पैक ।	केवल शुष्क वस्तुओं के लिए
४ पैक	=	१ बुशल ।	केवल शुष्क वस्तुओं के लिए
८ बुशल	=	१ क्वार्टर ।	केवल शुष्क वस्तुओं के लिए
५ क्वार्टर	=	१ लोड ।	केवल शुष्क वस्तुओं के लिए
२ लोड	=	१ लास्ट ।	केवल शुष्क वस्तुओं के लिए
तथा			
२ क्वार्टर	=	१ पाटल ।	केवल शुष्क वस्तुओं के लिए
२ बुशल	=	१ स्ट्राइक ।	केवल शुष्क वस्तुओं के लिए
४ बुशल	=	१ कुम्बा ।	

एक बेरल में ३६ गैलन होते हैं ।

नोट—१ गैलन भाप से बना हुआ पानी तोल में १० पौंड (एवर्डोपाइज़) के बराबर होता है । १ पॉइण्ट पानी १$\frac{1}{4}$ पौंड के बराबर होता है (एक गैलन में २७७·२६४ घन इञ्च होते हैं) । एक घनफ़ुट पानी तोल में लगभग १००० औंस (एवर्डोपाइज़) होता है ।

समय के अँगरेज़ी विभाग (पृष्ठ १०८)

६० सेकण्ड = १ मिनट ।

६० मिनट = १ घण्टा ।

२४ घण्टा = १ दिन ।

७ दिन = १ सप्ताह ।

३६५ दिन = १ वर्ष ।

३६६ दिन = १ लौंद वर्ष (लीप ईयर) (अधिक दिन वर्ष) ।

१०० वर्ष = १ सदी या शताब्दी ।

कोण-विभाग (पृष्ठ १११)

६० सेकन्ड (६०") = १ मिनट (१") ।

६० मिनट (६०') = १ अंश (डिग्री) ।

९० डिग्री (९०°) = १ समकोण ।

संख्याओं के गिनने के परिमाण (पृष्ठ ११२)

१२ इकाई = १ दर्जन ।

१२ दर्जन = १ ग्रॉस (गुर्स) ।

१२ ग्रॉस = १ बड़ा ग्रॉस (गुर्स बड़ा) ।

२० इकाई = १ कोड़ी ।

२४ तख्ते = १ दिस्ता ।

२० दिस्ता = १ रिम ।

१० रिम = १ गट्ठा ।

डाक्टरी नाप-तोल

अङ्गरेजी औषधि बेचनेवाले थोड़ी औषधि के लिए ग्रेन काम में लाते हैं, पौंड, औंस (एवर्डोपाइज) बहुत के लिए ।

कोई-कोई डाक्टर नीचे लिखी रीति के अनुसार दवा की तोल करते हैं--

(१) तोल

२० ग्रेन = १ स्क्रूपल ।

३ स्क्रूपल = १ ड्राम ।

८ ड्राम = १ औंस (ट्राय) ।

(२) माप

६० मिनिम (बूंद) = १ ड्राम ।

८ ड्राम = १ औंस ।

२० औंस = १ पॉइण्ट ।

८ पॉइण्ट = १ गैलन ।

नोट---क्योंकि एक पॉइण्ट तोल में १$\frac{1}{4}$ पौंड होता है, अतः एक औंस भाप के पानी का वज़न एक औंस एवर्डोपाइज़ होता है ।

अङ्कगणित

पहला अध्याय

परिभाषा

१। 'राशि' कोई वह वस्तु है, जो कुल के सदृश भागों से बनी हुई समझी जा सके।

जैसे, रुपयों का एक समुदाय, एक छड़ी की लम्बाई, चावलों की एक बोरी की तौल, मनुष्यों की एक संख्या, राशि है।

२। किसी राशि को 'इकाई की राशि' अथवा केवल 'इकाई' तब कहते हैं जब उसका प्रयोग इस कारण किया जाता है कि उसके परिमाण का उसी भाँति की अन्य राशियों के परिमाण के साथ मिलान किया जाय।

जैसे, जब हम किसी धनांश को 'तीन रुपये' कहते हैं, तो इसमें 'एक रुपये' का प्रयोग रुपयों की इकाई के समान होता है।

जब हम पाठशाला की एक श्रेणी के लिए कहें कि उसमें १५ लड़के हैं, तो एक लड़का इकाई होता है।

३। 'संख्या' वह है जिससे किसी राशि का परिमाण उसकी इकाई की अपेक्षा प्रकट होता है।

जसे, संख्या 'तीन' से तीन रुपये की राशि का परिमाण अपनी इकाई 'एक रुपये' की अपेक्षा प्रकट होता है।

सूचना—राशि शब्द का भी।प्रयोग, संख्या शब्द के समानार्थ में होता है।

४। किसी राशि को 'माप' वा 'सांख्यमान' वह संख्या होती है जो यह प्रकट करती है कि उस राशि में इकाई कितनी बार सम्मिलित है।

जैसे, यदि हम एक मीटर की लम्बाई को इकाई मानें और किसी लम्बाई को ५ मीटर कहें, तो संख्या पाँच उस लम्बाई की माप वा सांख्यमान है।

सूचना—किसी राशि के सांख्यमान से उसका 'सापेक्ष परिमाण' प्रकट होता है। किसी राशि का 'निरपेक्ष परिमाण' उसके सांख्यमान और इकाई से मिलकर ज्ञात होता है।

५। किसी संख्या को 'अनवच्छिन्न' संख्या तब कहते हैं, जब उसका सम्बन्ध किसी विशेष इकाई के साथ न हो।

जैसे, चार, पाँच, सात।

६। किसी संख्या को 'अनवच्छिन्न' संख्या तब कहते हैं, जब उसका सम्बन्ध किसी विशेष इकाई के साथ हो।

जैसे, चार घोड़े, पाँच मनुष्य, सात मीटर।

७। 'अङ्कगणित' उस विद्या का एक भाग है, जो संख्याओं का प्रयोग सिखलाती है।

दूसरा अध्याय

संख्याओं को अङ्कों द्वारा प्रकट करने की रीति

८। अङ्कगणित में सब संख्याएँ दस चिह्न १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, ० द्वारा प्रकाशित की जाती हैं जो 'अङ्क' कहलाते हैं।

इन चिह्नों में से प्रथम के नौ चिह्नों को संख्या-ज्ञापक अङ्क' और अन्त के चिह्न को 'शून्य' कहते हैं।

९। एक से लेकर नौ तक की संख्या क्रम से नौ अङ्कों द्वारा इस प्रकार प्रकाशित की जाती है—

एक	दो	तीन	चार	पाँच	छः	सात	आठ	नौ
१	२	३	४	५	६	७	८	९

१०। इनसे आगे की सम्पूर्ण संख्याएँ दो वा दो से अधिक अङ्कों द्वारा प्रकट की जाती हैं, और इसके लिए निम्नलिखित कल्पित रीति ग्रहण की गई है—

यह मान लिया है कि अङ्कों की पंक्ति में दाहिनी ओर के प्रथम स्थान का अङ्क अपना शुद्धमान*रखेगा और उतनी ही इकाइयों को प्रकट करेगा। दाहिनी ओर के द्वितीय स्थान के अङ्क का मान अपने शुद्धमान से दस गुना होगा और उतनी ही इकाइयों से दसगुना वा दहाई प्रकट करेगा; तीसरे स्थान के अङ्क का मान अपने उस मान से जो उसके द्वितीय स्थान में होने से होगा दसगुना अथवा अपने शुद्धमान से सौगुना होगा, और उतनी ही दहाइयों का दसगुना अथवा इकाइयों का सौगुना वा सैकड़े प्रकट करेगा; जैसे, ४३५ से चार इकाइयों का सौगुना और तीन इकाइयों का दसगुना और पाँच इकाई प्रकट होती हैं अथवा चार सैकड़े, तीन दहाई और पाँच इकाई प्रकट होती हैं। इसी प्रकार हर एक अङ्क का मान प्रत्येक स्थान पर जैसे-जैसे उसका स्थान बाईं ओर को हटता जाता है, दसगुना होता जाता है।

११। निम्नलिखित पाटी में जो संख्या 'पढ़ने की पाटी' कहलती है, अङ्कों के पृथक्-पृथक् स्थानों के नाम दिये जाते हैं :—

१	९	८	७	६	५	४	३	२	१	९	८	७	६	५	४	३	२	१
दस शङ्ख	शङ्ख	दस पद्म	पद्म	दस नील	नील	दस खरब	खरब	दस अरब	अरब (अर्बुद)	दस करोड़	करोड़ (कोटि)	दस लाख	लाख (लक्ष)	दस हज़ार	हज़ार (सहस्र)	सैकड़ा (शत)	दहाई	इकाई

---

*किसी अङ्क का वह मान जो उसके अकेले आने की अवस्था में होता है, उसका 'शुद्ध' वा 'निरपेक्ष मान' कहा जाता है और किसी अङ्क का वह मान, जो उसके अङ्कों की पंक्ति में स्थान रखने के कारण होता है, उसका 'स्थानीय' वा 'आकस्मिक मान' कहलाता है।

१२। इस चिह्न ० का स्वयं कुछ मान नहीं होता, न इससे कोई संख्या प्रकट होती है। अङ्कों की पंक्ति में ० दाहिनी ओर के प्रथम स्थान में इकाइयों का अभाव प्रकट करता है, दूसरे स्थान में दहाई का अभाव, तीसरे स्थान में सैकड़े का अभाव और इसी प्रकार और स्थानों में; जैसे—

३० से तीन दहाई प्रकट होती हैं और इकाई कोई नहीं;

४०० से चार सैकड़े प्रकट होते हैं, दहाई वा इकाई कोई नहीं;

३०९ से तीन सैकड़े, दहाई कोई नहीं, और नौ इकाई प्रकट होती हैं।

१३। इससे विदित है कि एक से लेकर नौ तक की संख्या एक अङ्क द्वारा लिखी जाती हैं और दस से निन्यानवे तक की संख्या दो अङ्कों द्वारा लिखी जाती हैं, सौ से लेकर नौ सौ निन्यानवे तक की संख्या तीन अङ्कों द्वारा, हज़ार से लेकर नौ हज़ार नौ सौ निन्यानवे तक की संख्या चार अङ्कों द्वारा, इत्यादि।

१४। संख्याओं को दस अङ्क और उनके द्वारा प्रकाशित करने की पूर्वलिखित रीति सबसे प्रथम हिन्दुओं ने निकाली थी, परन्तु यूरोप-निवासी उसको अरबवालों की संख्या लिखने की रीति बोलते हैं, कारण यह है कि यूरोप में उसका प्रचार अरबवालों ने किया, जिन्होंने उसको हिन्दुओं से सीखा था।

संख्या-पठन

१५। अङ्कों द्वारा प्रकट की हुई संख्याओं के पढ़ने की विधि को 'संख्या-पठन' कहते हैं।

अनुच्छेद ९ से विद्यार्थी को एक अङ्क द्वारा प्रकट की हुई संख्याओं के

पढ़ने का बोध हो गया है; निम्नलिखित पाटी से दो अङ्कों द्वारा प्रकट की हुई संख्याओं के पढ़ने का बोध होगा :—

१० दस	३३ तेतीस	५६ छप्पन	७९ उनासी
११ ग्यारह	३४ चौंतीस	५७ सत्तावन	८० अस्सी
१२ बारह	३५ पैंतीस	५८ अट्ठावन	८१ इक्यासी
१३ तेरह	३६ छत्तीस	५९ उनसठ	८२ बयासी
१४ चौदह	३७ सतीस	६० साठ	८३ तिरासी
१५ पन्द्रह	३८ अड़तीस	६१ इकसठ	८४ चौरासी
१६ सोलह	३९ उन्तालीस	६२ बासठ	८५ पचासी
१७ सत्रह	४० चालीस	६३ तिरेसठ	८६ छियासी
१८ अठारह	४१ इकतालीस	६४ चौंसठ	८७ सत्तासी
१९ उन्नीस	४२ बयालीस	६५ पैंसठ	८८ अठासी
२० बीस	४३ तेतालीस	६६ छियासठ	८९ नवासी
२१ इक्कीस	४४ चवालीस	६७ सड़सठ	९० नब्बे
२२ बाईस	४५ पैंतालीस	६८ अड़सठ	९१ इक्यानवे
२३ तेईस	४६ छियालीस	६९ उनहत्तर	९२ बानवे
२४ चौबीस	४७ सैंतालीस	७० सत्तर	९३ तिरानवे
२५ पच्चीस	४८ अड़तालीस	७१ इकहत्तर	९४ चौरानवे
२६ छब्बीस	४९ उनचास	७२ बहत्तर	९५ पंचानवे
२७ सत्ताईस	५० पचास	७३ तिहत्तर	९६ छियानबे
२८ अट्ठाईस	५१ इक्यावन	७४ चौहत्तर	९७ सत्तानवे
२९ उन्तीस	५२ बावन	७५ पचहत्तर	९८ अट्ठानवे
३० तीस	५३ तिरेपन	७६ छिहत्तर	९९ निन्यानवे
३१ इकतीस	५४ चौवन	७७ सतहत्तर	❀ ❀
३२ बत्तीस	५५ पचपन	७८ अठहत्तर	❀ ❀

१६। जब कोई संख्या तीन अङ्कों द्वारा प्रकट की जाती है, तो दाहिनी ओर से तृतीय अङ्क को उतने ही सौ पढ़ते हैं शेष दो अङ्क मिलाकर पूर्व-लिखित पाटी के अनुसार पढ़े जायँगे; जैसे—

१०० द्वारा प्रकट की हुई संख्या 'एक सौ' पढ़ी जाती है;

३४० द्वारा प्रकट की हुई संख्या 'तीन सौ चालीस' पढ़ी जाती है;

४५२ द्वारा प्रकट की हुई संख्या 'चार सौ बावन' पढ़ी जाती है;

६०७ द्वारा प्रकट की हुई संख्या 'छः सौ सात' पढ़ी जाती है।

१७। यदि कोई संख्या तीन से अधिक अङ्कों द्वारा लिखी जाय, तो अङ्कों की पंक्ति को इस प्रकार के अंशों में विभाग करो कि दाहिनी ओर से प्रथम के तीन अङ्क के पश्चात् (,) यह चिह्न लगा दो और शेष अङ्कों में इसी प्रकार दो-दो अंङ्कों के अन्त में यह चिह्न लगाओ। अब दाहिनी ओर के प्रथम अंश को अनुच्छेद १६ के अनुसार पढ़ो; दूसरे अंश को पढ़ो कि इतने हज़ार (सहस्र); तीसरे अंश को इतने लाख (लक्ष); चौथे को इतने करोड़ (कोटि); और शेष इसी प्रकार।

ध्यान रहे कि वे अंश बाईं ओर से दाहिनी ओर को क्रम से पढ़े जाते हैं; जैसे,

२,४३५ को 'दो हज़ार चार सौ पतीस' पढ़ते हैं।
२३,२०४ को 'तेईस हज़ार दो सौ चार' पढ़ते हैं।
२,३४,०२१ को 'दो लाख चौंतीस हज़ार इक्कीस पढ़ते हैं।
३२,४१,०३,२०० को 'बत्तीस करोड़ इकतालीस लाख तीन हज़ार दो सौ' पढ़ते हैं।
३,६२,०४,३४,०४,३२,००४ को 'तीन नील बासठ खरब चार अरब चौंतीस करोड़ चार लाख बत्तीस हज़ार चार' पढ़ते हैं।
१,००० को 'एक हज़ार' पढ़ते हैं।
१,००,००० को 'एक लाख; पढ़ते हैं।
१,००,००,००० को 'एक करोड़' पढ़ते हैं।

प्रश्नमाला १

(प्रथम ज़बानी और फिर स्लेट पर लिखकर बताओ।)

निम्नलिखित संख्याओं को शब्दों में लिखो :—

(१) १०; १६; ४८; ९९; ७६; ४३; ५०; ३१; ६२।
(२) १००; १११; ९०२; ६२०; ३००; १०३; २३४; १३०।
(३) ९२१६; ५४०९; ५००४, १०११; १२१०; ९०००; ९९९९।
(४) १२३४५; २०१०३; ४००४०; ५०००१; ९०६००; ८९३४६।
(५) ५०००००; ७०८९००; १०२०३०; ३०९८०९; ३७९५८६।
(६) ७२३४६५१; ७०९०७०९; ९००००००; ७८०००४०; ३५६७८९१।
(७) ३२५६७८९२; ९४०८३०९२, ९०००९०००; ५५५०००५५।
(८) ७८९३४५६२१; ३९००८५०००; २२२००००००।
(९) ७००९०५६७००; ३२५९२८७८९१; ८०७००८८२००।
(१०) ३२५०००६४००१; ३०८५८[illegible]००८२३०; १३५[illegible]

(११) इन संख्याओं में प्रत्येक संख्या ज्ञापक अङ्क का स्थानीय मान बताओ—

७२; ३५६; ४२०३; ७०८०६; १३००४५०७८६ और ३०७६००४०७८०२३।

(१२) इन संख्याओं में शून्य क्या प्रकट करता है—२०१०३; ३०७००५०६० ३००५०८२३०५०६ ?

(१३) पाँच अङ्कों की सबसे छोटी और चार अङ्कों की सबसे बड़ी संख्या शब्दों में लिखो।

संख्या-लेखन

१८। शब्दों में लिखी हुई संख्याओं को अङ्कों द्वारा प्रकट करने की विधि को 'संख्या-लेखन' कहते हैं।

१९। रीति यह है—

बाईं ओर से आरम्भ करो और संख्या प्रकट करने के लिए इष्ट अङ्कों को उन स्थानों में रखो जहाँ संख्या-पठन की पाटी के अनुसार उनकी आवश्यकता हो; अङ्क रहित स्थानों में शून्य रख दो।

जैसे, 'पचास लाख अट्ठाईस हज़ार तीन सौ चार' को अङ्कों में लिखने के लिए ५ को दस लाख के स्थान में अथवा दाहिनी ओर से सातवें स्थान में रखते हैं; २ को दस हज़ार के अथवा पाँचवें स्थान में रखते हैं; ८ को हज़ार के अथवा चौथे स्थान में; ३ को सौ से अथवा तीसरे स्थान में, और ४ को इकाई के अथवा प्रथम स्थान में रखते हैं; और फिर छठे और दूसरे स्थान में शून्य रखते हैं, तब यह ५०२८३०४ अङ्कों में प्रकट की हुई सख्या मिलती है।

RAMAKANT

प्रश्नमाला २

अङ्कों में लिखो—

(१) तेरह; सत्रह; उन्नीस; बारह; ग्यारह।

(२) तेईस; चौंतीस; चालीस; सत्ताईस।

(३) सतहत्तर; नब्बे; चौरासी; तिरेसठ।

(४) तीन सौ बयालीस; चार सौ छियासी; पाँच सौ चार; नौ सौ।

(५) दो सौ तीन; चार सौ तीस; पाँच सौ पचपन; चार सौ।

(६) आठ सौ बानवे; सात सौ चार; छः सौ चालीस; पाँच सौ बारह।

(७) सात हज़ार आठ सौ पैंतीस; नौ हज़ार अट्ठाईस; छः हज़ार नौ; चार हज़ार; छः हज़ार पचासी।

(८) पाँच हज़ार नौ सौ बानवे; आठ हज़ार चौहत्तर; दो हज़ार तीन; चार हज़ार चालीस; तीन हज़ार चार सौ तीन।

(९) बारह सौ; अस्सी हज़ार आठ; अठारह हज़ार चार सौ चौवन; छत्तीस हज़ार बारह; नब्बे हज़ार।

(१०) बीस हज़ार सत्तर; तीस हज़ार आठ; चौवन हज़ार चार सौ; सोलह हज़ार चार।

(११) चार लाख पाँच हज़ार; आठ लाख चालीस; सात लाख दो हज़ार चौहत्तर।

(१२) तीस लाख नौ सौ चार; नब्बे लाख चार सौ; एक करोड़ पचास लाख पचास; दस करोड़ अस्सी लाख तीन हज़ार चार; चालीस लाख पाँच हज़ार।

(१३) पाँच अरब सात लाख अट्ठाईस; तीन खरब पन्द्रह अरब छिहत्तर करोड़ चालीस लाख नौ हज़ार तीन।

(१४) तीस खरब पचास; चालीस नील पचास खरब एक करोड़ बीस हज़ार सात; दस खरब दस लाख एक हज़ार; साठ खरब छः।

(१५) इक्यावन नील बाईस खरब पचपन अरब छिहत्तर करोड़ सत्ताईस लाख तेरह हज़ार चार सौ तिहत्तर।

(१६) एक नील बीस खरब बारह; सत्तर नील सात लाख सात सौ; तीस खरब तीस लाख तीन हज़ार तीन सौ तीन।

(१७) सात पदम तीस नील पचास खरब पचास करोड़ बीस लाख छः हज़ार चौबीस; चार नील सत्तर खरब चार करोड़ सत्तर लाख सैंतालीस हज़ार सैंतालीस।

(१८) सात अङ्कों की सबसे छोटी और पाँच अङ्कों की सबसे बड़ी संख्या अङ्कों में लिखो।

(१९) जबकि दो विद्यार्थियों से 'सात हज़ार सात सौ सात' अङ्कों में लिखने को कहा गया तो एक ने ७०००७००७ लिखा और दूसरे ने ७७७ लिखा; तो उन्होंने क्या भूल की?

प्रश्नमाला ३

निम्नलिखित संख्याओं को शब्दों में लिखो :—

(१) ३४५५४३; ३०२००५०; ७९९०५७०; ७०५०३०४।

(२) [illegible]

(३) २३००७८००१; ७०८०९०४०८०; ३७९४८५७६१२।

(४) ८२७४०५७००९; ३५००००१२३०; ३१०३७०५०४०।

(५) १२३४५६७८९०; ६०००७८९०००; ५०१०७०२००९।

अङ्कों में लिखो—

(६) एक लाख चौदह हज़ार; अठहत्तर लाख; पन्द्रह लाख चार हज़ार तीस; सात लाख सात।

(७) एक करोड़ पाँच सौ; अट्ठाईस करोड़ तीन लाख चार; बीस करोड़; एक करोड़ एक लाख एक हज़ार एक।

(८) तीन अरब पाँच लाख चार हज़ार; एक अरब एक करोड़ एक लाख एक सौ एक।

(९) तीन अरब अट्ठाईस करोड़ सत्रह लाख पैंतालीस हज़ार सात सौ पन्द्रह।

(१०) सात अरब पाँच करोड़ सत्रह लाख चौबीस हज़ार सात सौ अड़तीस।

(११) एक लाख में कितने हज़ार होते हैं और एक करोड़ में कितने लाख होते हैं?

(१२) दस करोड़ तीस लाख अट्ठाईस हज़ार चार सौ एक।

(१३) एक अरब तीन करोड़ सात लाख सात सौ चार।

तीसरा अध्याय

योग (जोड़ वा सङ्कलन)

२०। 'जोड़' वा 'योग' उस अकेली संख्या के जानने की रीति को कहते हैं जो दो वा अधिक दी हुई संख्याओं के समान हो।

जो संख्या जोड़ी जाती है 'योज्य' वा 'संकल्प' कहलाती है और उस संख्या को जो उनके जोड़ने से प्राप्त होती है 'योगफल' वा 'सङ्कलनफल' कहते हैं।

२१। यह चिह्न '+' प्रकट करता है कि दो संख्याएँ जिनके बीच में वह रखा गया है, जोड़ी जायँगी; जैसे, ७+२ प्रकट करता है कि २ को ७ में जोड़ना है।

यह '+' धन का चिह्न कहलाता है और ७+२ को 'सात धन दो' पढ़ते हैं।

यह '=' चिह्न 'समान', वा 'बराबर', इन शब्दों के लिए लिखा जाता है; जैसे, २+३=५ प्रकट करता है कि २ और ३ का योगफल ५ के बराबर है।

यह '=' चिह्न 'बराबर' वा 'समता' का चिह्न कहा जाता है और २+३=५ को इस भाँति 'दो+तीन बराबर पाँच के' वा 'दो योग तीन पाँच के समान हैं' पढ़ते हैं।

२२। यदि एक, दो, तीन, चार, पाँच इत्यादि संख्या क्रम से ली जाय और उनमें से किसी एक में संख्या १ को मिलादें, तो उसके अनन्तर की संख्या प्राप्त होती है; जैसे, १+१=२; २+१=३; ३+१=४; इत्यादि।

५ और ३ का योगफल इस भाँति निकाला जाता है—

५+३=५+२+१
　　=५+१+१+१
　　=६+१+१
　　=७+१
　　=८।

व फल जो इस विधि से प्राप्त होते हैं निम्नलिखित 'योगपाटी' में लिखे हैं, विद्यार्थियों को इन्हें कण्ठस्थ कर लेना चाहिए :—

१ और	२ और	३ और	४ और	५ और	६ और	७ और	८ और	९ और
१ हो० २	१ हो० ३	१ हो० ४	१ हो० ५	१ हो० ६	१ हो० ७	१ हो० ८	१ हो० ९	१ हो० १०
२ ,, ३	२ ,, ४	२ ,, ५	२ ,, ६	२ ,, ७	२ ,, ८	२ ,, ९	२ ,, १०	२ ,, ११
३ ,, ४	३ ,, ५	३ ,, ६	३ ,, ७	३ ,, ८	३ ,, ९	३ ,, १०	३ ,, ११	३ ,, १२
४ ,, ५	४ ,, ६	४ ,, ७	४ ,, ८	४ ,, ९	४ ,, १०	४ ,, ११	४ ,, १२	४ ,, १३
५ ,, ६	५ ,, ७	५ ,, ८	५ ,, ९	५ ,, १०	५ ,, ११	५ ,, १२	५ ,, १३	५ ,, १४
६ ,, ७	६ ,, ८	६ ,, ९	६ ,, १०	६ ,, ११	६ ,, १२	६ ,, १३	६ ,, १४	६ ,, १५
७ ,, ८	७ ,, ९	७ ,, १०	७ ,, ११	७ ,, १२	७ ,, १३	७ ,, १४	७ ,, १५	७ ,, १६
८ ,, ९	८ ,, १०	८ ,, ११	८ ,, १२	८ ,, १३	८ ,, १४	८ ,, १५	८ ,, १६	८ ,, १७
९ ,, १०	९ ,, ११	९ ,, १२	९ ,, १३	९ ,, १४	९ ,, १५	९ ,, १६	९ ,, १७	९ ,, १८

उदाहरण। योग करो ७+८+९+८।

क्रिया—७+८=१५; १५+९=२४; २४+८=३२, उत्तर।

सूचना—मौखिक जोड़ की सुगमता अङ्कगणित में आगे की क्रियाओं की सुगमता का मूल कारण है। आगे बढ़ने से पूर्व विद्यार्थी को उसमें पूर्ण अभ्यास कर लेना उचित है। अँगुलियों का प्रयोग सर्वथा वर्जित होना चाहिए।

प्रश्नमाला ४

मौखिक जोड़ के अभ्यासार्थ प्रश्न

नीचे लिखे हुए प्रश्नों को यथेष्ट न समझना चाहिए। इनसे केवल उन प्रश्नों का ढंग प्रकट करने का तात्पर्य है, जो पूछे जा सकते हैं:—

(१) योग करो:—

(क) २ और ९; ३ और ४; ८ और ७; ७ और ५; ९ और ९; ९ और ७; ३ और ७; ८ और ५; ९ और ६; ६ और ८; ८ और ९; ७ और ३।

(ख) १० और ७; २० और ८; ३० और ६; ५० और ९; ७० और ५।

(ग) ११ और ६; १२ और ७; २६ और ४; ३६ और ३; ७२ और ७।

❀ (घ) १५ और ७; १ और ८; २२ और ९; ३७ और ६; ८५ और ९; ४३ और ८; ४९ और ९; २८ और ७; ६८ और ७; ९८ और ७; ९९ और ९।

(२) जोड़ो—(क) ५ को ७ में, १७ में, २७ में, ३७ में इत्यादि।

,, (ख) ७ को ९ में, १९ में, २९ में, ३९ में, इत्यादि।

,, (ग) ८ को ८ में, १८ में, २८ में, ३८ में, इत्यादि।

(३) जोड़ो—(क) १ और २ कितने होते हैं, ३ और २, ५ और २ इत्यादि?

,, (ख) २ और ३ कितने होते हैं, ५ और ३, ८ और ३, इत्यादि?

,, (ग) ३ और ५ कितने होते हैं, ८ और ५, १३ और ५, इत्यादि?

जब विद्यार्थियों को थोड़ा-सा अभ्यास हो जाय, तो ऊपर के प्रश्नों को नीचे लिखे रूप में पूछना लाभदायक होगा:—

(४) ४ से आरम्भ करके ६ को जोड़ते हुए गिन जाओ।
उत्तर ४, १०, १६, २२, २८, २४ इत्यादि।

(५) हमारे एक हाथ में १० गोलियाँ हैं और दूसरे हाथ में ७; तो बताओ हमारे पास कुल कितनी गोलियाँ हैं।

(६) १२ वस्तुओं की एक दर्जन होती है; तो दो दर्जन में कितनी वस्तुएँ होंगी?

❀नये विद्यार्थियों को मौखिक जोड़ में निम्नलिखित क्रिया याद रखनी चाहिए:—

१५+७=१५+५+२=२०+२=२२।

परन्तु जब योग करना सरलतापूर्वक आ जाय, तो इस क्रिया को छोड़ दें।

(७) राम के पास १९ गोलियाँ थीं, ८ उसने और जीत लीं; तो बताओ अब उसके पास कितनी गोलियाँ हैं।

(८) मैंने एक मेज़ १६ रुपये को मोल ली और एक कुरसी ७ रुपये को; तो बताओ मेरे पास से कितने रुपये व्यय हुए।

(९) एक रुपये के १३ आम बिकते हैं, तो दो रुपये के कितने आवेंगे ?

(१०) राम ने २५ आम और ९ नारङ्गियाँ मोल लीं, तो बताओ उसने सब कितने फल मोल लिए।

(११) तुम्हारी अवस्था १३ वर्ष की है और तुम्हारे भ्राता की तुमसे ७ वर्ष अधिक; तो बताओ तुम्हारे भ्राता की अवस्था क्या है।

(१२) यदि मैं २० रुपये तुमको दे दूँ, तो मेरी थैली में १५ रुपये शेष रहते हैं, तो बताओ मेरे पास सब रुपये कितने हैं।

(१३) एक लड़का ८ गोलियाँ हार गया, २७ गोलियाँ शेष रह गईं; तो बताओ उसके पास प्रथम कितनी गोलियाँ थीं।

(१४) तुम्हारी जेब में २३ गोलियाँ हैं, मैं तुमको ९ गोली और देता हूँ; अब बताओ तुम्हारे पास सब गोलियाँ कितनी हो गईं।

(१५) एक मनुष्य ने ३५ किलो ग्राम चावल एक दिन मोल लिए और दूसरे दिन ९ किलो ग्राम; तो बताओ उसने कुल कितने किलो ग्राम चावल मोल लिए।

(१६) एक मनुष्य की अवस्था ४७ वर्ष की है; तो ७ वर्ष पश्चात् उसकी क्या अवस्था होगी ?

(१७) यदि तुम ५६ आम मोल लो और तुम्हारा भ्राता तुमसे ८ आम अधिक मोल ले; तो बताओ तुम्हारा भ्राता कितने आम मोल लेता है।

(१८) वह कौनसी संख्या है कि यदि उसमें से १५ निकाल लें, तो शेष ६० रह जावें ?

(१९) एक मनुष्य ने एक मेज़ ७५ रुपये को मोल ली और उसके बेचने से उसको ५ रुपये का लाभ हुआ; तो बताओ उसने वह मेज़ कितने को बेची।

(२०) एक मनुष्य ने अपनी स्त्री को १९ रुपये, पुत्र को ७ रु० और अपनी पुत्री को ४ रुपये दिये; तो बताओ उसने कुल कितने रुपये दिये।

(२१) पाँच सड़कें हैं उनकी लम्बाई क्रम से १, २, ३, ४, ५, किलो मीटर है; तो बताओ पाँचों सड़कों की मिलकर कुल लम्बाई क्या है।

(२२) मैंने एक पुस्तक ४० पैसे की और एक स्याही की बोतल उससे २६ पैसे अधिक में मोल ली; तो बताओ मैंने कुल कितना व्यय किया।

(२३) एक मनुष्य ने क को ९ नारङ्गियाँ बेचीं और ख को उससे ७ अधिक; तो बताओ कि उसने कुल नारङ्गियाँ कितनी बेचीं।

(२४) राम ने २ आम प्रत्येक २५ पैसे के भाव से और ८ नारङ्गियाँ प्रत्येक ५ पैसे के भाव से ख़रीदीं; तो बताओ उसने फल बेचने-वाले को क्या दिया।

(२५) एक रस्सी में के प्रथम २७ मीटर और ८ मीटर काट ली, अब ७ मीटर शेष रह गई; तो बताओ रस्सी कितनी लम्बी थी।

२३। बड़ी संख्याओं के जोड़ने में निम्नलिखित क्रिया की जाती है:—

उदाहरण। ३७८, ४०९ और ५६ को जोड़ो।

अंकों को एक दूसरे के नीचे इस प्रकार लिखो:—

```
 ३७८
 ४०९
  ५६
────
 ८४३
```

इकाई को इकाई के नीचे, दहाई को दहाई के नीचे, सैकड़े को सैकड़े के नीचे इत्यादि, और फिर अङ्कों की सबसे नीचे की पंक्ति से नीचे एक रेखा खींचो; इस रेखा के नीचे योगफल में जो नीचे लिखी क्रिया से निकालते हैं, लिखो।

प्रथम इकाइयों को जोड़ो, जैसे (८+९+६) इकाइयाँ=२३ इकाइयाँ =२ दहाई+३ इकाई; ३ को इकाइयों की खड़ी पंक्ति के नीचे रखो और २ दहाई को दहाई की खड़ी पंक्ति में जोड़ने के लिए हाथ लगाओ; फिर दहाइयों को जोड़ो; जैसे (२+७+०+५) दहाई=१४ दहाई=१ सै०+४ दहाई; ४ को दहाई के नीचे रख दो और एक सैकड़े को सैकड़े में जोड़ने

के लिए हाथ लगाओ; फिर सैकड़ों को जोड़ो; जैसे (१+३+४) सैकड़े= ८ सैकड़े; ८ को सैकड़े के नीचे रख दो—

मानसिक क्रिया=८+९=१७+६=२३ के ३;
हाथ लगे २+७= ९+५=१४ के ४;
हाथ लगा १+३= ४+४=८।

प्रश्नमाला ५

विद्यार्थियों को बोलकर संख्या लिखवानी चाहिए और उनसे उत्तर शब्दों में सुनने चाहिए। योज्य संख्याओं का क्रम बदलने से एक ही योग का प्रश्न कई बार दिया जा सकता है।

जोड़ो—

(१)	(२)	(३)	(४)	(५)
३	६	८	७	८
५	९	७	५	९
९	८	९	८	८
४	७	७	९	९

(६)	(७)	(८)	(९)	(१०)
५६	७३	४.)	९०	७९
४२	२६	३७	५०	८४

(११)	(१२)	(१३)	(१४)	(१५)
३७५	८७९	७९	९८६	९८४
२०८	८२	४०	७४२	७६
७४०	१९०	६७३	९९९	९४०

(१६)	(१७)	(१८)	(१९)
७६४३	४२९	३०९८	४८०७
२४८	७	२०७	३०९
५००४	८४	४०	४
१२३४	९४७६	३२९	५००

(२०)	(२१)	(२२)	(२३)
२८	५८०७०	८३९	३८७५६
४००७	९७०५	२०५८	५०९५२
३५०	३६८	४७६	७८०९५
९	७८०००	८२०५	३४५६०
३०२	२९	४७४६०	३२३०८

(२४)	(२५)	(२६)	(२७)
८९७६३	३८७६०	४६७८९५	७९
२५९६४	५८०७	५८००९	३०२५
७३८९६	३०४	५५५५	३२९
५८९२६	१९	७९५०७३	८७६५०२
३२१५७	७	५६७९६२	३९८७९
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

(२८) ९०३८
३००५४
५०२८
७६
९
९३८०५०

(२९) ७
७१००००७
३४००३
४०४०५०
३६०००
३८

(३०) ३५७८९२४
५८९३६७९
८२७९५६३
९५२८७८९
३५७४९२३
८९२३४६६

(३१) ९३५७३५०
२९८४७२१
८३०५९०२
७६५०७२९
८४७२०३८
५६७९८२४

योगफल बताओ—

(३२) ८०४, ९७०५६, ४८, ३९७८३४ और ९०९ का ।

(३३) ७३५६८, ९३४०, ८६५४, ७६, ७०३ और ९८ का ।

(३४) ७४, ७९०४८, ३०९, ८०००, ३८६, ४३ और ३००२ का ।

(३५) ३००, ७८५, ८९७६३४, १२३४५, २०७ और २०७०८ का ।

मोल बताओ—

(३६) ४३२३९८+७८६७+८३९८९+७०३० ।

(३७) ७०+८२००+७३९६+५६७८९२०+९७+२ ।

(३८) ३+३०९+२९+३०७८९५+३२५३+५०० ।

(३९) ८७+९८०००००+८०२३४+१०२०१+३४५६७+९ ।

(४०) ३४५६+४५६+५६+६+७६०००+९८४५३०७८९ ।

(४१) आगे लिखी हुई संख्याओं को जोड़ो—उनासी; तीन हज़ार चार सौ पचास; छियासठ हज़ार छः सौ चौरानवे; चार हज़ार चार; अस्सी ।

(४२) योगफल निकालो—छः सौ बानवे; चार लाख पैंतालीस हज़ार सात; अट्ठानवे लाख सात सौ पैंतालीस; सात ।

(४३) योगफल बताओ—चौहत्तर करोड़ साठ लाख चौहत्तर हज़ार नौ सौ बासठ; छियासी हज़ार पाँच सौ चार; एक करोड़ बीस लाख सात हज़ार तीन; इक्यानवे; सत्तर लाख सात ।

(४४) उन्नीस+सात लाख सात हज़ार सात+तीन अरब चार करोड़ चौहत्तर लाख उन्तीस+आठ करोड़ आठ लाख आठ हज़ार आठ+सात हज़ार सात सौ बयालीस+छः+तीन लाख चार सौ सात; ये सम्पूर्ण कितने हुए ?

(४५) ७६, ३७८०४६, ३०५६७,८, ९३४५, ३००००९, ३७०८, ३०९, ३७८०५८९२, २८, [illegible] और ३४२ का योगफल बताओ ।

(४६) वह कौनसी संख्या है कि यदि उसमें से ३४५७ निकाल लें; तो शेष ४७६ रहें ?

(४७) एक मनुष्य का जन्म सन् १८५६ में हुआ; तो किस सन् में वह ३४ वर्ष का होगा ?

(४८) जनवरी ३१ दिन का होता है, फरवरी २८ का; मार्च ३१ का; अप्रैल ३० का; मई ३१ का; जून ३० का; जौलाई ३१ का; अगस्त ३१ का; सितम्बर ३० का; अक्तूबर ३१ का; नवम्बर ३० का और दिसम्बर ३१ का; तो सम्पूर्ण वर्ष में कितने दिन हुए ?

(४९) बताओ उस पाठशाला में कितने विद्यार्थी हैं; जिसकी प्रमथ श्रेणी में १२५, दूसरी में ८७, तीसरी में ९६, चौथी में १०७, पाँचवीं में ७० और अन्य श्रेणियों में २५६ विद्यार्थी हैं।

(५०) एक बाग़ में ३२७ वृक्ष आम के हैं; ७०४ नारियल के, ४५६ खजूर के, ५२८ नारङ्गी के और केवल २५ इमली के; तो उस बाग़ में सब वृक्ष कितने हैं ?

(५१) एक नगर में ८७९०३ हिन्दू, ४८०९३ मुसलमान, ७२३ यूरोपियन, १३०९ यूरेशियन और १५९ अन्य जातिवाले हैं; तो उस नगर की मनुष्य-संख्या क्या है ?

(५२) एक मनुष्य ने एक नगर में धरती के तीन टुकड़े ९७०० रुपये में मोल लिए। एक टुकड़े में ७८२५ रु० लगाकर के एक घर बनवाया और दूसरे में एक दूसरा घर २१७५० रुपये लगाकर के और तीसरे में भी एक और घर २७२९ रुपये लगाकर के बनवाया; तो बताओ उसका कुल रुपया कितना व्यय हुआ।

(५३) हमने ५३८९०८२ किलो ग्राम नमक सन् १८८५ की जनवरी में, ७०९२८० किलो ग्राम फरवरी में और १०९४८०३ किलो ग्राम मार्च में, अन्य देशों से मँगाया; तो बताओ सन् १८८५ के उन प्रथम तीन मासों में कितना नमक मँगाया।

(५४) मैंने ४ टोकरे आम के मोल लिए। एक में २४६ आम थे, दूसरे में ३१९, तीसरे में दूसरे से १९ अधिक और चौथे में पहले और दूसरे टोकरे के बराबर; तो बताओ मैंने सब कितने आम मोल लिए।

(५५) वह कौनसी संख्या है कि यदि उसमें से प्रथम ७०८३५ निकाल दें और फिर ८५६७९; तो शेष ७०४० रह जायँ ?

चौथा अध्याय

अन्तर, व्यवकलन, बाक़ी वा जमा-ख़र्च

२४। दो दी हुई संख्याओं में से बड़ी में से छोटी संख्या व्यवकलन करने के पश्चात् जो संख्या शेष रहे उसके प्राप्त करने की रीति को 'बाक़ी' वा 'व्यवकलन' कहते हैं।

दो दी हुई संख्याओं में से बड़ी संख्या को 'वियोज्य' वा 'जमा' कहते हैं और छोटी संख्या को 'वियोजक' वा 'ख़र्च' और घटाने से जो संख्या बचती है उसको 'अन्तर', 'शेष' वा 'बाक़ी' कहते हैं।

यह '—' चिह्न जब दो संख्याओं के मध्य में हो तो प्रकट करता है कि दूसरी संख्या पहली संख्या में से घटाई जायगी; जैसे, ७ — ४ प्रकट करता है कि ४ को ७ में से घटाना है। इस चिह्न (—) को ऋण का चिह्न कहते हैं, और ७ — ४ को 'सात ऋण चार' पढ़ते हैं।

२५। व्यवकलन की परिभाषा से यह सिद्ध होता है कि वह एक ऐसी संख्या निकालने की रीति है, जिसको एक दी हुई संख्या में जोड़ने से एक दूसरी दी हुई बड़ी संख्या बन जाता है। इस कारण व्यवकलन को 'कमी पूरक योग' भी कहते हैं। योगपाटी के ज्ञात फलों द्वारा एक छोटी संख्या एक बड़ी संख्या में से घटाई जा सकती है।

उदाहरण ७ — ४ = ३; क्योंकि ४ + ३ = ७।

मौखिक व्यवकलन के अभ्यासार्थ प्रश्न

(१) ८ में से ३, ९ में से ४, ७ में से ५, ९ में से ६, ८ में से ५ व्यवकलन करो।

(२) १० और ६, १२ और ८, १६ और ९, १३ और ७, ११ और ६, १६ और ८, १८ और ९, १५ और ७, १७ और ८ का व्यवकलन करो।

(३) यदि २८ में से ७, २७ में से ५, ५६ में से ६, ९९ में से ७, ५७ में से ३, ८८ में से ८, ४९ में से ६ और २६ में से ४ निकाले जावें; तो शेष क्या रहेंगे ?

(४) २२ में से ९, ३५ में से ८, ४२ में से ७, ५१ में से ६, ६० में से ५, ७३ में से ४, ८६ में से ८, ९२ में से ९, ८१ में से ५ व्यवकलन करो।

(५) (क) ३० में से ६ व्यवकलन करो, २४ में से ६, १८ में से ६, १२ में से ६, ६ में से ६।

(ख) १०० में से ७ व्यवकलन करो, ९३ में से ७, ८६ में से ७ इत्यादि।

(ग) १०० से आरम्भ करके ६ घटाते हुए उलटा गिनते जाओ।
उत्तर, १००, ९४, ८८ इत्यादि।

(६) ७ को ५ और ६ के योगफल में से, ९ को ६ और ८ के योगफल में से, ६ को ५ और ४ के योगफल में से, ८ को ७ और ६ के योगफल में से व्यवकलन करो।

(७) एक लड़के के पास १५ गोलियाँ थीं, जिनमें से वह ८ हार गया, तो बताओ उसके पास शेष कितनी रहीं।

(८) मेरी थैली में १७ रुपये हैं। यदि ९ रुपये तुमको दे दूँ, तो मेरे पास शेष कितने रहेंगे?

(९) तुम्हारे भ्राता की अवस्था १४ वर्ष की है। तुम उससे ५ वर्ष छोटे हो; तो तुम्हारी क्या अवस्था है?

(१०) एक कक्षा में १९ विद्यार्थी रजिस्टर में लिखे हुए हैं। एक दिन ६ नहीं आये, तो कितने उपस्थित थे?

(११) एक मनुष्य के पास १६ रुपये थे। उसने ७ रुपये अपनी स्त्री को दिये और शेष अपने पुत्र को; तो बताओ पुत्र को क्या मिला।

(१२) एक मनुष्य ने एक मेज़ १९ रुपये में मोल ली और उसको २५ रुपये में बेच डाली, तो उसे क्या लाभ हुआ?

(१३) एक वृक्ष में ३७ आम लगे हुए हैं, यदि उनमें से ८ तोड़ लिये जावें; तो शेष कितने रहेंगे?

(१४) राम के पास ४८ गोलियाँ हैं, यदि गोपाल के पास जितनी गोलियाँ हैं उनसे ९ अधिक होतीं, तो राम के बराबर हो जातीं; तो बताओ गोपाल के पास कितनी गोलियाँ हैं।

(१५) मेरे पास १६ गोलियाँ हैं और लक्ष्मण के पास २८; तो मैं कितनी और लूँ कि लक्ष्मण के बराबर हो जायँ।

२६। बड़ी संख्याओं की बाक़ी निकालने में नीचे लिखी क्रिया की जाती है—

उदाहरण १। ३४ को ८६ में से व्यवकलन करो।

छोटी संख्या को बड़ी संख्या के नीचे योग की विधि के अनुसार रखो, फिर ४ इकाइयों को ६ इकाइयों में से व्यवकलन और फल को जो २ इकाइयाँ हैं, इकाइयों की पङ्क्ति के नीचे लिखो; तत्पश्चात् ३ दहाइयों को दहाइयों में से घटाओ और फल को, जो ५ दहाइयाँ हैं, दहाइयों की पङ्क्ति के नीचे रखो, इस प्रकार ५२ शेष रहे।

८६
३४
५२

उदाहरण २। ९५२ से ३६८ व्यवकलन करो।

यहाँ पर पहले उदाहरण के अनुसार चलने पर हमको छोटे अङ्क में से बड़ा अङ्क घटाने की कठिनता प्रतीत होती है; इस कठिनता को सुगम करने के लिए नीचे लिखे नियम को जो ऋण लेना कहलाता है, कार्य में लाते हैं। "वियोज्य और वियोजक में एक ही संख्या जोड़ने से उनका मान नहीं बदलता" और इस प्रकार बाक़ी निकालते हैं—

९५२
३६८
५८४

२ इकाइयों में से ८ इकाइयाँ नहीं घट सकतीं; इसलिए १० इकाइयाँ २ में और जोड़कर १२ इकाइयाँ करलो; अब ८ इकाइयों को १२ इकाइयों में से व्यवकलन करो और फल ४ को इकाइयों की पंक्ति के नीचे रखो, क्योंकि ऊपर की संख्या में १० इकाइयाँ बढ़ा दी हैं; इस कारण बदला निकालने के लिए १ दहाई नीचे की संख्या में जोड़कर ६ दहाइयों को ७ दहाइयाँ करलो; अब ५ दहाइयों में से ७ दहाइयाँ घटानी हैं और क्योंकि ऐसा नहीं हो सकता, इस कारण ५ दहाइयों में १० दहाइयाँ और जोड़कर १५ दहाइयाँ करलो; फिर १५ दहाइयों में से ७ दहाइयाँ घटाओ, और फल को, जो ८ दहाइयाँ हैं, दहाइयों की पंक्ति के नीचे लिखो, क्योंकि ऊपर की संख्या में १० दहाइयाँ जोड़ दी हैं, इस कारण बदला निकालने के लिए नीचे की संख्या में १ सैकड़ा जोड़कर ३ सैकड़ों को ४ सैकड़े कर लो, फिर ४ सैकड़ों को ९ सैकड़ों में से घटाओ और फल ५ सैकड़ों को सैकड़ों की पंक्ति के नीचे रखो।

सूचना—परन्तु अभ्यास में यह निश्चय कर लेना उपयोगी होगा कि वियोजक में वियोज्य के समान होने के लिए क्या जोड़ना चाहिए।

उदाहरण ३ । ८२९ में से ५७६ को व्यवकलन करो ।

यहाँ एक ऐसी संख्या निकालनी है, जिसको यदि ५७६ में जोड़ें; तो ८२९ हो जायँ ।

छोटी संख्या को बड़ी संख्या से नीचे योग की विधि के अनुसार रखो ।

८२९
५७६
२५३

अब देखो कि ६ इकाइयाँ + ३ इकाइयाँ = ९ इकाइयाँ; इस कारण ३ को इकाइयों की पंक्ति के नीचे रखो; फिर ७ दहाइयाँ + ५ दहाइयाँ = १२ दहाइयाँ; ५ को दहाइयों की पंक्ति के नीचे रखदो और १ सैकड़े को हाथ लगाओ; फिर (१+५) सैकड़े + २ सैकड़े = ८ सैकड़े, २ को सैकड़ों की पंक्ति के नीचे रख दो ।

मानसिक क्रिया—

६ और ३ होते हैं ९;
७ और ५ होते हैं १२;
हाथ लगा १, ६ और २ होते हैं ८ ।

प्रश्नमाला ६

नीचे लिखे अन्तर निकालो :—

(१) ७८	(२) ९५	(३) ३५६	(४) ७८९	(५) ७८२५
३५	४३	१३४	२४६	३५०४
(६) ६४	(७) ९७	(८) ८६	(९) ९४	(१०) ९३
३९	४८	७८	८५	६०
(११) ७९५	(१२) ४८०	(१३) ९७७	(१४) ७४३	(१५) ९०४
६०६	३९०	७९९	३८४	५८९
(१६) ५३८०	(१७) ५४०९०	(१८) ८४३२१	(१९) ८५८५८	(२०) ५४३२१
७३९	७०७३	५३७८९	५८५८५	१२३४५
(२१) २०००४	(२२) ७८९३५६	(२३) ७०८०९३	(२४) ८०५४००	(२५) ७०००२०३
१७३२५	९९९९९	२०५०३	७००५३	५००९५६

(२६) ८२४३९ − ७६८९३ ।
(२७) ९३४०६ − ७९९० ।
(२८) ७९०२५६ − ८२७८९ ।
(२९) ८०००० − ७६४३८ ।
(३०) १०००००० − ९९९९९९ ।
(३१) ७७७७७० − ८८८८९ ।
(३२) ७८२००४ − ३८९२१० ।
(३३) १००६५६ − ३६८८७ ।

(३४) निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक में कौनसी संख्या जोड़ने से योगफल दस लाख होगा ?

१६, ३०५, ६४७५, ६६४४६ और ४३५०० ।

(३५) ६३८६७ में से कौनसी संख्या को व्यवकलन करें कि शेष ६०३ रह जावें ?

(३६) उन्तीस से एक लाख कितना अधिक है ?

(३७) एक हज़ार एक से एक करोड़ कितना अधिक है ?

(३८) दस हज़ार से उनासी कितना कम है ?

(३९) सन् १८६९ ई० में महात्मा गाँधी का जन्म हुआ और १९४८ ई० में उनकी मृत्यु हुई। बताओ मृत्यु के समय उनकी क्या अवस्था थी ?

(४०) सर आइज़क न्यूटन ८५ वर्ष का होकर सन् १७२७ ई० में मरा, तो बताओ उसका जन्म किस सन् में हुआ था ?

(४१) एवरेस्ट पहाड़ की चोटी २९१०० फ़ीट ऊँची है और किनचिनचङ्गा २८१७७ फ़ीट; तो पहली चोटी दूसरी से कितने फ़ीट अधिक ऊँची है ?

(४२) यदि रेलवे कम्पनी को ३९८४५० रु० की प्राप्ति है और २८८७६९ रु० का व्यय; तो उसे क्या लाभ होता है ।

(४३) एक व्यापारी ने ३००० रु० का माल ख़रीदा और ३३२५ रु० में बेच डाला; तो बताओ उसे क्या लाभ हुआ ।

(४४) यदि ५४० रु० मेरे पास और होते, तो १०००० रुपये का ऋण चुक जाता; तो बताओ अब मेरे पास कितने रुपये हैं।

(४५) दो संख्याओं का योगफल ९३८७५ और बड़ी संख्या ७७३५९ है, तो छोटी संख्या क्या है ?

(४६) दो संख्याओं में से छोटी संख्या ३७९९ है और उनका योगफल ७८०९०० है; तो बड़ी संख्या बताओ ।

(४७) ७३८९ में से कौनसी संख्या को व्यवकलन करें कि शेष ९९९ रहें ?

(४८) दस लाख और एक हज़ार के योगफल और अन्तर का अन्तर बताओ ।

(४९) क के पास ३९८७६ रुपये हैं, ख के पास क से ३७५८ रु० कम हैं और ग के पास ख से ८७६ रु० कम हैं: तो बताओ ग के पास कितने रुपये हैं।

(५०) जब एक लड़के से तीन हज़ार चार सौ पाँच अङ्कों में लिखने को कहा गया, तो उसने ३००४००५ लिख दिये; तो उसने कितने अधिक लिख दिये ?

(५१) एक लड़के ने ५००४०३ लिख दिये, जब उससे पचास लाख चार हज़ार तीन लिखने को कहा गया; तो बताओ उसने कितना कम लिखा।

२७। जिस संख्या के पूर्व (+) यह चिह्न होता है, उसको 'धन-संख्या' कहते हैं और जिस संख्या के पूर्व (−) यह चिह्न होता है, उसको 'ऋण-संख्या' कहते हैं। यदि किसी संख्या के पहले कोई चिह्न न हो, तो वह 'धन-संख्या' समझी जायगी।

यदि किसी पद में बहुत-सी संख्याएँ + वा − चिह्न द्वारा सम्बन्धित हों, तो उसका मान निकालने की सबसे सुगम रीति यह है कि धन और ऋण संख्याओं को पृथक्-पृथक् योग करके उनका अन्तर लिया जाय।

उदाहरण। ४७३ − ३६९ + ६२१ − ४०३ का मान निकालो।

अब ४७३ + ६२१ = १०९४; और ३६९ + ४०३ = ७७२;

∴ इष्ट फल = १०९४ − ७७२ = ३२२।

प्रश्नमाला ७

नीचे लिखे प्रत्येक पद का मान निकालो:—

(१) ९७३ − ७२४ + २०९। (२) ७८९६५ − ८७९५ − ७३८६।

(३) ८७०३ − ७९३५ + ३००२ − १०३०। (४) १६०० − ९२४ − ३०० − ८८।

(५) ९४५६७ + ३२८५ − ७७७७७ − ३०४ + ६४।

(६) ७५३ − ९८ + ७ में पहले ३२९ जोड़ें और फिर ७२० और ६९९ का अन्तर योगफल में से व्यवकलन करें, तो फल क्या होगा ?

(७) ७२०३ और ४९८० का अन्तर उनके योगफल से कितना कम है ?

(८) ७९८५−८९९ और ७७०३ का योगफल उनके अन्तर से कितना अधिक है ?

(९) दो संख्याओं में से बड़ी सख्या ९४०४७ है और उनका अन्तर ९०९+३५० है; तो दूसरी संख्या क्या है ?

(१०) ३२९+४०८−५४० में कौनसी संख्या जोड़ी जाय कि योगफल एक लाख हो जावे ?

पाँचवाँ अध्याय

गुणन

२८। किसी दी हुई संख्या के अनेक बार जोड़ने की संक्षिप्त क्रिया को 'गुणन' कहते हैं।

वह संख्या जो अनेक बार जोड़ी जाती है उस संख्या से 'गुणित' कही जाती है जो यह प्रकट करती है कि वह कितनी बार जोड़ी गई है।

जैसे, जब ४ से ३ गुणित होता है तो फल ४+४+४ अथवा १२ होता है।

वह संख्या जिसको गुणा करते हैं 'गुण्य' कहलाती है और जिस संख्या से गुणा दिया जाता है, उसे 'गुणक' कहते हैं: जो संख्या गुणा देने से प्राप्त होती है; उसको 'गुणनफल' कहते हैं।

गुणन का चिह्न (×) यह है; जैसे, ७×४ प्रकट करता है कि ७ को ४ से गुणन करना है और यह 'सात गुणित चार' अथवा 'चार बेर सात' पढ़ा जाता है। कभी कभी (·) भी × के लिए उपयोग होता है।

२९। गुण्य और गुणक के स्थान परस्पर बदलने से गुणनफल के मान में कुछ अन्तर नहीं होता है, जैसे ३×४=४×३, क्योंकि ३×४=३+३+३+३=१२, और ४×३=४+४+४=१२। गुणक और गुण्य, गुणनफल के 'उत्पादक' वा 'अपवर्तक अथवा 'गुणनखंड वा गुणनीयक' कहलाते हैं।

३० । विद्यार्थी को निम्नलिखित पहाड़े कण्ठ कर लेने चाहिए :—

पहली पाटी

	एक	दो	तीन	चार	पाँच	छः	सात	आठ	नौ	दस
एक	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०
दो	२	४	६	८	१०	१२	१४	१६	१८	२०
तीन	३	६	९	१२	१५	१८	२१	२४	२७	३०
चार	४	८	१२	१६	२०	२४	२८	३२	३६	४०
पाँच	५	१०	१५	२०	२५	३०	३५	४०	४५	५०
छः	६	१२	१८	२४	३०	३६	४२	४८	५४	६०
सात	७	१४	२१	२८	३५	४२	४९	५६	६३	७०
आठ	८	१६	२४	३२	४०	४८	५६	६४	७२	८०
नौ	९	१८	२७	३६	४५	५४	६३	७२	८१	९०
दस	१०	२०	३०	४०	५०	६०	७०	८०	९०	१००

दूसरी पाटी

	एक	दो	तीन	चार	पाँच	छः	सात	आठ	नौ	दस
ग्यारह	११	२२	३३	४४	५५	६६	७७	८८	९९	११०
बारह	१२	२४	३६	४८	६०	७२	८४	९६	१०८	१२०
तेरह	१३	२६	३९	५२	६५	७८	९१	१०४	११७	१३०
चौदह	१४	२८	४२	५६	७०	८४	९८	११२	१२६	१४०
पन्द्रह	१५	३०	४५	६०	७५	९०	१०५	१२०	१३५	१५०
सोलह	१६	३२	४८	६४	८०	९६	११२	१२८	१४४	१६०
सत्रह	१७	३४	५१	६८	८५	१०२	११९	१३६	१५३	१७०
अठारह	१८	३६	५४	७२	९०	१०८	१२६	१४४	१६२	१८०
उन्नीस	१९	३८	५७	७६	९५	११४	१३३	१५२	१७१	१९०
बीस	२०	४०	६०	८०	१००	१२०	१४०	१६०	१८०	२००

तीसरी पाटी

	ग्यार·	बारह	तेरह	चौदह	पंद्रह	सोल·	सत्रह	अठा·	उन्नी·	बीस·
ग्यारह	१२१	१३२	१४३	१५४	१६५	१७६	१८७	१९८	२०९	२२०
बारह		१४४	१५६	१६८	१८०	१९२	२०४	२१६	२२८	२४०
तेरह			१६९	१८२	१९५	२०८	२२१	२३४	२४७	२६०
चौदह				१९६	२१०	२२४	२३८	२५२	२६६	२८०
पन्द्रह					२२५	२४०	२५५	२७०	२८५	३००
सोलह						२५६	२७२	२८८	३०४	३२०
सत्रह							२८९	३०६	३२३	३४०
अठारह								३२४	३४२	३६०
उन्नीस									३६१	३८०
बीस										४००

पहाड़ों पर अभ्यासार्थ मौखिक प्रश्न

(१) ६ का ७ गुना कितना होगा ? ९ का ८ गुना ? १२ का १२ गुना ? इत्यादि।

(२) १२ को ८ से गुणन दो, ९ को ७ से, १६ को ९ से इत्यादि।

(३) ९ और ९ का गुणनफल निकालो, १६ और ६ का, इत्यादि।

(४) ६ को ९ बार जोड़ें, तो योगफल क्या होगा ? १५ को ८ बार जोड़ें तो योगफल क्या होगा ? इत्यादि।

(५) ११ के १० गुने के बराबर कौनसी संख्या है ? ९ के ७ गुने के बराबर ? इत्यादि।

(६) यदि ९ लड़कों में से हर एक के पास ६ गोलियाँ हों, तो सब के पास कितनी गोलियाँ हैं ?

(७) १२ सन्दूकों में कितने रुपये हैं; जब प्रत्येक सन्दूक में ११ रुपये हों ?

(८) एक पाठशाला में हर एक बेंच पर १५ विद्यार्थी बैठते हैं और कुल १५ बेंच हैं, तो उस पाठशाला में कितने विद्यार्थी हैं ?

(९) गुण्य ११ है और गुणक १३; तो गुणनफल क्या होगा ?

(१०) एक गुणनफल के उत्पादक ९ और १९ हैं; तो गुणनफल क्या है ?

(११) एक रुपये के २० आम आते हैं; तो ५ रुपये के कितने आम आवेंगे ?

(१२) एक सप्ताह में ७ दिन होऐ हैं; तो ८ सप्ताह में कितने दिन होंगे ?

(१३) एक चौमंज़िले मकान की हर एक मंज़िल पर १५ कोठरियाँ हैं; तो उस घर में कुल कितनी कोठरियाँ हैं ?

(१४) यदि एक बकरी का मूल्य १५ रुपये हो; तो ९ बकरियाँ कितने की आवेंगी ?

(१५) एक पुस्तक के एक पृष्ठ में १७ पंक्तियाँ हैं और प्रत्येक पंक्ति में १९ अक्षर हैं; तो उस पृष्ठ में कितने अक्षर हैं ?

(१६) ११ का ७ गुना ९० से कितना कम है ?

(१७) १६ का तीन गुना ३५ से कितना अधिक है ?

(१८) कौनसी संख्या ९ के ९ गुने से १९ अधिक है ?

(१९) ७ घोड़े और ३ गायों की कितनी टाँगें होती हैं ?

३१। अब हम यह दिखलाते हैं कि एक बड़ी संख्या एक छोटी संख्या से किस प्रकार गुणन की जाती है।

उदाहरण। २०९५ को ३ से गुणन करो।

सख्याओं को इस प्रकार रखो—२०९५

३

६२८५, गुणनफल।

गुणनफल नीचे लिखी रीति से निकाला जाता है :—

५ इकाइयों का ३ गुना १५ इकाइयाँ हुईं; ५ को इकाइयों के स्थान पर रखो और १ को दहाइयों में जोड़ने के लिए हाथ लगाओ; फिर ९ दहाइयों का ३ गुना २७ दहाइयाँ हुईं; और एक हाथ लगी हुई दहाई जोड़ी, तो सम्पूर्ण २८ दहाइयाँ हुईं; ८ को दहाइयों के स्थान में रखदो और २ को सैकड़ों में जोड़ने के लिय हाथ लगाओ: फिर ० का ३ गुना*० है और हाथ लगे हुए २ सैकड़ों को जोड़ो, तो सम्पूर्ण २ सैकड़े हुये; २ को सैकड़ों के स्थान पर रखो; फिर २ हज़ार का ३ गुना ६ हज़ार हुए; ६ को हज़ार के स्थान में रख दो: इस प्रकार गुणनफल ६२८५ होता है।

*० x ३ = ०, क्योंकि ० + ० + ० = ०।

मानसिक क्रिया—
हाथ लगा १,
हाथ लगा २,

\+ ५ का ३ गुना = १५;
९ का ३ गुना = २८;
२;
२ का ३ गुना = ६।

सूचना—विद्यार्थी को विदित होगा कि ऊपर की संक्षिप्त क्रिया वैसी ही है; जैसी कि नीचे लिखी हुई विस्तार के साथ योग की क्रिया है:—

२०९५
२०९५
२०९५
६२८५

प्रश्नमाला ८

गुणा करो—

(१) २३ को २ से। (२) ३२ को ३ से। (३) २१ को ४ से।
(४) ३९ को ५ से। (५) ४७ को ६ से। (६) ५८ को ९ से।
(७) ९८ को ८ से। (८) ७६ को ९ से। (९) ८५ को ९ से।
(१०) ३२९ को ३ से। (११) ४०५ को ७ से। (१२) ८७९ को ९ से।
(१३) ३२४५ को ६ से। (१४) ७०८९ को ५ से। (१५) ९२०६ को ८ से।
(१६) ७८९५६ को ४ से। (१७) ८९०३५ को ७ से। (१८) ८५५०३ को ९ से।
(१९) ३४०७९ को २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ से।
(२०) ७२५+७२५+७२५+७२५+७२५ का मान बताओ।

३२। यदि किसी संख्या के दाहिनी ओर एक शून्य बढ़ा दें, तो उसका मान १० गुना हो जाता है, इसलिए जब किसी संख्या को १० से गुणा करते हैं तो उस संख्या में एक शून्य बढ़ाने से गुणनफल निकल आता है; जैसे, २३×१०=२३०। इसी प्रकार जब किसी संख्या को १००, १००० इत्यादि से गुणा करते हैं तो उस संख्या में ००,००० इत्यादि उसकी दाहिनी ओर लगाने से गुणनफल निकल आता है।

यदि किसी संख्या को ३० से गुणा करना हो; तो पहले उसे ३ से गुणा करो और फिर गुणनफल में दाहिनी ओर ० बढ़ा दो; अन्तिम फल इष्ट गुणनफल होगा। इसी प्रकार जब ३०० से गुणा करना हो, तो प्रथम ३ से गुणा करो और फिर फल में दाहिनी ओर ०० बढ़ा दो।

उदाहरण। ३२९ को ६०० से गुणा करो।

क्रिया—३२९
        ६००
    १९७४००, उत्तर।

प्रश्नमाला ९

गुणा करो—

(१) ३५९ को ३० से। (२) ७०३५ को ४० से। (३) ३६०५ को ५० से।
(४) ७०३ को ६०० से। (५) ३९ को ९०२ से। (६) ८२२९ को ७०० से।
(७) ३००५ को ८००० से। (८) ९००४ को ९००० से। (९) ३०५०३ को ६००० से।
(१०) ७२९५ को ९०, ८००, ७०००, ६००००, ५००००० से।

३३। गुणन की परिभाषा से यह बात विदित है कि यदि किसी संख्या को ५ से गुणा करना हो, तो उसको २ और ३ से अलग-अलग गुणा करके दोनों फलों को जोड़ सकते हैं, अन्तिम फल इष्ट गुणनफल होगा। यदि किसी संख्या को २३ से गुणा करना हो, तो हम उसको ३ और २० से अलग-अलग गुणा करके दोनों फलों को जोड़ सकते हैं।

उदाहरण १। ७२८ को ३२९ से गुणा करो।

(क) ७२८
    ३२९
    ६५५२ = गुणनफल ९ के साथ
   .१४५६० = ,, २० ,, ,,
   २१८४०० = ,, ३०० ,, ,,
   २३९५१२ = ,, ३२९ ,, ,,

(ख) ७२८
    ३२९
    ६५५२
   १४५६
  २१८४
  २३९५१२

यहाँ पर ७२८ और ३२९ का गुणनफल निकालने के लिए ७२८ को ९, २० और ३०० से अलग-अलग गुणा किया और तीनों फलों को जोड़ लिया अलग-अलग गुणनफल ऊपर के दो अनुच्छेदों की रीत्यनुसार निकाले जाते हैं।

प्रचलित क्रिया में २० और ३०० से गुणा करने में शून्यों को नहीं रखते हैं. (क्योंकि अन्त में जो जोड़ लगाया जाता है, उसमें शून्य कुछ काम नहीं आते) और क्रिया (ख) की भाँति होती है।

ध्यान रखो कि गुणक को गुण्य के नीचे उसी भाँति रखना चाहिए जैसे जोड़ में, और प्रत्येक अलग गुणनफल का दाहिनी ओर का प्रथम

अङ्क खड़ी पंक्ति में उसी अङ्क के नीचे जिससे गुणा दिया जाता है, रखना चाहिए।

सूचना १—पूर्वलिखित नियम का विचार रखकर गुणक के अकों से इच्छानुसार किसी क्रम में गुणा दिया जा सकता है।

(१)		(२)	
७२८		७२८	
३२९		३२९	
१४५६	२ से।	२१८४	३ से।
२१८४	३ से।	१४५६	२ से।
६५५२	९ से।	६५५२	९ से।
२३९५१२		२३९५१२	

सूचना २—जब गुणक या गुण्य अथवा दोनों के अन्त में शून्य हों, तो उनको प्रथम क्रिया में छोड़ देने और पश्चात् गुणनफल में उतने ही शून्य जितने कि छोड़ दिये थे, बढ़ा देने से सुगमता होती है।

उदाहरण २। ३७००८ को ४२०३ से, ४३०९ को १२३०० से, २९० को २४३ से और ४०३०० को ४३७० से गुणा करो।

(१)	(२)	(३)	(४)
३७००८	४३०९	२९०	४०३००
४२०३	१२३००	२३४	४३७०
१११०२४	१२९२७	८७	२८२१
७४०१६	८६१८	११६	१२०९
१४८०३२	४३०९	५८	१६१२
१५५५४४६२४	५३०००७००	७०४७०	१७६१११०००

प्रश्नमाला १०

निम्नलिखित संख्याओं का गुणनफल निकालो :—

(१) ३७५ × ५४। (२) ९०४ × ९८। (३) ७४० × ६९।
(४) ४९७२ × ३४५। (५) ८७६२ × ९०४। (६) ८०७२ × ९७२।
(७) ७०८ × ७०८। (८) ८४६३ × ३४०। (९) ८२३९ × ५००९।
(१०) ८९०२५ × ८००७। (११) ९०४०७ × ६०५०।
(१२) १२३४५६ × ७०८०९। (१३) ८६३४०० × ७०६००।
(१४) ८२००७८ × ९००७२। (१५) ४८०३९० × ८९०७।
(१६) ८५७३०५६ × ९०००८२। (१७) ७३९०२५० × ३००९०००।
(१८) ९८७६५०७ × ३६४२१। (१९) ३७०५ × ८०९०२५०००।

(२०) ८९७६५४३ × ९७८६५३ । (२१) ३७०३०४ + ६०७०३७० ।

(२२) ३०७६५० × ९०८६० । (२३) ७८४६९२ × ८०००७५ ।

(२४) ८३००३८ × ७००२९८ । (२५) ३२५७६५० × ३२५७६५० ।

(२६) ३५७५६ × ६५७०००२ । (२७) २०९०३० × ४००८००६०० ।

निम्नलिखित सङ्ख्याओं का गुणनफल केवल एक बार गुणा देकर निकालो—

(२८) ४३२९ × ११ । (२९) ३८०९ × १२ । (३०) ७२०४ × १३ ।

(३१) ७०८२ × १४ । (३२) ४८९० × १५ । (३३) ८७८९ × १६ ।

(३४) १३५७० × १७ । (३५) ३८०७० × १८ । (३६) ४३५६ × १९ ।

(३७) १ रुपये में १०० पैसे हैं; तो ३७०५ रुपये में कितने पैसे होंगे ?

(३८) एक पुस्तक में ५७९ पृष्ठ हैं और प्रत्येक पृष्ठ में ३७४९ अक्षर; तो कुल पुस्तक में कितने अक्षर हैं ?

(३९) यदि कलकत्ते में एक वर्ग मीटर भूमि का मूल्य २७ रु० है; तो २४२२ वर्ग मीटर भूमि का क्या मूल्य होगा ?

(४०) यदि प्रति दिन २९३९० मनुष्य हुगली के पुल पर होकर उतरें; तो ३६५ दिन के एक वर्ष में कितने मनुष्य उतरेंगे ?

(४१) यदि एक बोरे में ९२ किलो ग्राम चावल हों; तो ७३९ बोरों में कितना बोझ होगा ?

(४२) यदि एक हाथी का मूल्य ३४७९ रु० और एक घोड़े का मूल्य ७६५ रु० हों; तो ६ हाथी और १६ घोड़ों के लिए कितने रुपये देने पड़ेंगे ?

(४३) एक पात्र में एक छिद्र है, जिससे प्रत्येक घण्टे में ७८ ग्राम पानी निकल जाता है। यदि भरा हुआ पात्र ४८ घण्टे में खाली हो जाय, तो उस पात्र में कितने ग्राम पानी आ सकता है ?

गुणा करो—

(४४) ७३४५६ × ४ । (४५) ८१०५९ × ६ ।

(४६) ३४७०१२ × ८ । (४७) २१९४३७ × ९ ।

(४८) ५६३८२ × ११ । (४९) ४२९३४५ × १२ ।

(५०) ६८४३२ × १५ । (५१) ७१४०८२ × १४ ।

(५२) २९०८१६ × १६ । (५३) ९७३२१८ × १८ ।

(५४) ८४१८७५ × २० । (५५) ९७८४१ × ८० ।

(५६) [illegible] × ४०० । (५७) [illegible] × २१ ।

(५८) ३५६२१ × २४ ।
(५९) ७१८३९५ × २८ ।
(६०) ४५६१०३ × ३२ ।
(६१) ७८४२८ × ३६ ।
(६२) ९५४३१६ × ४७ ।
(६३) २०८६७३ × ५४ ।
(६४) ७६५४३२ × ६९ ।
(६५) ३८२०७९ × ७२ ।
(६६) ९१८७२३ × ८४ ।
(६७) ४०९२३७ × ९३ ।
(६८) ९१४२७३ × ९६ ।
(६९) ४२३५७१ × ९८ ।
(७०) ८३२१९४ × १०७ ।
(७१) ४२५७३४ × २०६ ।
(७२) ९०४८६१ × ३०८ ।
(७३) ४७१८३९ × ४०३ ।
(७४) ५७४२८३ × ७०९ ।
(७५) ४४८७९२ × ८०५ ।
(७६) ९२१३७४ × ९६० ।
(७७) ४१९२७३ × ५९० ।
(७८) ५२४३७ × ६४० ।
(७९) ८०५०९७ × ८३० ।
(८०) ३७५६३ × ४५२ ।
(८१) ९५७३८ × ६७१ ।
(८२) ८१०३७ × ९४६ ।
(८३) २६१०८ × ३५७ ।
(८४) ७१९२४ × ४५८ ।
(८५) २६१६७ × ३६९ ।
(८६) ४८७३ × ४०५६ ।
(८७) ३२०८ × ४७०३ ।
(८८) २९६४ × ३०९२ ।
(८९) २१६७१ × ३८१४ ।
(९०) ३९६२६ × ४३८२ ।
(९१) ५९०४८ × ७२२५ ।
(९२) ९५३८ × ८००७ ।
(९३) ९२४४ × ५००८ ।
(९४) ८१३२१ × १३००९ ।
(९५) ७५८३२९ × ६४०९ ।
(९६) ८३९२०६ × ५८०३१ ।
(९७) ६४८७९० × ६३७५० ।
(९८) ७८००५९ × ८४२६७ ।
(९९) ९३५४२३८ × ७९८३ ।
(१००) १७९६२०५ × १९०५८ ।

३४ । संलग्न गुणनफल निकालने का नियम यह है कि प्रथम दो संख्याओंको परस्पर गुणन करो और जो कुछ गुणनफल हो उसको तीसरी संख्या से गुणन करो और इसी प्रकार गुणन करते जाओ; अन्त में जो गुणनफल प्राप्त होगा, वही अभीष्ट उत्तर होगा ।

उदाहरण । २८, ८ और ३ का संलग्न गुणनफल निकालो ।

प्रथम हम २८ को ८ से गुणन देते हैं और इस गुणनफल को ३ से ।

```
 २८
  ८
----
२२४
  ३
----
६७२ उत्तर ।
```

प्रश्नमाला ११

निम्नलिखित संख्याओं का संलग्न गुणनफल निकालो :—

(१) २७×८×२ । (२) ७०३×८५×७९ ।
(३) ८०५०×७७×३० । (४) ५९×८५×७६×५ ।
(५) ३२०५×९×८×५ । (६) ९९×८८×७७×६६ ।
(७) ७३ के ९ गुने का दूना कितना होगा ?
(८) एक दिन में २४ घण्टे होते हैं, एक घण्टे में ६० मिनट और एक मिनट में ६० सेकण्ड; तो एक दिन में कितने सेकण्ड होंगे ?
(९) एक पुस्तक में ३२९ पृष्ठ हैं, और प्रत्येक पृष्ठ में २७ पंक्ति और प्रत्येक पंक्ति में ४५ अक्षर; तो सम्पूर्ण पुस्तक में किएने अक्षर हैं ?
(१०) उस वृक्ष पर कितने आम होंगे जिसकी २९ डालियाँ हैं और प्रत्येक डाली में ३२५ आम हैं ?
(११) एक रेलगाड़ी में ४६ चौपहिये हैं, प्रत्येक चौपहिये में ६ कमरे और प्रत्येक कमरे में ८ मनुष्य हैं; तो कुल गाड़ी में कितने मनुष्य हैं ?

३५। किसी संख्या का दूसरा. तीसरा, चौथा,...बल दो; तीन, चार,... ऐसे उत्पादकों का गुणनफल होता है; जो प्रत्येक उस संख्या के बराबर हों; जैसे, २ का दूसरा बल =२×२=४; २ का तीसरा बल =२×२×२ =८।

किसी संख्या का दूसरा बल उसका 'वर्ग' कहा जाता है, तीसरा बल उसका 'धन'; संख्या स्वयं अपना 'प्रथम बल' कही जाती है ।

इस चिह्न $४^{२}$ से ४×४ प्रकट होता है, और $४^{३}$ से ४×४×४ इत्यादि। ये छोटे अङ्क ^{२}, ^{३} 'प्रबल सूचक' कहलाते हैं ।

प्रश्नमाला १२

इनका वर्ग बताओ—

(१) १, २, ३, ४, ५,...१९, २० । (२) २४ । (३) ५० । (४) ६८ ।
(५) १०० । (६) ११२ । (७) २४८ । (८) ७२९ । (९) ८७४ ।

इनका मान बताओ—

(१०) १, २, ३, ४, ५,...१९, २० । (११) ९३ । (१२) १०० । (१३) ८७९ ।
(१४) ५५५ । (१५) ३०९ । (१६) $२५^{२}+४०^{३}-१२^{३}+२^{४}$ का मूल्य बताओ ।

छठा अध्याय

भाग

३६। 'भाग' उस प्रक्रिया को कहते हैं जिसके द्वारा हमको यह बोध होता है कि एक दी हुई संख्या जिसको 'भाजक' कहते हैं, दूसरी दी हुई संख्या में से जिसका नाम 'भाज्य' है, कितनी बार घटाई जाय कि 'शेष' यदि रहे तो प्रथम दी हुई सख्या से न्यून हो, और जितनी बार अन्तर निकाला जाय उस संख्या को 'भागफल' 'भजनफल' वा 'लब्धि' कहते हैं।

जैसे, ७ इकाइयाँ, ३० इकाइयों में से चार बार घटायी जा सकती हैं, और फिर २ इकाइयाँ शेष रहती हैं। इस कारण जब '३० को ७ से' भाग देते हैं तो ३० भाज्य है, ७ भाजक, ४ लब्धि और २ भाग शेष हैं।

भाग का चिह्न '÷' है; जैसे, ३० ÷ ७ से यह तात्पर्य है कि ३० को ७ से भाग देना है और उसको यों पढ़ते हैं '३० भाग दिया ७ से' अथवा '३० बटा ७'। इस तरह $\frac{३०}{७}$ भी भाग की इस प्रक्रिया के प्रकट करने को लिखा जाता है।

३७। पूर्वलिखित भाग सम्बन्धी परिभाषा से यह प्रकट होता है कि भाजक × लब्धि + भाग शेष = भाज्य।

जब भाग में शेष कुछ नहीं रहता, तो ऐसे भाग को 'ठीक भाग' कहते हैं। ऐसी अवस्था में भाग को (क्योंकि लब्धि और भाजक के गुणा देने से भाज्य के बराबर हो जाता है) 'गुणन का विलोम' कहते हैं।

३८। भाग से किसी एक संख्या (भाज्य) को समान भागों में विभक्त करना है। यदि भाजक एक भागांश का परिमाण प्रकट करता है, तो भागफल से भागाँशों की पूरी गणना ज्ञात होती है; यदि भाजक भागांशों की गणना प्रकट करता है, तो भागफल से उन भागांशों में से एक भागांश का परिमाण ज्ञात होता है।

उदाहरण १। ३० नारङ्गियों को कुछ लड़कों में इस भाँति बाँटना है कि प्रत्येक लड़के को ७ नारङ्गियाँ मिलें, तो कितने लड़कों को बाँट मिलेगा?

(उत्तर, ४ लड़कों को, और २ नारङ्गियाँ शेष रहीं।)

उदाहरण २। ३० नारङ्गियाँ ७ लड़कों में बराबर-बराबर बाँटनी हैं, तो प्रत्येक लड़के के बाँट में कै नारङ्गियाँ आवेंगी ?

उत्तर, ४ नारङ्गियाँ; और २ नारङ्गियाँ शेष रहीं।

अध्यापक को उचित है कि यह बात विद्यार्थियों को समझा दें कि दोनों अवस्थाओं में बार-बार अन्तर निकालने से भी वही फल प्राप्त होगा।

३६। ४०० से छोटी संख्याओं को २० से छोटी संख्याओं से भाग गुणनपाटी (पहाड़े) ही के द्वारा हो सकता है।

उदाहरण ३। ५९ को ७ से भाग दो।

यहाँ हमको यह बात जाननी है कि सात ५९ में से कै बार घटाया जा सकता है। अन्य शब्दों में यों कहो, कि ७ कै बार ५९ में सम्मिलित है ?

हम ५९ में से ७ को बार-बार घटाने से लब्धि और भाग शेष निकाल सकते हैं; परन्तु बार-बार घटाने का कष्ट गुणनपाटी द्वारा जाता रहता है। जैसे, ७ अट्ठे ५६ होते हैं; इस कारण ५९ ÷ ७ से ८ लब्धि और ३ भाग शेष निकल आता है।

मानसिक भाग के अभ्यासार्थ प्रश्न

(१) २० में ५ कै बार सम्मिलित है ? ७२ में ८; ५४ में ९; १४ में १४; १२८ में १६; इत्यादि।

(२) ५६ में से ७ कै बार घट सकता है ? ४८ में से ६; ८१ में से ९; ३०६ में से १८; इत्यादि।

(३) ८४ को ७ और १०४ को १३ बराबर भागों में बाँटो, इत्यादि।

(४) ३६ का चौथा, ५४ का छठा और १०८ का बारहवाँ भाग क्या है ?

(५) ५४ में ४ और ५ कै-कै बार सम्मिलित हैं और शेष क्या-क्या बचता है ?

(६) जब ७ को ६४ में से, ६ को ४२ में से, ८ को ८४ में से, जितनी बार सम्भव हो घटाया जाय; तो शेष क्या-क्या बचेगा ?

(७) जब ४३ को ६ से, ७० को ८ से, ८५ को ९ से, १९० को १६ से भाग दिया जाय, तो लब्धि और भाग शेष क्या-क्या होंगे ?

(८) ७२ के चौथे भाग में ३ और ७० के पाँचवें भाग में ७ के बार सम्मिलित हैं?

(९) १३५ आम १५ लड़कों में बराबर-बराबर बाँटे गये; तो प्रत्येक को के कै आम मिले?

(१०) एक कुटुम्ब के बालकों को ५४ आम बाँटे गये और प्रत्येक बालक के बाँट में ९ आम आये; तो बताओ उस कुटुम्ब में कितने बालक हैं?

(११) मैंने १२ कुर्सियाँ ७२ रुपये में मोल लीं; तो १ कुर्सी का क्या मोल होगा?

(१२) १२ आने गज़ के भाव से १८० आने का कितने गज़ कपड़ा आवेगा?

(१३) ८० टाँगें कितने कुत्तों की होती हैं?

४० । जब भाज्य और भाजक बड़ी-बड़ी संख्या हों, तो भाग की क्रिया निम्नलिखित रीति से होती है :—

उदाहरण । ८८९०९ को २४ से भाग दो ।

भाजक भाज्य भजनफल या

इसकी क्रिया इस भाँति है— २४) ८८९०९ (३७०४ लब्धि

```
    ७२
    ---
    १६९
    १६८
    ---
      १०९
       ९६
      ---
       १३, शेष ।
```

इसकी विस्तार पूर्वक क्रिया इस प्रकार है—

प्रथम ८ को लिया और देखा कि २४, ८ में सम्मिलित नहीं है; इस कारण ८८ ले लिए; फिर देखा कि २४ कै बार ८८ में सम्मिलित है: अब क्योंकि यह ३ बार सम्मिलित है; ३ को लब्धि का प्रथम अङ्क मानकर लिख दिया; फिर २४ को ३ से गुणा दिया और गुणनफल ७२ को ८८ में से घटाया, शेष १६ के आगे ८८ के पास के अङ्क ९ को भाज्य में से उतारकर लिख दिया; तब देखा कि २४ सात बार १६९ में सम्मिलित है । ७ को लब्धि के द्वितीय स्थान में रख दिया और २४ को ७ से गुणन देकर गुणन-

फल १६८ को १६६ में से घटाया, शेष १ में भाज्य के आगे का अङ्क (अर्थात् शून्य को) उतार लिया, जब देखा कि २४, १० में सम्मिलित नहीं है तो भागफल के तीसरे स्थान में ० रख दिया और भाज्य के आगे का अङ्क (अर्थात् ९) उतार लिया, अब देखा कि ४ १०९ में ४ बार सम्मिलित है, तो ४ को लब्धि का चौथा अङ्क लिख दिया; और २४ को ४ से गुणा देकर गुणनफल ९६ को १०९ में से घटा दिया। इस भाँति ३७०४ लब्धि निकली और १३ शेष रहे।

विद्यार्थियों को यह बात समझ लेनी चाहिये कि पूर्वलिखित क्रिया में जो कुछ किया है, वास्तव में वह यों है कि भाजक, भाज्य, भजनफल भाज्य में से प्रथम २४ का ३००० गुना घटाया और शेष में से २४ का ७०० गुना और फिर द्वितीय शेष में से २४ का ४ गुना, इस तरह हमने ८८९०९ में से २४ का (३००० ÷ ७०० + ४) गुना अर्थात् ३७०४ गुना घटाया। इस विस्तार पूर्वक क्रिया का रूप यह है।

```
२४) ८८९०९ (३०००
     ७२०००
     ------
     १६९०९ (७००
     १६८००
     ------
       १०९ (४
        ९६
     ------
शेष १३,३७०४ लब्धि।
```

प्रश्नमाला १३

भाग दो—

(१) ३७६ को २ से।
(२) ९२३४ को २ से।
(३) ७०८५ को २ से।
(४) ७००० को ३ से।
(५) ८०२५ को ३ से।
(६) ९०१२६ को ३ से।
(७) ५२०४५ को ४ से।
(८) ३२८१३ को ४ से।
(९) ४५६७८ को ४ से।
(१०) १२३४५ को ५ से।
(११) १००२०० को ५ से।
(१२) ७७७७७ को ५ से।
(१३) ९०४०३ को ६ से।
(१४) ८७३४५ को ६ से।
(१५) ७८९३४ को ६ से।
(१६) ३७८९ को ७ से।
(१७) ४५९८६ को ७ से।
(१८) ३२४८० को ७ से।
(१९) ३८४७४ को ८ से।
(२०) ३४५०९ को ८ से।
(२१) १६०४२ को ८ से।
(२२) ७२१२४ को ९ से।
(२३) ९०००१ को ९ से।
(२४) ७८००० को ९ से।

(२५) ३८९७२ को १० से।

(२६) २४५६० को १० से।

(२७) ३२००० को १० से।

(२८) ७७७७७ को ११ से।

(२९) ३९०४२ को १६ से।

(३०) ५७०८४ को १९ से।

(३१) ३८९५६ को २६ से।

(३२) ७२०४३ को ३७ से।

(३३) ९६१०० को ४८ से।

(३४) १०००० को ५९ से।

(३५) ७०७०७० को ६२ से।

(३६) १००२० को ७४ को।

(३७) ३५८०६ को ८८ से।

(३८) ४७५०० को ९१ से।

(३९) २८९२३ को ३२९ से।

(४०) ९७८५६ को १४१ से।

(४१) १३०१३ को २६९ से।

(४२) २६५३४ को ५८४ से।

(४३) ८९०८९ को ५५५ से।

(४४) ३६७८० को ६२८ से।

(४५) ३०३८१ को ६८१ से।

(४६) ३९८४०६ को ८७९ से।

(४७) ७००००० को ९९१ से।

(४८) ९९९९९९ को ८८८८ से।

(४९) ८०९३४५ को ३४५६ से।

(५०) ३२७०४५७ को १००२ से।

(५१) ७७६६३३४ को ७६३४ से।

(५२) २०८०४०० को ५४५६ से।

(५३) ९९९७७७० को ३९०६ से।

(५४) ४७९४६३८७ को ७२०७ से।

(५५) ९८७६५४३२१ को ८६४२ से।

(५६) १२३४५६७८९ को ९८७६५ से।

(५७) १८७६५४३२१ को १२३४५ से।

(५८) १०८०९२४८९० को ७२०३४ से।

(५९) १२००७३००९२ को ८९७३२४ से।

(६०) ३८४०७८९०९०१ को ९८७३५ से।

(६१) २०८९००५६३००० को ८७००५६ से।

(६२) २९७५०६८२३ को ७०८०७६ से।

(६३) ५६७८९२३१४६७० को ८९७६८६७ से।

(६४) ७८०१८४९२०२७१३ को ९२६ से।

(६५) ९८७६५४०४५६७८९ को ९९९ से।

(६६) दो संख्याओं का गुणनफल ३५७४३५ है और एक उनमें से ७०५ है, तो दूसरी क्या है?

(६७) प्रत्येक मनुष्य को ११३ रुपये के हिसाब से ४०६८ रुपये कितने मनुष्यों को मिलेंगे?

(६८) ८१७ को कै बार जोड़ें कि ४३१३७६ हो जाय?

(६९) कौनसी संख्या को ४९३ से गुणन कर दें कि गुणनफल ६४०९ प्राप्त हो?

(७०) ७८०९५३ में से ३४०५ को घटाया और फिर शेष में से ३४०५ को और फिर इसी भाँति घटाते जायँ तो बतलाओ कै बार घटा सकते हैं।

(७१) लब्धि ३०७ है, भाजक ९८ और भाग शेष २९; तो भाज्य बताओ।

(७२) एक नगर की जन-संख्या ३४५३३० है और ४५ में से एक प्रति वर्ष मर जाता है, तो एक वर्ष में कितने मनुष्य मर जावेंगे ?

(७३) एक मनुष्य की वार्षिक प्राप्ति १९५०० रुपये हैं, तो बताओ प्रति सप्ताह क्या व्यय करे कि न तो उसके पास कुछ बचे, न ऋण लेना पड़े (१ वर्ष में ५२ सप्ताह होते हैं।

(७४) एक जहाज़ एक दिन में १२५ मील चलता है, तो ३२००० मील के चलने में उसे कितना समय लगेगा ?

(७५) २७५० बोतलें सन्दूक़ों में बन्द करके भेजी जाने को हैं। प्रत्येक सन्दूक़ में १२५ बोतलें आती हैं; तो बताओ कितने सन्दूक़ों की आवश्यकता होगी ?

भाग दो—

(७६) ८७२३७५० ÷ ७० ।

(७७) २९४२१६ ÷ २४ ।

(७८) २०१०५०२२ ÷ २१ ।

(७९) १७९३६७५ ÷ २५ ।

(८०) ३६५६२४४ ÷ २८ ।

(८१) १२९०१३८३ ÷ २७ ।

(८२) ६६५३४३० ÷ ३५ ।

(८३) १४६१४०८ ÷ ३२ ।

(८४) १४०७०२४ ÷ ३६ ।

(८५) २६४९८१३६ ÷ ४२ ।

(८६) ३३३०२१६० ÷ ४५ ।

(८७) ३३००२३६६४ ÷ ४८ ।

(८८) ४३५५९०७६० ÷ ५५ ।

(८९) २६११९६४९६ ÷ ४४ ।

(९०) २७६३२५५० ÷ ६६ ।

(९१) २८५०९६६०० ÷ ७२ ।

(९२) ४०४८२८२८० ÷ ५४ ।

(९३) ३७०८५०१९७५३ ÷ ८१ ।

(९४) ३४७८०८ ÷ ५६ ।

(९५) १९३५२७०६ ÷ ३३ ।

(९६) ९२६४५८४३१ ÷ ७० ।

(९७) २३९७५३२६३१ ÷ ८० ।

(९८) ४९८१००४२५ ÷ ९० ।

(९९) २०५७३९२४५१ ÷ ६४ ।

(१००) १७५८७६९४२९३ ÷ ५४ ।

(१०१) ६३२१५००८३१९ ÷ ९६ ।

(१०२) १४५२८३४०६३१ ÷ ८४ ।

(१०३) ९२८३१४६८३७५ ÷ १०८ ।

(१०४) १७३१०३४६५५ ÷ १४४ ।

(१०५) ४७१२३४१६३६१ ÷ १३२ ।

ह्रस्व भाग

४१। भाग की क्रिया अत्यन्त संक्षेप हो सकती है, जब भाजक २० से अधिक न हो।

उदाहरण। ८२५९ को ६ से भाग दो।

६) ८२५९

भजनफल १३७६, शेष ३।

भाज्य के नीचे एक पड़ी लकीर खींचकर लब्धि के अङ्कों को क्रम से लिखते जाओ, गुणन और व्यवकलन मन में करते जाओ।

प्रश्नमाला १४

ह्रस्व भाग की रीति से भाग दो—

(१) ३४५६१ को २ से। (२) ७८९३० को ३ से।
(३) ८०३५८ को ४ से। (४) १२७९१ को ५ से।
(५) २३०५७ को ६ से। (६) ९८४०० को ७ से।
(७) ३४५६७ को ८ से। (८) १९८७० को ९ से।
(९) ३४५६७ को १० से। (१०) ५८००४६ को ११ से।
(११) ८०७०४० को १२ से। (१२) १३५६८९ को १३ से।
(१३) ४५०७८२ को १४ से। (१४) ७४३०८० को १५ से।
(१५) ९३५८६२ को १६ से। (१६) ३८९०४५७ को १७ से।
(१७) ८२०७३०५ को १८ से। (१८) १२३४५६७८ को १९ से।
(१९) ३४५६७८९, ८०७०४०३० और ९८७६५४३२१ में से प्रत्येक को २, ३, ४, ५, ६,...१९, २० से अलग-अलग ह्रस्व भाग की रीति से भाग दो।
(२०) तेरहवीं उदाहरणमाला में १ से ३० उदाहरण तक ह्रस्व भाग की रीति से भाग दो।

सातवाँ अध्याय

विविध क्रिया

४२। १ से लेकर गिनती की किसी संख्या तक योगफल निकालने का नियम यह है—

नियम—सबसे अन्त की संख्या को उसके आगे आने वाली संख्या से गुणन दो और गुणनफल को २ से भाग दो।

उदाहरण १ । १+२+३+४+...+१५ को जोड़ो ।

इनमें सबसे अन्त की संख्या १५ है, और इसके आगे आनेवाली संख्या १६ है; इन दोनों का गुणनफल २४० है, इस कारण पूर्वलिखित संख्याओं का योगफल=२४० ÷ २=१२० ।

उदाहरण २ । २१+२२+२३+..+३५ को जोड़ो ।

इसमें १ से ३५ तक जोड़ो और १ से २० तक भी जोड़ो और प्रथम योग में से द्वितीय योगफल को घटा दो ।

४३ । दो संख्याओं का योगफल और अन्तर दिया हुआ है, तो उन संख्याओं को निर्णय करना है ।

नियम—बड़ी संख्या को जानने के लिए योगफल और अन्तर को जोड़कर २ से भाग दो; छोटी संख्या को जानने के लिए योगफल में से अन्तर को व्यवकलन करो फिर शेष को २ से भाग दो ।

उदाहरण १ । दो संख्याओं का योगफल ४० है और उनका अन्तर १६ है, तो बड़ी संख्या को बताओ ।

क्रिया—४०+१६=५६; ५६÷२=२८, उत्तर ।

उदाहरण २ । दो संख्याओं का योगफल ५९ है और उनका अन्तर ११; तो छोटी संख्या क्या है ?

क्रिया—५९−११=४८; ४८÷२=२४, उत्तर ।

प्रश्नमाला १५

मोल बताओ ।

(१) १+२+३+...+२० । (२) १+२+३+...+३० ।
(३) १+२+३+...+४५ । (४) १+२+३+...+७५ ।
(५) १+२+३+...+१०० । (६) ७+८+९+...+५० ।
(७) ४०+४१+४२+...+९० । (८) १००+१०१+१०२+...+२०० ।
(९) दो संख्याओं का योगफल ३७६ है और उनका अन्तर ११४; तो बड़ी संख्या को बताओ ।
(१०) उन दो संख्याओं में से बड़ी संख्या को बताओ, जिनका योगफल ८६२५१ है और अन्तर ३८५ ।

(११) दो संख्याओं का योगफल ८३९५७ है और उनका अन्तर ७४८२१; तो छोटी संख्या को बताओ।

(१२) उन संख्याओं में से छोटी संख्या को बताओ, जिनका योगफल ७९३५८ और अन्तर ३४५६ है।

(१३) दो संख्याओं का योगफल ८५२७ है और उनका अन्तर ७२९; तो उन संख्याओं को बताओ।

(१४) उन दो संख्याओं को बताओ, जिनका योगफल १०००० और अन्तर ८८८ है।

४४। गुणनीयक (अर्थात् अवयव खण्ड) के द्वारा गुणन।

उदाहरण १। ३२९ को ३५ से गुणन दो। यहाँ पर ३५ = ७ × ५।

क्रिया ३२९
७
२३०३
५
११५१५, उत्तर।

उदाहरण २। १७२५ को २१७ और ७२१ से अलग-अलग गुणन की दो पंक्तियों में गुणन दो।

(१) १७२५
२१७
१२०७५
३६२२५
३७४३२५, उत्तर।

(२) १७२५
७२१
१२०७५
३६२२५
१२४३७२५, उत्तर।

यहाँ, हम ७ और २१ से गुणन करते हैं; परन्तु २१ द्वारा गुणनफल पहले गुणनफल को ३ से गुणन देने से प्राप्त होता है।

४५। गुणन की संक्षेप रीति—

(क) किसी संख्या को ५ से गुणन देना है: तो उस संख्या के आगे, ० रखकर २ से भाग दे दो; जैसे, १७२ × ५ = १७२० ÷ २ = ८६०।

उदाहरण। १७२ को १५ से गुणन दो।

२) १७२० = १० से गुणनफल......(१)
८६० = ५ से गुणनफल......(२)

(१) और (२) का योग, २५८० = १५ से गुणनफल।

(ख) किसी संख्या को २५ से गुणा देना है, तो उस संख्या के आगे, ०० रखकर ४ से भाग दे दो। जैसे, ३८ × २५ = ३८०० ÷ ४ = ९५०।

उदाहरण १। ३८ को ३५ से गुणा दो।

४) ३८००

९५० = २५ से गुणनफल......(१)
३८० = १० से गुणनफल......(२)

(१) और (२) का योग, १३३० = ३५ से गुणनफल।

उदाहरण २। ३८ को ७५ से गुणा दो।

४) ३८०० = १०० से गुणनफल......(१)
९५० = २५ से गुणनफल......(२)

(१) और (२) का अन्तर, २८५० = ७५ से गुणनफल।

(ग) किसी संख्या को १२५ से गुणन देना, तो उस संख्या के आगे ००० रखकर ८ से भाग दे दो। ८९ × १२५ = ८९००० ÷ ८ = १११२५।

(घ) किसी संख्या को ९, ९९, ९९९, ९९९९,...से गुणन देना है, तो उस संख्या के आगे जितने ९ हों उतने ० रखकर, उसमें से दी हुई संख्या को घटा दो; जैसे, ३४५ × ९९ = ३४५०० − ३४५ = ३४१५५, उत्तर।

(ङ) यदि किसी ऐसी संख्या से गुणन देना हो जिसमें १०, १००, १०००, १००००,...से थोड़ा ही भेद हो, तो उसके लिए पूर्वलिखित रीति के समान विधि का ही प्रयोग करते हैं।

उदाहरण। ३४५ को ९९८ से गुणन दो।

३४५ × १००० = ३४५०००
३४५ × २ = ६९०
घटाने से ३४४३१०, उत्तर।

४६। वर्ग निकालने की संक्षिप्त रीति।

यदि दी हुई संख्या में २ अङ्क हों, तो उस संख्या में इकाई के अङ्क को जोड़कर फिर उसी संख्या में से इकाई के अङ्क को घटाओ और योगफल और अन्तर को आपस में गुणन दो और गुणनफल में इकाई के अङ्क का वर्ग जोड़ दो। यदि दी हुई संख्या में तीन या तीन से अधिक अङ्क हों, तो

दाहिनी ओर से दो या दो से अधिक अङ्क इकाई के अङ्क के बदले में ले लो।

उदाहरण १। ४७ का वर्ग निकालो।

४७ + ७ = ५४; ४७ − ७ = ४०;
५४ × ४० = २१६०; ७^{2} = ४९;
∴ ४७^{2} = २१६० + ४९ = २२०९।

उदाहरण २। ३४६ का वर्ग निकालो।

३४६ + ४६ = ३९२; ३४६ − ४६ = ३००; ३९२ × ३०० = ११७६००;
∴ ३४६^{2} = ११७६०० + ४६^{2}।
अब, ४६ + ६ = ५२; ४६ − ६ = ४०; ५२ × ४० = २०८०; ६^{2} = ३६;
∴ ४६^{2} = २०८० + ३६ = २११६।
इसलिए ३४६^{2} = ११७६०० + २११६ = ११९७१६।

प्रश्नमाला १६

२० से छोटे उत्पादकों के प्रयोग से गुणा करो—

(१) ७२८ को २४ से। (२) ८०२५ को ४२ से। (३) ९३४५ को ७२ से।
(४) ९२१ को १४४ से। (५) ८७२ को २८० से। (६) ७४२ को १२८ से।

निम्नलिखित संख्याओं का गुणनफल गुणन की दो पंक्तियों में निकालो :—

(७) ७९२५ × ३२८। (८) ८२५ × ७२९। (९) ३८४२ × ३२१।
(१०) ३९२ × ३६६। (११) ५२६ × ८४८। (१२) ७३४ × ४८१२।
(१३) २६५६ को १२५२५५ से, गुणन की ३ पंक्तियों में, गुणन दो।
(१४) ८२७३ को १४७४९७ से गुणन की ३ पंक्ति में, गुणन दो।

निम्नलिखित संख्याओं का गुणनफल ४६ अनुच्छेद की रीति से निकालो :—

(१५) ७२५ × ५। (१६) ३२९ × ५। (१७) ८१२ × ५।
(१८) ८४ × २५। (१९) ७२९ × २५। (२०) ९२ × २५।
(२१) ९८ × १२५। (२२) १२५ × १२५। (२३) २०७ × १२५।
(२४) ११२ × ९९। (२५) २८२ × ९९९। (२६) २०४ × ९९९९।
(२७) ४२१ × ९९८। (२८) ४२६८ × ९८०। (२९) ८२७ × ९९९७।

(३०) ७३९×५० । (३१) ३७१×१५ । (३२) ८९२×३५ ।
(३३) ७०९×७५ । (३४) ३०४×१५ । (३५) ७८९×७५ ।

निम्नलिखित संख्याओं का वर्ग ४७ अनुच्छेद की रीति से निकालो:—
(३६) ३५ । (३७) ५५ । (३८) ८६ । (३९) ९७ ।
(४०) ३२५ । (४१) ४६५ । (४२) ७७९ । (४३) ८९६ ।

४७ । उत्पादक द्वारा भाग ।

उदाहरण १ । १५७९२ को ४८ से भाग दो । यहाँ ४८=८×६ ।

क्रिया—

८) १५७९२
६) १९७४
३२९, भागफल ।

उदाहरण २ । ९३४ को २४ से भाग दो ।

(क)

४) ९३४
६) २३३...२
भागफल ३८...५
शेष=५ का ४ गुना+२=२०+२=२२।

(ख)

४) ९३४
३) २२३...२
२) ७७ . २
भागफल ३८...१
शेष=२+(२×४)+(१×४×३)=२२ ।

सब दशाओं में यथार्थ शेष=प्रथम शेष+(द्वितीय शेष×प्रथम भाजक)+(तृतीय शेष×प्रथम भाजक×द्वितीय भाजक)+इत्यादि ।

४८ । भाग की संक्षेप रीति ।

(१) यदि किसी संख्या को १०, १००, १०००, आदि से भाग देना हो, तो उस संख्या की दाहिनी ओर के एक, दो, तीन आदि अङ्कों को अलग कर लो; यह अलग किये हुए अङ्क भाग शेष रहेंगे और बाईं ओर के बचे हुए भागफल; जैसे, जब हम ५३२७४ को १०० से भाग दें, तो भागफल (लब्धि) ५३२ और भाग शेष ७४ है ।

(२) यदि किसी संख्या को ऐसी संख्या से, जिसके अन्त में शून्य हों भाग देना हो तो भाजक में से शून्यों को अलग करके भाज्य की दाहिनी ओर से भी उतने ही अङ्क अलग करलो और फिर भाज्य के बचे हुए अङ्कों को भाजक के बचे हुए अंङ्कों से भाग दो और भाग शेष में उन अङ्कों को जोड़ दो जो भाज्य में से अलग कर दिये गये हैं, ताकि पूर्ण भाग शेष

प्राप्त हो जाय। जैसे, यदि हमें ३७५४ को ७०० से भाग देना है, तो ३७को ७ से भाग देना चाहिये, जिसमें ५ लब्धि निकली और २ भाग शेष; सम्पूर्ण भाग शेष २५४ हुए।

(३) यदि किसी संख्या को ५, १५, ३५ अथवा ४५ से भाग देना है, तो उस संख्या को २ से गुणा दो और गुणनफल को १०, ३०, ७० अथवा ९० से (पूर्वलिखित रीति के अनुसार) भाग दो और शेष को २ से भाग दो जिससे ठीक भाग शेष प्राप्त हो; जैसे, ७८ को ५ से भाग देना है, तो ७८ को २ से गुणा दिया जिसका गुणनफल १५६ हुआ; इस गुणनफल को १० से भाग दिया तो १५ भागफल निकला और ६ भाग शेष रहा, और ठीक भाग शेष ६ ÷ २ अर्थात् ३ हुआ। इस कारण ७८ को ५ से भाग देने से १५ भागफल निकलता है और ३ भाग शेष।

(४) यदि किसी संख्या को २५ वा ७५ से भाग देना हो, तो उस संख्या को ४ से गुणा करो और गुणनफल को १०० या ३०० से भाग दो और शेष को ४ से भाग दो, जिससे ठीक भाग शेष निकल आवे।

(५) यदि किसी संख्या को १२५ से भाग देना हो, तो उसे ८ से गुणा करो और गुणनफल को १००० से भाग दो; शेष को ठीक भाग शेष निकालने के लिए ८ से भाग दो।

प्रश्नमाला १७

निम्नलिखित उदाहरणों में ह्रस्व भाग का प्रयोग करो :—

(१) ९३६ ÷ २४। (२) ७३६ ÷ ३२। (३) १९८० ÷ ४५।
(४) २८५६ ÷ ४२। (५) ३३१२ ÷ १४४। (६) ८२७४ ÷ २५।
(७) ३८९२० ÷ ७२। (८) २३४५६ ÷ ६३। (९) ७४८२९ ÷ ९९।
(१०) ८२०३४ ÷ १२१। (११) ७०४५६८ ÷ २४०। (१२) ८२४५०६ ÷ ८^{२}।
(१३) १२३४५६ ÷ ७^{३}। (१४) ९८७६५४ ÷ ४८०। (१५) ८८८८८८ ÷ ५^{४}।

अनुच्छेद ४८ की रीति से भाग दो—

(१६) ३८९४ ÷ १०। (१७) ३४५६ ÷ १००। (१८) ८६३४५ ÷ १०००।
(१९) ८२७४६ ÷ १००। (२०) ८९३४६ ÷ १०००। (२१) १२३४५६ ÷ १००००।
(२२) ३८९२ ÷ ३०। (२३) ७८९२ ÷ ५०। (२४) ९८४६७ ÷ ८००।
(२५) ७३५६८ ÷ १६००। (२६) ७३६८६४ ÷ १६०००।

(२७) ९८७६५४३ ÷ १२६०० ।
(२८) ३५४६९३ ÷ २९०० ।
(२९) ७६८९२४६ ÷ ७९० ।
(३०) ९२३४५८७ ÷ ३४०० ।
(३१) ३७८ ÷ ५ ।
(३२) ४६८९ ÷ ५ ।
(३३) १२७६ ÷ ५ ।
(३४) ७८४५ ÷ २५ ।
(३५) ८२७६९ ÷ २५ ।
(३६) १३७८९२ ÷ २५ ।
(३७) ८३७६४ ÷ १२५ ।
(३८) १३७८९१ ÷ १२५ ।
(३९) ३७९२ ÷ १२५ ।
(४०) ३७४ ÷ १५ ।
(४१) ७८९ ÷ ३५ ।
(४२) ९२१ ÷ ४५ ।
(४३) १२३४ ÷ ७५ ।
(४४) १३९४ ÷ ६५ ।
(४५) ९२४६ ÷ ८५ ।

४९ । गुणा और अन्तर की क्रिया नीचे लिखे प्रकार के प्रश्न में मिलकर आ सकती है :—

उदाहरण । ३२८३ में से ३४७ का ७ गुना घटाओ ।

मानसिक क्रिया—
७ का ७ गुना ४९ होता है; ४९ और ४ = ५३;
हाथ लगा ५ और ४ का सात गुना ३३ होता है; ३३ और ५ = ३८;
हाथ लगा ३ और ३ का सात गुना २४ होता है; २४ और ८ = ३२ ।

```
३२८३
३४७
  ७
----
 ८५४
```

सूचना—भाग की क्रिया में पूर्वलिखित विधि का प्रयोग बहुत उपयोगी है ।

उदाहरण । ८४२२ को ३४ से भाग दो ।

यहाँ पर पूर्व उदाहरण की विधि के अनुसार ३४ को २ से गुणा दो और गुणनफल को ८४ में से घटाओ और शेष १६ को नीचे रख दो; और इसी प्रकार आगे भी ।

```
३४) ८४२२ (२४७
    १६२
    २६२
    ---
     २४
```

प्रश्नमाला १८

घटाओ—

(१) ३२९ × ८ को ४८२७ में से ।
(२) ७३२ × ९ को ८२१७० में से ।
(३) ३७९८ × ६ को ८९४६७० में से ।
(४) ९३७८ × ७ को ३६९८१२ में से ।
(५) ७३८४ × ११ को १००००० में से ।
(६) ३६९ × १२ को ८९४६८ में से ।

योग करो—

(७) ३८९ × ४ को ३९ में ।
(८) ८९४ × ९ को ७८६ में ।
(९) ७३४५ × १२ को ३९४० में ।
(१०) ३९८७४ को ३२९ × १६ में ।

नीचे लिखे उदाहरण में अनुच्छेद ४९ की विधि का प्रयोग करो :—

(११) ३७९८ ÷ ७६ । (१२) ३८८७५ ÷ ३२९ ।

(१३) ८२४५६ ÷ ७२९ । (१४) ७६०८२० ÷ ३७८ ।

(१५) ३४५६७८९ ÷ ३२४६ । (१६) ३४५०७८९ ÷ ३९८२ ।

गुणन को ९ छठी जाँच या ९ द्वारा गुणन की जाँच

५० । नीचे लिखी विधि जिसको "अङ्क ९ द्वारा गुणन की जाँच" कहते हैं, गुणनफल की शुद्धता की जाँच करने में लाई जाती है ।

गुण्य के अङ्कों के योगफल को ९ से भाग दो और भाग शेष को रख लो । यही क्रिया गुणक के साथ करो; फिर भाग शेषों को परस्पर गुणन करके गुणनफल को ९ से भाग दो और भाग शेष को रख दो । अब यदि, गुणन की क्रिया शुद्ध हुई है, तो अन्त का भाग शेष वही होगा, जो भाग शेष गुणनफल के अङ्कों के योगफल को ९ से भाग देने से प्राप्त होता है ।

उदाहरण । १८६ × ४७ = ८७४२ ।

३
गुण्य ६ गुणक २
३

१८६ के अङ्कों का योगफल = १५; १५ ÷ ९ में ६ शेष रहे; ४७ के अङ्कों का योगफल = ११; ११ ÷ ९ में २ शेष रहे; ६ × २ = १२; १२ ÷ ९ में ३ शेष रहे; ८७४२ के अङ्कों का योगफल = २१; २१ ÷ ९ में ३ शेष रहे ।

सूचना—यह जाँच तब व्यर्थ होगी जब कोई ऐसी भूल की जाय जिसका प्रभाव गुणनफल के अङ्कों के योगफल पर न पड़े अथवा उस योगफल को ९ वा ९ के किसी अपवर्त्य से बढ़ा-घटा दें ।

प्रश्नमाला १९

गुणा करके गुणनफल की जाँच करो—

(१) ३७५६ को ७३८ से । (२) ८९४३ को ८२६ से ।

(३) ३७८९ को ९८९ से । (४) ६०८०४ को ३०८० से ।

(५) ७८०९३ को ८०३४ से । (६) ७३९८० को ६००१ से ।

(७) ३६४०० को ३९०० से । (८) ८०३०७५ को ६९० से ।

(९) ८२३७९४ को ८२३४ से ।

५१ । (क) जब किसी व्यञ्जक में जोड़ और बाक़ी की बहुत-सी क्रियाएँ करनी होती हैं, तो क्रिया को बाईं ओर से आरम्भ करके दाहिनी ओर

को करते चले जाते हैं; जैसे, ८ − ५ + ४ − २ से यह प्रयोजन है कि ५ को ८ में से घटाओ, फिर शेष में ४ जोड़ो और फिर इस योगफल में से २ घटाओ; परन्तु यदि ऋण संख्याओं का योगफल धन-संख्याओं के योगफल में से घटाया जाय, तो भी फल वही होगा, और यह रीति बहुधा करके सुगम पड़ती है।

जब किसी पद में गुणन; भाग की बहुत-सी क्रियाएँ करनी होती हैं, तो क्रिया को बाईं ओर से आरम्भ करके दाहिनी ओर को करते चले जाते हैं; जैसे, २४ × ४ ÷ २ से अभिप्राय है कि २४ को ४ से गुणा करो, फिर गुणनफल को २ से भाग दो; २४ ÷ ४ × २ से अभिप्राय है कि २४ को ४ से भाग दो और भागफल को २ से गुणन करो, और २४ ÷ ४ ÷ २ से यह अभिप्राय है कि २४ को ४ से भाग दो और भागफल को फिर २ से भाग दो।

जब किसी पद में +, −, ×, ÷ में से कुल या कुछ चिह्न हों तो गुणन और भाग की क्रिया को जोड़ और व्यवकलन की क्रिया से पहले करना चाहिए; जैसे, ७ − ६ ÷ २ + ५ × ३ में ६ को घटाने से पहले उसे २ से भाग दे लेना चाहिए और जोड़ने से पहले ५ को ३ से गुणन कर लेना चाहिए।

उदाहरण १। ८ ÷ २ × ६ ÷ २ ÷ ३ = ४ × ६ ÷ २ ÷ ३
= २४ ÷ २ ÷ ३
= १२ ÷ ३
= ४।

उदाहरण २। ७ + २ × ६ ÷ ४ − २ ÷ ६ = ७ + १२ ÷ ४ − २
= ७ + ३ − २
= १० − २
= ८।

प्रश्नमाला १६ क

निम्नलिखित व्यञ्जकों का मान निकालो :—

(१) ६ × ७ ÷ ३। (२) १६ ÷ ८ × ३। (३) २० ÷ ५ ÷ २।
(४) १० ÷ ५ × ३ ÷ २। (५) ६ × ५ ÷ ३ × २। (६) ८ × ६ ÷ ४ ÷ ३।
(७) ७ × ३ + ५ × २। (८) १६ ÷ २ − ३ × २। (९) ८ ÷ २ − ६ ÷ ३।

(१०) ६×५−८÷४। (११) ९+६÷२−८। (१२) ९−६÷२+८।

(१३) १२÷४÷३+७−२×४। (१४) ७×६−३×४−४×५।

(१५) ७×८×९−१२×३−१८। (१६) १८÷९−६÷३+१४÷२।

(१७) $१०^{२}$−७×३+$६^{२}$÷$३^{२}$। (१८) ८२८÷१८−१००÷$५^{२}$+२३।

(१९) ६३९÷९×३−७२०÷८÷१५−५३×२+२२÷२×९।

(२०) २०४×३÷४+६३०÷७×२÷३−४×४×९÷२−४७×३।

विविध प्रश्नमाला २०

(१) ३४५२ में कौनसी संख्या जोड़ दी जाय कि ६००० हो जावे ?

(२) ३०२१ में से कौनसी संख्या घटाई जाय कि शेष ९९९ रहें ?

(३) दो संख्याओं का जोड़ ८९२० है और छोटी संख्या ३०९ है; तो बड़ी संख्या क्या है ?

(४) दो संख्याओं का अन्तर ३७९ है और बड़ी संख्या १००० है; तो छोटी संख्या क्या है ?

(५) दो संख्याओं का अन्तर ७९ है और छोटी संख्या ७०९ है, तो बड़ी संख्या क्या है ?

(६) पाँच अङ्कों की सबसे छोटी और तीन अङ्कों की सबसे बड़ी संख्याओं में क्या अन्तर है ?

(७) भाज्य ३७९२ है, भागफल १२ और शेष ०; तो भाजक निकालो।

(८) किस संख्या को ३०४ से गुणा करें कि गुणनफल ३३४४ हो ?

(९) भाजक ३२१ है, भागफल ११ और शेष २६०; तो भाज्य निकालो ?

(१०) भाजक क्या है, जबकि भाज्य ३४५ है, शेष ५, और भागफल २० ?

(११) ३, ०, ४ अङ्कों से जितनी तीन अङ्कों की संख्या बन सकती हैं, उनका योगफल निकालो।

(१२) ३, २, ७, ८ इन अङ्कों से जो चार अङ्कों की सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्याएँ बन सकती हैं, उनका अन्तर निकालो।

(१३) दो संख्याओं का गुणनफल ७२४३४९१ है और बड़ी संख्या ३४००७ है; तो दोनों संख्याओं का अन्तर निकालो।

(१४) ३६९, २१७ और ६४८ में से प्रत्येक दो-दो संख्याओं को गुणन करके जो गुणनफल प्राप्त हों, उनका योगफल निकालो।

(१५) ६२०५५० में से २३ को कितनी बार घटा सकते हैं और अन्तिम शेषफल क्या रहेगा ?

(१६) दो संख्याओं का गुणनफल १७३४३२ है और उनमें से एक संख्या का आधा १६३ है; तो दूसरी संख्या क्या है ?

(१७) दो संख्याओं का गुणनफल १२३६०४ है और उनमें से एक संख्या का दूना १४०८ है; तो दूसरी संख्या क्या है ?

(१८) ३१६६ में २०१ कितनी बार लगातार जोड़े जायँ कि अन्तिम योगफल १०००० हो जाय ?

(१९) ७५ और ८३ के गुणनफल में क्या अधिक करें कि ७५ और ८५ का गुणनफल हो जाय ? उसमें से क्या घटावें कि ७४ और ८३ का गुणनफल हो जाय ?

(२०) ३६९२ और २७६९ के योगफल में इनका अन्तर कितनी बार सम्मिलित है ?

(२१) किस संख्या को ३७ से गुणा करने से वही गुणनफल होगा, जो १८५ को ३०९ से गुणा देने से होता है ?

(२२) एक भाग के प्रश्न में भाजक शेषफल का ५ गुना और भागफल ६ गुना है। यदि शेषफल ७३ है, तो भाज्य निकालो।

(२३) यदि किसी संख्या में ह्रस्व रीति द्वारा १०५ का भाग दिया जाय और ३, ५, ७ उत्पादकों को क्रम से प्रयोग करें और भाग शेष क्रम से २, ४, ५ रहें; तो पूर्ण भाग शेष क्या होगा ?

(२४) यदि किसी संख्या को ७, ८, ९ से लगातार भाग दिया जाय और भाग शेष ५, ३ और ६ रहें, तो उस संख्या में ७, ८ और ९ के संलग्न गुणनफल का भाग देने से भाग शेष क्या रहेगा ?

(२५) भागफल ७०२ है, शेष २४ और भाजक दोनों के जोड़ से ७ अधिक है; तो भाज्य क्या होगा ?

(२६) दो संख्याओं का जोड़ २०५ है और एक संख्या दूसरी संख्या से ७ अधिक है, तो वह संख्या क्या है ?

(२७) तुम्हारी अवस्था १२ वर्ष की है और तुम्हारे भ्राता की १९ वर्ष की; तो तुम्हारे भ्राता की क्या अवस्था होगी, जब तुम्हारी अवस्था १६ वर्ष की होगी ?

(२८) उन तीनों संख्याओं का योगफल बताओ जिनमें कि प्रथम संख्या ३६०८ और ७८६०४ से बनी हुई है और दूसरी संख्या पहली से १७४० अधिक है और तीसरी संख्या पहली और दूसरी संख्याओं के अन्तर से ७८०६ अधिक है।

(२९) दो संख्याएँ हैं, छोटी ६४५६७ है और बड़ी संख्या उससे ३२७ अधिक है, तो दोनों का योगफल क्या होगा ?

(३०) मेरे पास ३२६० रुपये नक़द हैं और ७५००० रुपये के गवर्नमेंट प्रॉमेसरी नोट हैं। मुझे ३५२५ रुपये क के देने हैं और इनसे २५ रुपये कम ख के; तो मेरे पास कितनी पूँजी है ?

(३१) दो संख्याओं का जोड़ ७२६ है और छोटी संख्या ५७ है; तो दोनों संख्याओं का अन्तर क्या है ?

(३२) ३२६ और ४१२ के गुणनफल में से कौनसी संख्या घटाई जाय, जिससे वह उनके जोड़ के बराबर हो जाय ?

(३३) एक मनुष्य ने दो पैसे आम की दर से २६० आम बेचे और पैसे की दो की दर से ५० नारङ्गियाँ, तो कुल पैसे उसे कितने मिले ?

(३४) ३७४६ और २१६६३६ का गुणनफल, गुणन की तीन पंक्तियों में निकालो।

(३५) ७३ ८४ और ४२४२८ को तीन पंक्तियों में गुणा करो।

(३६) यदि मेरे पास ३०० रुपये और होते, तो मैं ७५० रु० का एक ऋण भुगता देता और २५ रुपये मेरे पास और रह जाते, तो मेरे पास कितने रुपये हैं ?

(३७) एक गेंद के खेल में क, ख, ग के सम्पूर्ण रन (दौड़ें) १३४ हुए, ख और ग के रन मिलकर ७६ होते हैं और क और ग के मिलकर १००, तो प्रत्येक ने कितने रन किये ?

(३८) क और ख के पास मिलकर ७६ रुपये हैं; ग के पास क और ख के मिले हुए रुपयों से ४६ रुपये कम हैं और ख के पास ग से ६ रुपये अधिक हैं, तो प्रत्येक के पास कितने रुपये हैं ?

(३६) मैंने एक कुत्ता २५ रुपये को मोल लिया, एक बिल्ली इससे १५ रु० कम को और एक घोड़ा कुत्ते और बिल्ली दोनों के दूने मोल से ३० रुपये अधिक को, तो मैंने सब कितने रुपये व्यय किये ?

(४०) एक मनुष्य को तीन ग्राहकों को नारङ्गियाँ बेचकर ज्ञात हुआ कि उसके पास १ रुपये की नारङ्गियाँ शेष रहीं; यदि वह ५ नारङ्गियाँ प्रत्येक ग्राहक को और बेचता, तो उसके पास ३ नारङ्गियाँ रह जातीं; तो बताओ कि उसने १ रुपये की कितनी नारङ्गियाँ बेचीं।

(४१) एक हौज़ में दो नालियाँ हैं, एक नाली से एक मिनट में २४ किलो ग्राम पानी हौज़ में आता है और दूसरी से १४ किलो ग्राम पानी उतने ही समय में निकल जाता है; हौज़ में कितना पानी हो जायगा, यदि ६ मिनट के लिए दोनों नालियाँ खुली रखी जायँ ? यह भी बताओ कि हौज़ में कितना पानी आ सकता है, जबकि दोनों नालियों को १० मिनट खुला रखने से खाली हौज़ भर जायँ।

(४२) एक मनुष्य की मासिक प्राप्ति २५० रु० है और उसका मासिक व्यय १७५ रु० है; तो दो वर्ष में वह कितने रु० बचा लेगा ? (१ वर्ष = १२ मास।)

(४३) एक मनुष्य की अवस्था ५६ वर्ष की है, उसका भाई उससे ७ वर्ष बड़ा है और उसकी बहिन उसके भाई से १२ वर्ष छोटी है, तो उस मनुष्य की उसकी बहिन के उत्पन्न होने के समय क्या अवस्था थी ?

(४४) एक मनुष्य की अवस्था जबकि उसका बड़ा पुत्र उत्पन्न हुआ ३० वर्ष की थी; उस पुत्र की क्या अवस्था होगी, जब उसकी अवस्था ४० वर्ष की होगी और उस मनुष्य की क्या अवस्था होगी, जब वह पुत्र ४० वर्ष का होगा ?

(४५) एक ऐसी संख्या बताओ जिसको यदि वह ६० के १२ गुने में जोड़ी जाय; तो योगफल ७८० हो।

(४६) कलकत्ते से गोलन्दो १५२ मील है; एक रेलगाड़ी कलकत्ते से सवेरे ७ बजे छूटी और गोलन्दो की ओर १६ मील प्रत्येक घण्टे की चाल से चली; तो वह वहाँ के बजे पहुँचेगी ?

(४७) कोई संख्या लो और उसमें से उसके अङ्कों का जोड़ घटाओ; तो शेष संख्या ९ पर पूरी बँट जायगी।

(४८) यदि किसी संख्या को और उसके अङ्कों के जोड़ को भी ९ से भाग दें; तो भाग शेष बराबर होंगे।

(४९) कोई संख्या लो, उसको दो से गुणा करके गुणनफल में १६ जोड़ दो, इस योगफल में २ का भाग दो और भागफल में से ली हुई संख्या को घटा दो; तो ८ शेष रहेंगे।

(५०) कोई-सी तीन लगातार की संख्याओं का गुणनफल ६ से पूरी-पूरी बार बँट जाता है।

आठवाँ अध्याय

दशमलव भिन्न

५२। संख्या-लेखन की साधारण रीति में बाइं ओर से दाहिनी ओर को अङ्कों के हटाने में प्रत्येक स्थान पर (हटने से) उनका मान दसवाँ भाग होता जाता है; जैसे यदि कोई अङ्क सैकड़ा प्रकट करता हो, तो उसके दाहिनी ओर के पास का अङ्क दहाई प्रकट करेगा और उसके पश्चात् का इकाई। यदि संख्या-लेखन की इसी रीति को मानकर इकाई के अङ्क से दाहिनी ओर और अङ्क रखे जायँ, तो इकाई के पश्चात् के अङ्कों का मान उनके साधारण मान का दसवाँ, सौवाँ, हज़ारवाँ इत्यादि भाग होगा; जैसे—

इत्यादि	दहाई	इकाई	दसवाँ	सौवाँ	हज़ारवाँ	दसहज़ारवाँ	इत्यादि
	२	१	२	३	४	५	

ऊपर प्रकट की हुई संख्या यह है "$२१+\frac{२}{१०}+\frac{३}{१००}+\frac{४}{१०००}+\frac{५}{१००००}$" परन्तु इस प्रकार की संख्या लिखने की रीति में यह आवश्यक है कि इकाई के अङ्क का स्थान अच्छे प्रकार प्रकट किया जाय; और यह मान लिया गया है कि वह अङ्क जिसकी दाहिनी ओर (·) चिह्न रखा जाय, इकाई का अङ्क होगा।

इस चिह्न (·) को दशमलव-चिह्न कहते हैं; जैसे, ७४·२५६ से $७४ + \frac{२}{१०} + \frac{५}{१००} + \frac{६}{१०००}$ प्रकट होते हैं और इनको इस प्रकार पढ़ते हैं "चौहत्तर दशमलव दो, पाँच, छः।"

७४·०५६ से $७४ + \frac{२}{१०} + \frac{५}{१००} + \frac{६}{१०००}$ प्रकट होते हैं और इसको इस प्रकार पढ़ते हैं "चौहत्तर दशमलव, शून्य, पाँच, छः।"

०·२०५ वा ·२०५ से $\frac{२}{१०} + \frac{१}{१००} + \frac{५}{१०००}$ प्रकट होते हैं और इसको इस प्रकार पढ़ते हैं "दशमलव, दो, शून्य पाँच।"

५३। पूर्वलिखित संख्या लिखने की रीति के अनुसार लिखी हुई संख्या को 'दशमलव' वा 'दशमलव भिन्न' कहते हैं। विन्दु की बाईं ओर के अङ्कों को पूर्णराशि और उसके दाहिनी ओर के अङ्कों को दशमलव भिन्न बोलते हैं।

सूचना—ऐसी संख्या दशमलव भिन्न कहलाती हैं; क्योंकि दशमलव विन्दु की दाहिनी ओर के प्रत्येक अङ्क से भिन्न प्रकट होती है, जिसका हर १० वा दस का कोई घात होता है; जैसे $२·३४ = २ + \frac{३}{१०} + \frac{४}{१००}$।

५४। दशमलव भिन्न के अन्त के अङ्क की दाहिनी ओर शून्य बढ़ाने से दशमलव का मान न्यूनाधिक नहीं होता; जैसे, २·३५ = २·३५० = २·३५००; क्योंकि इन शून्यों से अन्य अङ्कों का स्थान दशमलव विन्दु की अपेक्षा नहीं बदलता।

सूचना—पूर्ण राशि भी दशमलव रूप में प्रकट की जा सकती है, यदि उसके दाहिनी ओर दशमलव विन्दु लगाकर उसके पश्चात् शून्य रख दें; जैसे, १२ = १२·००।

परन्तु किसी संख्या के दशमलव अङ्क का मान क्रम से दसवाँ, सौवाँ इत्यादि भाग होता जाता है; जैसे, हम दशमलव विन्दु के पास दाहिनी ओर को एक, दो, इत्यादि शून्य रखते हैं,

जैसे, $·१ = \frac{१}{१०}$,

$·०१ = \frac{१}{१००}$,

$·००१ = \frac{१}{१०००}$, इत्यादि।

५५। यह विदित होगा कि दशमलव विन्दु को दाहिनी ओर को एक, दो, तीन..., स्थान हटाकर रखने से दशमलव भिन्न १०, १००, १०००,...,

से गुणित हो जाती है, और इसके विपरीत दशमलव विन्दु को बाईं ओर को एक, दो, तीन..., स्थान हटाकर रखने से वह १०, १००, १०००,..., से विभाजित हो जाती है।

जैसे, २०·३१ = २·०३१ × १०
= २०३·१ ÷ १०।

प्रश्नमाला २१

इनको दशमलव में लिखो—

(१) $\frac{३}{१०}$। (२) २$\frac{१}{१००}$। (३) $\frac{७}{१००}$।

(४) $\frac{१}{१०}+\frac{४}{१०००}$। (५) $\frac{८}{१००००}$। (६) $\frac{६}{१००००००}$।

(७) $१२+\frac{४}{१००}+\frac{६}{१०००००}$। (८) $\frac{१}{१००}+\frac{३}{१०००}+\frac{५}{१००००००}$।

(९) $\frac{१}{१००००}+\frac{१}{१००००००००}$। (१०) $१००+\frac{५}{१०}+\frac{२}{१०००}$।

निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक को १० और १००० से गुणा करो और भाग दो—

(११) ७। (१२) २९। (१३) ·२। (१४) ·०२।
(१५) ३·४। (१६) ७·०३। (१७) १·००३। (१८) ०·००७।
(१९) ३९·२। (२०) २३·४५। (२१) ३०००। (२२) १२३·२।

(२३) वह संख्या लिखो जो ०·०००००१ की दस हज़ार गुनी हो।
(२४) वह संख्या लिखो, जो १०,००० का दस लाखवाँ भाग हो।

५६। दशमलवों के जोड़, व्यवकलन, गुणन और भाग की क्रिया ठीक उसी भाँति की जाती है, जैसे, पूर्ण राशियों की दशा में। इस कारण सामान्य भिन्न की अपेक्षा दशमलव भिन्न का प्रयोग अधिक उपयोगी होता है।

५७। दशमलव जोड़।

उदाहरण। ७२·३०५, ७·०६ और ·७८९६ को जोड़ो।

दशमलवों को एक-दूसरे की नीचे इस प्रकार से लिखो कि सब दशमलव विन्दु एक खड़ी पंक्ति में रहें—

७२·३०५
७·०६
·७८९६

८०·१५४६, उत्तर।

फिर उसी भाँति जोड़ो, जैसे पूर्ण राशियों को जोड़ते हैं, परन्तु इस बात का विचार रखो कि योगफल में दशमलव विन्दु, विन्दुओं की खड़ी पंक्ति के नीचे हो।

प्रश्नमाला २२

इनको जोड़ो—

(१) ३·१२, १२·०२३, ··३२, ४·७। (२) ·०१, ३०, ७·४६६।
(३) ४६·००७, ·०००८, ३, १·३०२२। (४) १·३, ·०२५, ७६, ·००५।
(५) १·२३, २·३४५, ६·७८६१, ·००००१। (६) ·०४, ·००४, ·६३, ·०२६।
(७) ४·०७, ·०८६, २·७०१२, ३·१३६८। (८) ·०००६, ६००, ६·६०६।
(९) ३·३, १०·७०६०२, ·००४, ·४, ·१२। (१०) ७, ·८६२, ·०१, ·०६८।
(११) ७१०+३२·७२६६+·००६०३+३·४+२६३·८६४०७।
(१२) ·१+·०००६५+८४·०५६३+७·३+३२५·६५४३२।
(१३) ६·३+६१७·२४१+·००७८+३७·०४५+८·६६४३+·०१।
(१४) ·७४२५६+३४६·२७४+३००+१०·००००१+·२०७।
(१५) ·०७०५+७१५+७·०५+२१·० ०००७+·०१+·०००४३।
(१६) ४०·००४ रु०+७·२००७ रु०+·००००८ रु०+३००·०३ रु०।
(१७) ७·५४२१२ रु०+३६·४०७ रु०+·०७१७८ रु० +७०० रु०।
(१८) ३० मि०+·००४५ मि०+७·७०८६ मि०+३·७६८५ मि०।
(१९) ३२६ मी०+·०१ मी०+३·१ मी०+·०५७ मी०+·३०८ मी०।
(२०) २·२ सें० मी०+३०·०३ सें० मी०+·३६६ सें० मी०+·७०७२ सें० मी०+८·०००८ सें० मी०।

५८। दशमलव व्यवकलन।

उदाहरण। ३·५८७ को १६·२६ में से घटाओ।

इसमें संख्याओं को उसी भाँति रखो, जैसे जोड़ में। इस प्रकार—

```
  १६·२६
   ३·५८७
 ———————
  १२·७०३, उत्तर।
```

इसमें उसी भाँति व्यवकलन करो जैसे पूर्ण राशियों में, यह मान कर कि वियोज्य के दाहिनी ओर एक शून्य (या अधिक यदि आवश्यकता हो) है; और दशमलव विन्दु को, दशमलव विन्दुओं की खड़ी पंक्ति के नीचे रखो।

चटाओ

प्रश्नमाला १३

व्यवकलन करो—

(१) ३७·०३६ को ४४·१२३ में से। (२) ७·०३८६ को ६·०१ में से।

(३) ·०००७८ को १·१ में से। (४) १००·३८६ को ३००·०६२३४ में से।

(५) ३७·३५ को १०० में से। (६) १०२ को ३०६·१०३ में से।

(७) ·०००७२५ को ·००१ में से। (८) ·०००१२३४ को ·०१२ में से।

(९) ·१२३४५ को ७·६७८६१२३ में से।

(१०) ३·१७०५ को ३४५·६८७५ में से।

(११) ७·३२५ को ८·०२५ में से। (१२) ·६३७५ को ३·०००५ में से।

(१३) १·९९९९ रु० को ९ रु० में से।

(१४) ३२·०००५१ रु० को ३३ रु० में से।

इनका मान बताओ—

(१५) ३·७८६ + ७·००२ − ·००७६ + ·१ − १·००००१।

(१६) ७०० − ·००७ − ०७०७८ − ३·१२३४५ + ·०००२५।

(१७) १०० − ·००७२ − ३·६३४५ − १२ − ·१।

(१८) २००० − (·०७६ + ३·६७००२ − ३·००१२)।

(१९) १·३४५ − ·०७२ − (३·१२३ − ३०·३२१) + १००।

(२०) ३·१४१५९ और ३·१४१६ में से कौनसी संख्या द्वारा संख्या ३·१४१५९२६५३५ अधिक शुद्धता से प्रकट होती है?

(२१) २·७१८२ और २·७१८३ में से कौनसी संख्या द्वारा संख्या २·७१८२८१८२८ अधिक शुद्धता से प्रकट होती है?

५९। दशमलव गुणन।

यदि दो दशमलव भिन्न लेकर उनकी सामान्य भिन्न बनावें और उनको परस्पर गुणन करें, तो ज्ञात होता है कि गुणनफल का अंश वही होता है, जो दोनों दिये हुए दशमलवों में से दशमलव बिन्दुओं को दूर करके उनको गुणन करने से गुणनफल होता है, और उसका हर १ उतने शून्यों सहित होता है, जितने दोनों दी हुई संख्याओं में दशमलव अङ्क होते हैं और यदि इस गुणनफल का दशमलव में रूपान्तर किया जावे, तो उसके दशमलव हों, ... अङ्क में उतने अंश होंगे जितने कि हर में शून्य थे। इससे अग्रलिखित ... दशमलव गुणन का नियम ... है—

दी हुई संख्याओं को पूर्णाङ्क संख्या की भाँति गुणा करो और दोनों उत्पादकों में जितने दशमलव अङ्क हों, गुणनफल में उतने ही अङ्कों को दशमलव अङ्क बना दो। जो गुणनफल में इतने अङ्क न हों, जितने दोनों उत्पादकों में दशमलव अङ्क हैं, तो बाईं ओर शून्य बढ़ाकर अङ्क संख्या पूरी करलो।

उदाहरण। १३·३२५ को ३·२ से और ·०००४६ को ३६ से गुणा करो।

(१) १३·३२५
३·२
२६६५०
३९९७५
४२·६४०० = ४२·६४, उत्तर।

(२) ·०००४६
३६
२७६
१३८
·०१६५६, उत्तर।

प्रश्नमाला २४

गुणा करो—

(१) ३२·४ को २·३ से।
(२) ७·२४ को ५ से।
(३) ६७·२३ को ·००२ से।
(४) ३०·०३ को २०० से।
(५) ·०३२ को ·०३२ से।
(६) ·०४५ को ·००७२ से।
(७) ८००·००८ को ·०३५ से।
(८) ३४·१२३४५ को ७२ से।
(९) ·०२०२ को २०२० से।
(१०) ४०३०·४ को ·००७५ से।
(११) ४·३७९ को ·३७ से।
(१२) ·००१२५ को ·२५ से।
(१३) १०·६०७ को ४०२००० से।
(१४) ·०००६२५ को १२८०० से।
(१५) ७२५ को ·०००८ से।
(१६) ६४०० को ·००१२५ से।
(१७) ५·१२ को ४२·२५ से।
(१८) ४६·०२५ को १२·८ से।
(१९) ·००६४ को ·०१२५ से।
(२०) ·००८४६ को ·००५ से।
(२१) ·००७८५३ को ·००४७६ से।
(२२) ५६·८७५ को ·०१४४ से।
(२३) ·०१५६२५ को ·००६४ से।
(२४) ·०२०४ को ४०·२ से।
(२५) ७०० को ·००५ से।
(२६) ७०·२३५ को ३९·०२ से।
(२७) ४०·२५ को ३०·०४ से।
(२८) १२·८ को ·००७५ से।
(२९) १·१२००५ को ·१२००५ से।
(३०) ९·००६ को ५·४०००५ से।
(३१) २·५×२·५×२·५।
(३२) ·२५×·२५×·२५।
(३३) ·०५×·०८×·०२।
(३४) १·२×२५×·१२।

(३५) ११×१·१×·११ । (३६) २०×·२×·२५ ।
(३७) ·०००५×·००५×·०५ । (३८) ७×·७×·०७×७००० ।
(३९) ·३×·०३×·००३×३० । (४०) २०००×·००५५×२·५ ।

इनका मान बताओ—

(४१) $(६·२५)^{२} - (·५)^{३}$ । (४२) (७४·५ − ·००७)×·०३५ ।
(४३) ७·६ − ३·७×·००९ । (४४) $(·०५)^{२} + ४·५×२०$ ।
(४५) $७·५×·७५ - ७५×·०७५ + (७·५)^{३} - (७·५ - ·७५)×·०७५$ ।

६० । दशमलव भाग—

(१) जब भाजक पूर्ण राशि हो ।

उदाहरण १ । ८०८·९ को २५ से भाग दो ।

क्रिया—२५) ८०८·९ (३२·३५६, उत्तर ।

```
        ७५
        ५८
        ५०
         ८९
         ७५
        १४०
        १२५
        १५०
        १५०
          ×
```

यहाँ पर पूर्णाङ्क संख्याओं की भाँति भाग करो, परन्तु यह याद रखो कि भागफल में उसी समय दशमलव विन्दु रख दो, जबकि पूर्ण राशि का भाग समाप्त हो ।

यदि भाग के पश्चात् कुछ शेषफल रहे (जैसा कि ऊपर के उदाहरण में) तो शेषफल के दाहिनी ओर शून्य लगाकर भाग दो और आगे जो शेषफल आवें उनके साथ यही क्रिया करो और इसी प्रकार करते जाओ; जब तक कि दशमलव अङ्कों की इष्ट संख्या प्राप्त न हो जाय वा जब तक कुछ शेषफल न रहे ।

सूचना—ह्रस्व भाग की रीति का प्रयोग करना उपयोग हो सकता है, जबकि भाजक २० से अधिक न हो या ऐसे उत्पादकों का गुणनफल हो, तो प्रत्येक २० से अधिक न हों ।

उदाहरण २। ·०२५ में ७ का भाग पाँच दशमलव अङ्कों तक देकर भागफल निकालो।

क्रिया—७) ·०२५

·००३५७.........., उत्तर।

(२) जब भाजक दशमलव में हो।

भाज्य और भाजक में दशमलव विन्दु को दाहिनी ओर को इतने स्थान हटाओ, जितने हटाने से भाजक पूर्ण·राशि हो जाय और फिर पूर्वलिखित रीत्यानुसार भाग दो।

सूचना—यह ध्यान रखो कि भाज्य और भाजक में दशमलव विन्दु को दाहिनी ओर समान स्थान हटाने का वही फल है, जो भाज्य और भाजक को एक ही संख्या से गुणा करने का और जो भाज्य और भाजक दोनों एक ही सख्या से गुणा दिये जायँ; तो भागफल न्यूनाधिक नहीं होता।

उदाहरण ३। १२·९६ को १०·८ से भाग दो।

यहाँ १२९·६ को १०८ से भाग देना चाहिए।

क्रिया—१०८) १२९·६ (१·२, उत्तर।
१०८
२१६
२१६
×

उदाहरण ४। ३४·६ को ·०८ से भाग दो।

यहाँ पर ३४६०· को ८ से भाग देना चाहिए।

क्रिया—८) ३४६०·

४३२·५, उत्तर।

६१। सामान्य भिन्न के अंश को हर से भाग देने से वह भिन्न दशमलव रूप में प्रकट की जा सकती है।

उदाहरण। $\frac{५}{८}$ को दशमलव रूप में लाओ।

क्रिया—८) ५·

·६२५, उत्तर।

सूचना—निम्नलिखित फल उपयोगी हैं :—

$\frac{१}{२}$=·५; $\frac{१}{४}$=·२५; $\frac{३}{४}$=·७५; $\frac{१}{८}$=·१२५।

प्रश्नमाला २५

भाग दो—

(१) २९·२१ को २३ से । (२) ३४·३ को २५ से ।

(३) १२९·६ को १०८ से । (४) ·०३०९६ को ७२ से ।

(५) ४५७·७ को २३० से । (६) ·०६२२७ को १३०० से ।

(७) ·०४००९ को १५२० से । (८) ३७०८ को ३६० से ।

(९) ·००२८१ को १४०५ से । (१०) ८३५७ को ४८८ से ।

(११) ·००१००७ को ४७५०० से । (१२) ४३१·३७६ को ८१७० से ।

भाग दो और पाँच दशमलव अङ्कों तक भागफल निकालो—

(१३) ४२·५ को २३ से । (१४) ·०२६९ को २८१ से ।

(१५) १९७ को ७९ से । (१६) ·०४१३२६ को १०१ से ।

(१७) ·००७९ को ३७२ से । (१८) ३१२ को ८४ से ।

(१९) ३५६·५ को २७३ से । (२०) ६·५ को ३४२ से।

(२१) ·००४२ को १२१ से ।

ह्रस्व—भाग की रीति से [illegible] अनधिक छः दशमलव अङ्कों तक भाग निकालो—

(२२) ४·१२५ को २ से । (२३) ३·७३ को ८ से ।

(२४) ·०३४ को ७ से । (२५) २१·२४ को ९० से ।

(२६) १३४ को ११ से । (२७) ३६·७ को १६ से ।

(२८) ·०४३२१ को ८० से । (२९) ८·५६७ को १३ से।

(३०) ·०१ को ६ से ।

भाग दो—

(३१) ·३१२५ को ·०१ से । (३२) ८·४५४ को ·०२४ से ।

(३३) ·५५६८ को २·३२ से । (३४) ६·३३ को ·००२५ से ।

(३५) १७·२८ को ·०१४४ से । (३६) ४ को ·००६२५ से ।

(३७) ·००२८१ को १·४०५ से । (३८) १·७७०८९ को ४·७३५ से ।

(३९) ·००००५ को ·००००००२५ से । (४०) ८१६ को ·०००४ से ।

(४१) ८४·३७५ को ·००३७५ से । (४२) २८७४·४६५ को ·०४५ से ।

(४३) ·८३०६७३ को ·०००२३१ से । (४४) ३३·३६३ को ·००२७५ से ।

(४५) ७ को ·०००४ से । (४६) ·०००७ को ·०००५ से ।

(४७) [illegible] को [illegible] से । (४८) [illegible]२८०२८ को ·[illegible]६ से।

पाँच दशमलव अङ्क तक भागफल निकालो—

(४९) ३·४६१ ÷ ·०२७ । (५०) ·३१२५ ÷ ·०६ ।

(५१) ·२ ÷ ·००६ । (५२) ·०००७५३ ÷ ·००९ ।

(५३) ·००००० १ ÷ ·००००४३१ । (५४) ·५ ÷ ७६·९१३४२ ।

(५५) ४००० ÷ ·०००१२१ (५६) ·६६६६६६ ÷ ·००८ ।

(५७) ·००७ ÷ ·०००७३ । (५८) ४·००६५४ ÷ ३२९·२६५ ।

इनके अनधिक छः दशमलव अङ्कों तक भागफल निकालने में ह्रस्व-भाग की रीति का प्रयोग करो—

(५९) २८ ÷ ·०८ । (६०) ३·७६ ÷ ·००५ । (६१) ·००७६ ÷ ·००३ ।

(६२) ·०१०१ ÷ ·००१६ । (६३) ·००००१२ ÷ ·१३ । (६४) २२९ ÷ ·००७ ।

(६५) ३९·४ ÷ ·००७ । (६६) ४·७६७ ÷ ·००४ । (६७) १३·७५ ÷ ·०१२ ।

(६८) ·०२ ÷ १·१ । (६९) ·०३ ÷ १·४ । (७०) ३·४ ÷ ·००९ ।

इनको सरल करो—

(७१) $\frac{\cdot ००७५ \times २\cdot १}{\cdot ०१७५}$ । (७२) $\frac{१\cdot १८}{\cdot १५२} \times \frac{३\cdot ०४}{३\cdot ९५}$ । (७३) $\frac{\cdot ०८१ \times ५\cdot ७}{१\cdot ७१}$ ।

सूचना—दशमलव भिन्न के बारे में और विवरण आगे मिलेगा ।

नवाँ अध्याय

धन के परिमाण और परिवर्त्तन

६२ । व्यवहार में इससे सुगमता होती है कि बड़ी राशियों का परिमाण (नाप) ज्ञात करने में बड़ी इकाइयों का प्रयोग किया जाय और छोटी राशियों के परिमाण ज्ञात करने में छोटी इकाइयों का; जैसे, हम कहते हैं कि मेज़ का मोल २० रुपये हैं; पुस्तक का मोल ५८ पै० है; खिलौने का मोल ५ पै० है ।

जो विविध इकाइयाँ स्वजातीय राशियों के परिमाण ज्ञात करने में प्रयोग की जाती हैं, उनके आपेक्षिक परिमाणों की सूची को 'परिमाण-पाटी' कहते हैं ।

भारतीय मुद्रा-विभाग
दाशमिक सिक्का प्रणाली

६३। भारत सरकार ने सन् १९०६, के मुद्रा प्रणाली के क़ानून की धारा १४ (२) में संशोधन करके ये दाशमिक नये सिक्के १ अप्रैल सन् १९५७ ई० से भारत में जारी किये हैं।

यह दाशमिक सिक्का प्रणाली संख्या-लेखन तथा संख्या-पठन प्रणाली पर आधारित है। इसमें संख्या १० को ही आधार मानकर गुणा तथा भाग की समस्त क्रियाएँ (गणनाएँ) की जाती हैं; जैसे, किसी संख्या को यदि १० से गुणा करना है, तो उस संख्या की दाहिनी ओर एक शून्य बढ़ा दो, और यदि १० से भाग देना हो, तो दाहिनी ओर के अङ्क को दशमलव अङ्क मान लो। जैसे हमको ३४७ को १० से गुणा करना है, तो गुणनफल ३४७० हुआ अर्थात् अङ्क ७ की दाहिनी ओर एक शून्य (०) बढ़ा दिया। यदि ३४७ को १० से भाग देना है, तो भागफल ३४·७ हुआ अर्थात् अङ्क ७ को दशमलव अङ्क मान लिया और ३४ के बाद दशमलव विन्दु (·) लगा दिया। यदि १०० से गुणा या भाग देना हो, तो गुणनफल में दो शून्य बढ़ा दो और यदि १०० से भाग देना हो, तो दो दशमलव अङ्क मान लो; जैसे ६१७ ÷ १०० = ६·१७। अतः एक रुपया सौ पैसे का मानने से गणना में अत्यन्त सरलता प्राप्त हो गई है। यह दाशमिक सिक्का प्रणाली अन्य बहुत से देशों में प्रचलित है। सबसे पहले इस प्रणाली को फ्रांस ने जारी किया था।

हमारी सरकार ने भी इसी सुगमता अथवा सुविधा के लिए इस प्रणाली का सहारा लिया है। वित्त-विभाग की कठिन समस्याएँ अत्यन्त सरल हो गई हैं।

नये सिक्के नीचे दिये हुए हैं।

ताँबे का सिक्का—१ पैसा।

निकिल के सिक्के—२ पैसे, ५ पैसे, १० पैसे।

निकिल और चाँदी के मिश्रित सिक्के—२५ पैसे, ५० पैसे तथा १०० पैसे (रुपया)।

भारतीय मुद्रा विभाग—नये सिक्के

१ पैसा का सिक्का = चालू रुपये का सौवाँ भाग = $\frac{१}{१००}$ रु० ।
२ पैसे ,, ,, = ,, ,, ,, पचासवाँ भाग = $\frac{१}{५०}$ रु० ।
५ पैसे ,, ,, = ,, ,, ,, बीसवाँ भाग = $\frac{१}{२०}$ रु० ।
१० पैसे ,, ,, = ,, ,, ,, दसवाँ भाग = $\frac{१}{१०}$ रु० ।

दशमलव में मान

१ पैसा	= ·०१ रु० ।
२ पैसे का सिक्का	= ·०२ रु० ।
५ पैसे ,, ,,	= ·०५ रु० ।
१० पैसे ,, ,,	= ·१ रु० ।
२५ पैसे ,, ,,	= ·२५ रु० = $\frac{१}{४}$ रु० ।
५० पैसे ,, ,,	= ·५ रु० = $\frac{१}{२}$ रु० ।
१०० पैसे ,, ,,	= १ रु० ।

तालिका

१ आना	=	६ पै०
२ आना	=	१२ पै०
३ आना	=	१९ पै०
४ आना	=	२५ पै०
५ आना	=	३१ पै०
६ आना	=	३७ पै०
७ आना	=	४४ पै०
८ आना	=	५० पै०
९ आना	=	५६ पै०
१० आना	=	६२ पै०
११ आना	=	६९ पै०
१२ आना	=	७५ पै०
१३ आना	=	८१ पै०
१४ आना	=	८७ पै०
१५ आना	=	९४ पै०
१६ आना	=	१०० पै०

परिवर्त्तन वा रूपान्तर

६४। जो राशि एक ही इकाई द्वारा प्रकट की जाती है उसे 'अमिश्र राशि' कहते हैं। जो राशि एक से अधिक इकाइयों द्वारा प्रकट की जाती है वह 'मिश्र राशि' कहलाती है; जैसे, ७ रु० अमिश्र राशि है; ३ रु० ३० पै० 'मिश्र राशि' है।

'परिवर्त्तन' वा 'रूपान्तर' यह क्रिया है जिसके द्वारा (१) एक मिश्र वा अमिश्र राशि नीचे की किसी इकाई में प्रकट की जाती है; (२) एक अमिश्र राशि उच्च इकाइयों में प्रकट की जाती है।

(१) निम्नग रूपान्तर

६५। उदाहरण। ३४ रुपये ४७ पैसे के पैसे बनाओ।

क्योंकि १ रु० = १०० पै०, ३४ रु० = (३४ × १००) पै०,

= ३४०० पै०।

∴ ३४ रु० ४७ पैसे = (३४०० + ४७) पै०।

= ३४४७ पै०।

प्रश्नमाला २६

पैसे बनाओ :—

(१) ३९ रु०। (२) १०४ रु०। (३) ७२०८ रु०। (४) ३६९८ रु०।

(५) ७४० रु०।

बनाओ :—

(६) ३७०५ रु० के ५० पै० के सिक्के।

(७) ४०८ रु० के २५ पै० के सिक्के।

(८) ७८ रु० के १० पै० के सिक्के।

(९) ३ रु० के ५ पै० के सिक्के।

(१०) ३० रु० से २ पै० के सिक्के।

(११) ३५ रु० ४ पचास पै० के ५० पै० के सिक्के।

(१२) ७६ रु० १५ पचास पै० के १० पै० के बनाओ।

(१३) ३०५ रु० १० पच्चीस पै० के २५ पै० के सिक्के।

(१४) ५५३ रु० ३६ दस पै० के २ पै० के सिक्के।

(१५) ७६९ रु० १८ दो पै० के २ पै० के सिक्के।
(१६) ५२५ रु० १५ दस पै० के ५ पै० के सिक्के।
(१७) १०३ रु० ४५ पाँच पै० के ५ पै० के सिक्के।
(१८) ९७८ रु० के दो पै० के सिक्के।
(१९) ४७ रु० ५ पचास पै० के ५ पैसे के सिक्के।
(२०) ३९ रु० १९ पाँच पै० के ५ पै० के सिक्के।
(२१) यदि एक नारङ्गी का मोल १० पै० हो, तो १ रु० २० पै० की कितनी नारङ्गियाँ आएँगी ?
(२२) ७ रु० ८ पै० से १२ पैसे वाली कितनी पुस्तकें मोल ली जा सकेंगी ?
(२३) १३ रु० ७५ पै०, कितने बालकों को प्रति बालक पीछे २५ पैसे के हिसाब से खाने के लिए दिये जा सकते हैं ?
(२४) ३ रु० ९६ पै० कुछ भिखारियों को दिये गये। प्रत्येक भिखारी को २ पै० दिये तो कितने भिखारी थे ?
(२५) १२ रु० ५० पै० से १ रु० २५ पै० वाले कितने फ़ाउन्टेनपेन ख़रीदे जा सकते हैं ?

(२) उर्ध्वग रूपान्तर

६६। उदाहरण। १९९५ पै० के रुपये बनाओ।

क्रिया— ∵ १०० पै० का एक रुपया होता है।

∴ १००) १९९५ (१९
 १९००
 ——
 ९५

१९ रु० ९५ पैसे, उत्तर।

प्रश्नमाला २७

रुपये, पैसे बनाओ—

(१) १०००० पै०। (२) ३०७९३ पै०। (३) ३९४८ पै०।
(४) ७८२३ पै०। (५) ११११ पै०।

२ पैसे बनाओ—

(६) ३७६ पै०। (७) ५४० पै०। (८) ३०० रु०।
(९) सत्तर दस पैसे। (१०) सैंतालिस पचास पैसे।

५ पैसे बनाओ—

(११) ५५ रु० । (१२) ६६५ पैसे । (१३) ४८५ दो पैसे ।

(१४) १६७ दस पैसे । (१५) ३४५ पचीस पसे ।

(१६) ४७६ पचास पैसे ।

१० पसे बनाओ—

(१७) ४७ रु० । (१८) ४६० पैसे । (१९) ४४४ पचास पसे ।

(२०) ३८० पचीस पैसे ।

२५ पैसे बनाओ—

(२१) ५१ रु० । (२२) ३७५ पैसे । (२३) ४१ पचास पसे ।

(२४) ५०० दो पैसे ।

(२५) मैंने ९६ भिखारियों में से प्रत्येक को १० पैसे दिये, तो मैंने कितने रुपये व्यय किये ?

(२६) ५ पैसे वाले १०० पोस्टकार्डों को मोल लेने में कितने रुपयों की आवश्यकता होगी ?

दसवाँ अध्याय

मिश्र योग

६७ । निम्नलिखित उदाहरण से मिश्र राशियों के योग करने की विधि बिदित होगी ।

उदाहरण १ ।

जोड़ो—

रु०	५० पै०	२५ पै०	१० पै०	५ पै०	२ पै०	पै०
१०	१	१	२	१	१	१
१५	१	०	१	१	१	१
६	१	१	२	१	१	१
७	१	१	२	१	१	१
२	१	१	२	१	१	१
४४	१	१	०	१	०	०

=४४ रु०+५० पै०+२५ पै०+५ पैसे

=४४ रु० ८० पैसे

दशमलव में मान=४४ रु० ८० पै०=चवालीस रु० ८० पैसे

पुनः		
	१०·७५	दस रु० ७५ पै०
	२१·४३	इक्कीस रु० ४३ पै०
	६३·७६	तिरेसठ रु० ७६ पै०
	१२५·०१	एक सौ पच्चीस १ पै०
	२२०·९५	दो सौ बीस रुपये ९५ पै० ।

प्रश्नमाला २८

योग—

(१)

२५ पै०	पै०
०	२२
१	२४
२	८
१	६

(२)

५० पै०	पै०
१	
१	२६
२	२
०	४१

(३)

१० पै०	पै०
१३	२
१०	३
९	०
८	८

(४)

५ पै०	पै०
२	३
४	१
७	०
१	४

(५)

२ पै०	पै०
३	१
४	०
१०	१
५	१

(६)

रु०	१० पै०	पै०
९	८	५
१५	७	३
९	६	४
१०	९	१
८	०	७

(७)

रु०	२५ पै०	पै०
१२	३	५
७	२	७
२०	१	६
३१	०	४
१२	१	८

(८)

रु०	पै०
१००	१७
२९	१५
७	१०
३०९	००
७६	१६
७७०	७७
८६	१९

(९)

रु०	५ पै०
८	१६
१७	११
३०९	१२
१२३४	१३
२३९	१७
२६	०७
७	०३
२९	१४
१००	१५

(१०)

रु०	१० पै०	पै०
८९६	९	८
६४	८	२
४२	७	४
४२७६	५	७
७६२४	४	९
७२	८	३
७२६	७	९
३७२५	७	८
३४६	९	५

(११)

रु०	पै०
७६	९
१२४९	१२
३४००	१५
३४३	००
८२	०८
७	०९
७४३	११
३७६	१३
८८२४	७९
७२८६	२७
५१०	१५
३६	०७
९	१९
९८२	१२

(१२)

रु०	२ पै०
३७४	१२
४८३	१३
७६८२	१४
३००	१५
८२	११
४	३७
९२	४९
७	०४
८९	२७
३४५	०९
९८७६	१९
४२४२	४१
१२३	१६
९९	०५

(१३)

रु०	पै०
३८४६	२०
८४६३	१७
७६८	८९
९६८	५२
३९	२७
४६	३७
७	७२
८	७५
१२	८२
१०	५८
३४६	६७
७८९	२६
१२३४	१४
५६७८	७०

योग करो :—

(१४) २६ रु० ९ पै० और १३ रु० ११ पै० और ९ रु० ५८ पै० और ६७ रु० ७७ पै० और २४ रु० ४० पै० और ३९ रु० ३७ पै० ।

(१५) १७ रु० ६० पै० और ६१ रु० १५ पै० और १८ रु० ५६ पै० और २८ रु० २१ पै० और २१ रु० १० पै० और ६३ रु० २१ पै० ।

(१६) २१ रु० ११ पै० और ३७ रु० ५६ पै० और ४ रु० ६५ पै० और १७ रु० २१ पै० और ३४ रु० ५५ पै० और ४७ रु० ७७ पै० ।

(१७) ३६ रु० ४ पै० और ६७ रु० ५० पै० और १०१ रु० ७२ पै० और ३५७ रु० ५६ पै० और ४२० रु० २० पै० और १७८७ रु० २५ पै० ।

(१८) ६७११ रु० और ५८५ रु० ५८ पै० और १००१ रु० और ६८७ रु० १७ पै० और १५२५ रु० ४ पै० और ७८७ रु० ८७ पै० और ५०० रु० ४६ पै० ।

(१९) २८७ रु० २० पै० और ३११ रु० १० पै० और ७६६ रु० ७७ पै० और ११११ रु० और १२०३ रु० १३ पै० और ३००३ रु० ७६ पै० और ७३६५ रु० ५२ पै० ।

ग्यारहवाँ अध्याय

मिश्र व्यवकलन

६८ । एक मिश्र राशि में से दूसरी मिश्र राशि के व्यवकलन की विधि निम्नलिखित है :—

उदाहरण । १२ रु० २८ पै० में से ७ रु० ५० पै० को घटाओ ।

१२ रु० २८ पै०	=	१२·२८ रु०
७ रु० ५० पै०	=	७·५० रु०

दशमलव घटाने की रीति का प्रयोग कैसे हो—

रु०
१२·२८
७·५०
―――――
४·७८ रु०

४ रु० ७८ पै०, उत्तर ।

प्रश्नमाला २६

व्यवकलन करो—

(१) ७ रु० ५३ पै० को १३ रु० ७६ पै० में से।
(२) २८ रु० ७८ पै० को ३० रु० ५८ पै० में से।
(३) ३ रु० ५१ पै० को १३ रु० २५ पै० में से।
(४) ३६ रु० ८६ पै० को ७६ रु० ७५ पै० में से।
(५) १४ रु० ७५ पै० को १५ रु० ६५ पै० में से।
(६) १०६ रु० ५६ पै० को ११० रु० ६० पै० में से।
(७) ७२६ रु० ६० पै० को १००० रु० ७८ पै० में से।
(८) १८ रु० ६६ पै० को २२ रु० २५ पै० में से।
(९) ३२ रु० ४५ पै० को ५० रु० में से।
(१०) ८ रु० ६६ पै० को २५ रु० ८३ पै० में से।
(११) ११४ रु० ६१ पै० को ११५ रु० ६ पै० में से।
(१२) १५६ रु० २१ पै० को १६८ रु० ३७ पै० में से।
(१३) १३४५ रु० को १५१३ रु० ७० पै० में से।
(१४) ४६२६ रु० ३० पै० को ६११८ रु० ५४ पै० में से।
(१५) २७५७ रु० ६६ पै० को ७४३० रु० २१ पै० में से।
(१६) ६८६ रु० २६ पै० को ६०८२ रु० ६० पै० में से।
(१७) ५८६ रु० ६० पै० को ५३४० रु० ३१ पै० में से।
(१८) ३०७ रु० ६ पै० को ४००१ रु० १ पै० में से।
(१९) २१०७ रु० ८७ पै० को ३००० रु० ३ पै० में से।
(२०) १४२४ रु० ६७ पै० को १६०० रु० में से।

विविध प्रश्नमाला २६ क

(१) यदि मैं प्रति दिन ६ पैसे व्यय करूँ; तो ३८४ दिन में मेरा कितना व्यय होगा?

(२) मैंने ३६४ आम हर एक आम ७ पैसे की दर से मोल लिए, तो मुझे कुल क़ीमत में कितने रुपये, और कितने पैसे देने पड़े?

(३) एक लाख रुपये, और एक लाख सत्तासी पैसे का योगफल बताओ।

(४) मैंने एक दुकान से एक अङ्कगणित १ रु० ३९ पैसे को और एक भूगोल १ रु० १६ पैसे को और एक इतिहास १ रु० ४८ पैसे को मोल लिए; तो बताओ मुझको कुल क्या देना पड़ा।

(५) यदि १५८ रु० ४८ पैसे में से ८९ रु० ८७ पैसे दे दिये जावें, तो बाक़ी कितने रहेंगे ?

(६) दो थैलियों में ३२०१ रु० १६ पैसे हैं; यदि उनमें से एक में १२३८ रु० ६७ पैसे हों, तो दूसरी में कितने होंगे ?

(७) मैंने सोमवार को ३ रु० ३४ पैसे, मङ्गल को ४ रु० ३३ पैसे, बुध को ५ रु० ४२ पैसे, वृहस्पति को ९ रु० ८० पै०, शुक्र को १० रु० ३३ पैसे, शनिवार को ८ रु० २० पैसे, इतवार को ३ रु० १४ पैसे ख़र्च किये; तो बताओ सम्पूर्ण सप्ताह में मेरा कितना ख़र्च हुआ।

(८) ३२४ रु० १२ पैसे में कितना जोड़ने से योगफल ४०० रु० होगा ?

(९) १२२४ रु० २३ पैसे में से कितना घटाने से शेष ८९ रु० ७७ पैसे रहेगा ?

(१०) कितने रुपयों में से १० रु० २२ पैसे घटावें कि शेष १५ रु० ७८ पैसे रह जावें ?

(११) मोहन के पास ५ रु० २० पै० हैं और सोहन के पास मोहन से १ रु० १६ पैसे कम हैं; तो बताओ सोहन के पास क्या है।

(१२) मोहन के पास २५ रु० ६१ पैसे हैं और सोहन के पास मोहन से ५ रु० ७२ पैसे अधिक हैं; तो बताओ सोहन के पास क्या है।

(१३) मोहन के पास ३० रु० ३३ पैसे हैं, सोहन के पास मोहन से १ रु० ३४ पैसे अधिक हैं, रोहन के पास सोहन से ४ रु० २० पैसे कम हैं; तो बताओ रोहन के पास क्या है।

(१४) एक गाय और भस की क़ीमत ८०० रु० है, यदि गाय की क़ीमत २३५ रु० ५० पैसे हो, तो भैंस की क़ीमत क्या है ?

(१५) एक मनुष्य ने एक महीने में ३७५ रु० कमाये और २८३ रु० ३३ पैसे ख़र्च किये और दूसरे महीने में २३६ रु० कमाये और २१९ रु० २८ पै० ख़र्च किये; तो उसकी दो महीने की बचत बताओ।

(१६) मैंने एक मकान ३२२२ रु० में ख़रीदा और २४३ रु० ५३ पै० उसकी मरम्मत में लगे, बाद को वह मकान ३६०० रु० में बेच दिया; तो बताओ मुझे क्या लाभ हुआ।

(१७) एक मनुष्य २१५० रु० का ऋणी है, उसने ३२५ रु० २० पै० और १३३६ रु० १४ पै० दो बार में दिये, तो उसको अब कितना देना रहा ?

(१८) १००० रु० में से एक मनुष्य को २४७ रु० २४ पै० और दूसरे को ३७५ रु० २६ पै० देने के बाद क्या बाक़ी रहेगा ?

(१९) एक मनुष्य ने २० रु० ३० पै० कमाये, उनमें से २ रु० ३९ पै० अपनी स्त्री को और ५ रु० १७ पै० लड़के को दिये; तो बताओ उसने अपने पास क्या रक्खा।

(२०) एक गड़रिया २ भेड़ और १ बकरी लेकर पठ को गया और उसने हर एक भेड़ २३ रु० ५३ पै० को और बकरी ५३ रु० ४७ पै० की बेची; तो बताओ वह कितने रुपये घर को लाया।

(२१) एक मनुष्य ने सेविङ्ग बक में भिन्न-भिन्न समय में ३७ रु० २५ पै० तथा १४ रु० ५० पै० और १२ रु० ७५ पै० जमा किये और बाद को २१ रु० ७५ पै० उसमें से ले लिये; तो बताओ कि अब बक में उसका कितना रुपया बाक़ी रहा।

(२२) ४ मनुष्यों के पास मिलाकर १०००० रु हैं। उनमें से एक के पास १५० रु० ६६ पै०, दूसरे के पास ३४० रु० १७ पै० और तीसरे के पास ९९० रु० ८० पै० हैं; तो बताओ चौथे के पास कितने रुपये हैं।

(२३) मोहन के पास १ रु० ३४ प० और सोहन के पास १ रु० १७ पै० हैं। यदि मोहन सोहन को १ रु० २० पै० और सोहन मोहन को १ रु० ११ पै० दे दें; तो अब किसके पास अधिक रुपया होगा और कितना अधिक ?

(२४) १० रु० ९५ पै० और १ रु० ७८ पै० के योगफल में कितना जोड़ें कि कुल २५ रु० हो जायें ?

(२५) क के पास ३२ रु० ४२ पै० और ख के पास ३० रु० हैं; यदि क ५ रु० २२ पै० ख को दे देवे; तो अब ख के पास क से कितना रुपया अधिक होगा ?

(२६) एक मनुष्य के पास एक लाख पचास हज़ार रुपये थे; उसने उनमें से दस लाख पै० अपनी स्त्री को, दस लाख ५ पै० अपने लड़के को और बाक़ी अपनी लड़की को दे दिये; तो बताओ लड़की को क्या मिला।

(२७) एक गाय और एक बछिया की क़ीमत ५८० रु० ५२ पै० है: यदि गाय की क़ीमत ५०२ रु० ७८ पै० हो; तो उसकी क़ीमत बछिया की क़ीमत से कितनी अधिक है ?

(२८) एक गाड़ी और एक घोड़े की क़ीमत ५२५ रु० ५५ पै० है; यदि घोड़े की क़ीमत १९२ रु० ६४ पै० हो, तो उसकी क़ीमत गाड़ी की क़ीमत से कितनी कम है ?

(२९) मोहन के पास ६० रु० ३३ पै० हैं, सोहन के पास ४० रु० ६१ पै० हैं और रोहन के पास ३० रु० ५३ पै० हैं; तो बताओ मोहन के पास सोहन और रोहन के मिले हुए रुपयों से कितने कम हैं।

(३०) मोहन के पास ५०० रु० हैं और सोहन के पास २२८ रु० ३१ पै० हैं; तो बताओ सोहन के पास और कितने होने से मोहन के धन के बराबर होंगे।

(३१) मैंने १०००० आम हर एक आम ५ पै० की दर से मोल लिये; तो बताओ मुझे कितने रुपये देने पड़े।

(३२) किसी बज़ाज़ ने कपड़े का एक थान ५५ रु० ४८ पै० को और दूसरा थान ४८ रु० ३४ पै० को बेचा और उसको ७ रु० १६ पै० मिले; तो बताओ उसको और कितने रुपये मिलने चाहिये।

(३३) एक मनुष्य ने ४८९ रु० ३४ पै० और १८७४ रु० ६७ पै० क़र्ज़ देने के लिए एक मकान ९७२ रु० ५० पै० को और एक बाग़ १५२० रु० ५ पै० को बेच डाला; तो बताओ उसको उन क़र्ज़ों के देने के बाद क्या बच रहेगा।

(३४) क, ख और ग से पास मिलाकर ६३२५ रु० ५५ पै० हैं; यदि क के पास २३२२ रु० ९१ पै० हों और ख के पास क से ३७ रु० ३९ पै० कम हों, तो ग के पास कितने रुपये हैं ?

(३५) मोहन के पास ३२८ रु० ६१ पैसे हैं; यदि सोहन के पास जितने रुपये हैं उनसे ७ रु० २२ पै० अधिक होते, तो मोहन के धन का दूना होता; तो बताओ सोहन के पास कितने रुपये हैं।

(३६) ५३२ रु० ५० पै० में से ३७ रु० ७१ पै० ख़र्च करने से क्या बच रहेगा?

(३७) मैंने २०३ रु० ५२ पैसे को एक कपड़े का थान मोल लिया उसको कितने रुपये को बेचने से मुझको १६ रु० ४८ पैसे का लाभ होगा?

(३८) कुछ असबाब ३२४ रु० ५६ पैसे को बेचने से मुझे ७२ रु० ६५ पैसे का लाभ हुआ; तो बताओ मैंने कितने का असबाब मोल लिया था।

(३९) क के पास १२०० रु० ७० पैसे हैं, ख के पास १००० रु० हैं; यदि क, ख को १७५ रु० ३६ पै० दे देवे, तो ख के पास क से कितने रुपये अधिक हो जायेंगे?

(४०) एक थैली में ३९० रु० ५५ पैसे और दूसरी में ४०७ रु० १७ पैसे हैं; यदि पहली में से ७८ रु० ३४ पै० निकालकर दूसरी में और दूसरी में से १०० रु० ८३ पैसे निकालकर पहली में रख दिये जायँ; तो हर एक थैली में कितने कितने रुपये हो जायेंगे?

(४१) मेरे पास ३ रु० ३९ पैसे तथा २ रु० ५८ पैसे की क़ीमत की दो किताबें हैं, यदि मैं उनके बदले ७ रु० २२ पैसे की क़ीमत की एक किताब ले लूँ; तो दुकानदार को मुझे नक़द क्या देना पड़ेगा?

बारहवाँ अध्याय

मिश्र गुणन

६९। किसी दी हुई मिश्र राशि को अनेक बार जोड़ने की संक्षेप विधि को मिश्र गुणन कहते हैं।

इसकी क्रिया निम्नलिखित है :—

उदाहरण। ५ रु० ७५ पैसे को ७ और ३५ से गुणन दो।

५ रु० ७५ पैसे = ५·७५ रु०

दशमलव गुणन की रीति का प्रयोग करो :—

५·७५	५·७५
७	३५
४०·२५ रु०	२८७५
	१७२५
=४० रु० २५ पैसे, उत्तर।	२०१·२५ रु०
	२०१ रु० २५ पैसे, उत्तर।

अथवा ३५ से गुणा देने में प्रथम ७ से गुणा दो और गुणनफल को फिर ५ से।

प्रश्नमाला ३०

गुणन करो—

(१) ३ रु० ५० पैसे को ३, ५ और ७ से।
(२) ६ रु० ७७ पैसे को ५, ७, ६ से।
(३) ३६ रु० ८७ पैसे को ११, १३, १६ से।
(४) २६ रु० ६७ पैसे को ३, ७, ६ से।
(५) ३७ रु० ४६ पसे को ६, ८, १३ से।
(६) ४० रु० ११ पैसे को ५, ६, १२ से।

[निम्नलिखित उदाहरणों में गुणनीयकों द्वारा गुणन करने की विधि का प्रयोग करो।]

(७) २ रु० २५ पैसे को २१, ३२, २५ से।
(८) ३६ रु० ७६ पैसे को ५६, ६६, १०० से।
(९) ४८ रु० ८१ पसे को १२५, १२१, १४४ से।
(१०) ३४ रु० ६३ पैसे को ८१, ६४, ८०० से।
(११) ४८ रु० ४७ पैसे को ६६, ७२, ४२० से।

मान निकालो—

(१२) ६ वस्तुओं का २३ पैसे प्रत्येक वस्तु की दर से।
(१३) ५६ वस्तुओं का २ रु० २५ पैसे प्रत्येक वस्तु की दर से।
(१४) ८१ वस्तुओं का १५ पैसे प्रत्येक वस्तु की दर से।
(१५) १०० वस्तुओं का ४६ पैसे प्रत्येक वस्तु की दर से।
(१६) १००० मीटर बनात का ५ रु० ६५ पैसे प्रत्येक मीटर की दर से।
(१७) ७०० पुस्तकों का ३१ पैसे प्रत्येक पुस्तक की दर से।
(१८) ३००० किलो ग्राम गेहूँ का ६८ पैसे प्रत्येक किलो ग्राम की दर से।

गुणन करो—

(१९) २७ पैसे × ४ । (२०) ३१ पसे × ५ । (२१) ३४ पैसे × ७ ।
(२२) ४१ पैसे × ६ । (२३) ४८ पैसे × ९ । (२४) ५९ पैसे × ८ ।
(२५) १ रु० २५ पैसे × ५ । (२६) १ रु० ११ पैसे × १० ।
(२७) १ रु० ८५ पसे × ११ । (२८) २ रु० ६३ पैसे × १२ ।
(२९) ४ रु० ५९ पैसे × ९ । (३०) ७ रु० ७५ पैसे × ४ ।
(३१) ९ रु० १९ पैसे × ३ । (३२) ८ रु० ८४ पैसे × ७ ।
(३३) ९ रु० ९५ पैसे × ६ । (३४) २ रु० ८० पैसे × ८ ।
(३५) ६ रु० ३३ पैसे × १२ । (३६) ७ रु० ३० पैसे × १० ।
(३७) २३ रु० ३५ पैसे × ६ । (३८) ८३ रु० ६७ पैसे × ९ ।
(३९) ४६ रु० ६१ पैसे × ५ । (४०) ३८ रु० ८९ पैसे × ७ ।
(४१) ५५ रु० ७७ पैसे × १४ । (४२) ७४ रु० ६१ पैसे × १५ ।
(४३) ३२ रु० ९८ पैसे × १६ । (४४) २४० रु० ६७ पैसे × २० ।
(४५) ३४ रु० १७ पैसे × २१ । (४६) १७ रु० ८२ पैसे × २४ ।
(४७) १०१ रु० ८९ पैसे × ३५ । (४८) ७२ रु० २८ पैसे × ४२ ।
(४९) ५६ रु० ६४ पैसे × ५५ । (५०) ३३ रु० ७० पैसे × ६४ ।
(५१) १०८ रु० ३१ पैसे × ७२ । (५२) ७३ रु० ९१ पैसे × ८१ ।
(५३) ३२ रु० ८४ पैसे × ८० । (५४) ७६ रु० १६ पैसे × ९६ ।
(५५) ७ रु० ६७ पैसे × १०० । (५६) ९ रु० ६१ पैसे × ६०० ।
(५७) ३ रु० ९२ पैसे × १००० । (५८) ९ रु० ३६ पैसे × ४५० ।
(५९) २ रु० १९ पैसे × २८८ । (६०) ६ रु० ९८ पैसे × ३२० ।

उदाहरण । १२ रु० ५३ पैसे को ४७३ से गुणन करो ।

१२ रु० ५३ पैसे = १२·५३ रु०

क्रिया—

```
      रु०
    १२·५३
       १०
   ———————
   १२५·३०
       १०
  ————————
  १२५३·००
         ४
```

तीसरी पंक्ति को ४ से गुणा देने से ५०१२·०० गुणनफल ४०० से ।
प्रथम पंक्ति को ७० से गुणा दने से ८७७·१० „ ७० से ।
प्रथम पंक्ति को ३ से गुणा देने से ३७·५९ „ ३ से ।
अन्त के तीनों फलों को जोड़ने से ५९२६·६९ „ ४७३ से ।

५९२६ रु० ६९ पैसे, उ० ।

प्रश्नमाला ३१

गुणन करो—

(१) ३ रु० २८ पैसे को २३, ३७ से।

(२) ७ रु० ८० पैसे को ३७, ४७ से।

(३) ३ रु० ८४ पैसे को ४२१, ७०४ से।

(४) २ रु० ७७ पैसे को २१७५, ३०७० से।

(५) ४ रु० ४७ पैसे को ५११, ११२ से।

(६) ३ रु० ५८ पैसे को ३६८४, १२३७ से।

(७) ६ रु० ६९ पैसे को ७५३, ८२९ से।

(८) ७ रु० ९ पैसे को ११११, १२३१ से।

(९) एक मनुष्य ७ रु० ५५ पैसे प्रति दिन खर्च करता है; तो ३६५ दिन के साल में वह क्या खर्च करेगा?

(१०) ५०३ किलो ग्राम चावलों के दाम २० रु० १८ पैसे किलो ग्राम की दर से निकालो।

गुणन करो—

(११) १ रु० ८ पैसे × ७३।

(१२) २ रु० २० पैसे × ८९।

(१३) ७ रु० ५८ पैसे × ५८।

(१४) ८ रु० २३ पैसे × ७९।

(१५) ३ रु० ७७ पैसे × १०६।

(१६) ६ रु० ८३ पैसे × २०३।

(१७) ७ रु० १७ पैसे × ३०५।

(१८) ११ रु० ३३ पैसे × २४१।

(१९) ६ रु० १६ पैसे × ४८२।

(२०) ३ रु० ५९ पैसे × ५१७।

(२१) १ रु० ७८ पैसे × ९२३।

(२२) ६ रु० १३ पैसे × ६३७।

(२३) ५० रु० १४ पैसे × ८९२।

(२४) ९ रु० ५७ पैसे × ७२७।

(२५) १ रु० १७ पैसे × ३१८।

(२६) १०२ रु० ८९ पैसे × ३४९।

(२७) १२ रु० ५८ पैसे × १४५।

(२८) ७ रु० ६९ पैसे × २१७५।

(२९) ९ रु० २८ पैसे × ३२१०।

(३०) ३ रु० ३९ पैसे × ३६८४।

तेरहवाँ अध्याय

मिश्र भाग

७० । किसी मिश्र राशि को किसी अनवच्छिन्न संख्या से भाग देने अर्थात् उसको समान भागों की दी हुई संख्या में विभाग करने की क्रिया अग्रलिखित होती है ।

उदाहरण १ । १३७ रु० ४६ पैसे को २९ से भाग दो :—

क्रिया—दशमलव भाग की रीति का प्रयोग करो ।

१३७ रु० ४६ पैसे = १३७·४६ रु०

```
      ४·७४
२९) १३७·४६
    ११६
    ---
    २१४
    २०३
    ---
    ११६
    ११६
    ---
     ×
```

४·७४ रु० = ४ रु० ७४ पैसे, उ० ।

प्रश्नमाला ३२

भाग दो—

(१) ७२ रुपये २२ पैसे को २३ से ।
(२) २८६ रुपये ७४ पैसे को ५९ से ।
(३) ४५३ रुपये ८४ पैसे को ६१ से ।
(४) ८५० रुपये ४ पैसे को ७९ से ।
(५) १०२४ रुपये ८० पैसे को ८० से ।
(६) ५८२ रुपये १२ पैसे को ९८ से ।
(७) ४९७५ रुपये ७५ पैसे को ३२५ से ।
(८) ५०४९ रुपये ८८ पैसे को ४९९ से ।

नीचे लिखे ६ उदाहरणों में भाग की ह्रस्व विधि का प्रयोग करो :—

(९) १३ रु० ९६ पैसे ÷ २ । (१०) २२५ रु० ८८ पैसे ÷ ४ ।

(११) ७२८ रु० ९० पैसे ÷ ५ । (१२) १००७ रु० ६५ पैसे ÷ ७ ।

(१३) ३२९ रु० ७६ पैसे ÷ ८ । (१४) १२४३ रु० ५३ पैसे ÷ ९ ।

नीचे लिखे ४ उदाहरणों में उत्पादकों द्वारा भाग दो :—

(१५) २७ रु० ६० पैसे ÷ २४ । (१६) १६० रु० २३ पैसे ÷ ४९ ।

(१७) ३२३ रु० १२ पैसे ÷ ५६ । (१८) ६८३ रु० ६४ पैसे ÷ ५४ ।

(१९) काग़ज़ के १४० दस्तों का मोल ८६ रु० ८० पैसे हैं; तो एक दस्ते का मोल बताओ ।

(२०) यदि ५५ पुस्तकें ३७ रु० ९५ पैसे को बिकें; तो एक पुस्तक का क्या मोल है ?

(२१) यदि २८८० वस्तुओं का मोल ४८९ रु० ६० पैसे हो; तो एक वस्तु का क्या मोल होगा ?

भागफल निकालो—

(२२) ७ रु० ३ पैसे ÷ १९ । (२३) २७ रु० ५५ पैसे ÷ २९ ।

(२४) ७९० रु० ७८ पैसे ÷ १९ । (२५) ३२५० रु० ÷ २६ ।

(२६) ४४ रु० ५२ पैसे ÷ ५३ । (२७) ८६ रु० ९२ पैसे ÷ ४१ ।

(२८) २२ रु० ४४ पैसे ÷ ३४ । (२९) १०१५ रु० ७५ पैसे ÷ १७ ।

(३०) ८९८ रु० ३८ पैसे ÷ २३ । (३१) २९५ रु० ७४ पैसे ÷ ४१ ।

(३२) ३२८१ रु० ७ पैसे ÷ ४७ । (३३) २८०७ रु० २२ पैसे ÷ ५९ ।

(३४) २०१८३ रु० ७६ पैसे ÷ ६८ । (३५) १८२२३ रु० ३६ पैसे ÷ ९२ ।

(३६) ५११४ रु० ८१ पैसे ÷ ९७ । (३७) २७७४ रु० ३८ पैसे ÷ ९८ ।

(३८) ८१९ रु० ९२ पैसे ÷ ७४ । (३९) ८९६२ रु० ३२ पैसे ÷ १०७ ।

(४०) १९४१८ रु० २६ पैसे ÷ २०२ । (४१) २६८४० रु० १७ पैसे ÷ २४१ ।

(४२) १७३६४ रु० ४८ पैसे ÷ ३०४ । (४३) ५४७७२ रु० २३ पैसे ÷ ६३६ ।

(४४) ६६९६२ रु० ४४ पैसे ÷ ४४६ ।

उदाहरण २। ९७ रु० १५ पै० को ३१ समान भागों में विभाग करो—

```
९७ रु० २५ पै० = ९७·२५ रु०
              ३·१३
         ३१) ९७·२५
             ९३
             ४२
             ३१
             ११५
              ९३
              २२
```

यहाँ पर भाग के पश्चात् २२ पै० शेषफल रहता है और यह विदित है कि यदि भागफल ३ रुपये २२ पै० को भाजक से गुणा दें तो गुणनफल भाज्य से २२ पैसे न्यून होगा, फिर यदि ३ रुपया १४ पै० को भाजक से गुणा दें तो गुणनफल भाज्य से ९ पै० अधिक होगा। इसलिए अन्त का भागफल शुद्ध उत्तर के निकटतम है, इस कारण भागफल निकटतम पै० तक ३ रुपये १४ पै० है।

नियम। भाग करने के पश्चात् यदि कुछ पै० शेष रहें और उनकी संख्या भाजक के आधे से कम हो तो प्राप्त हुआ ही भागफल सर्वोपरि निकट पै० तक शुद्ध उत्तर रहेगा, परन्तु यदि उनकी संख्या भाजक के आधे से अधिक हो तो प्राप्त हुए भागफल में एक पै० जोड़ने से सर्वोपरि निकट पै० तक शुद्ध उत्तर मिलेगा और जब शेष पै० की संख्या भाजक की आधी ही हो; तो दोनों उत्तर शुद्ध कहे जा सकते हैं।

प्रश्नमाला ३३

भाग दो और भागफल सर्वोपरि निकट पै० तक निकालो—

(१) ३५ रुपये ४३ पैसे को ७ से।

(२) ४९ रुपये ५ पै० को १० से।

(३) ६८ रुपये ९ पै० को ४१ से।

(४) ४२७ रुपये २ पै० को ५६ से।

(५) ७२८ रुपये ६४ पै० को ६७ से।

भाग दो—

(६) ४९११ रुपये ९२ पै० को २४ से।

(७) ७८९४ रुपये ३० पै० को ५५ से।

(८) ४७८८७ रुपये ९६ पै० को ७३१ से।

७१। किसी मिश्र राशि को उसी जाति की दूसरी मिश्र राशि से भाग देने अर्थात् यह जानने के लिए कि पहली राशि में पिछली राशि कितनी बार सम्मिलित है, नीचे लिखे उदाहरण की भाँति क्रिया की जाती है:—

उदाहरण—२ रुपया १९ पै०, ५० रुपये ३७ पै० में कितनी बार सम्मिलित है ?

प्रथम मिश्र राशियों को एक श्रेणी के रूप में कर लो, फिर सामान्य भाग के अनुसार कार्य करो।

२ रुपया १९ पै०=२१९ पै०; ५० रुपये ३७ पै०=५०३७ पै०, अब ५०३७÷२१९=२३।

∴२ रुपया १९ पै०, ५० रुपये ३७ पै० में २३ बार सम्मिलित है।

(सूचना) ७० वें अनुच्छेद की विधि को 'भाग-मान निर्णय' और ७१ वें अनुच्छेद की विधि को 'भाग-सख्या निर्णय' कहते हैं।

प्रश्नमाला ३४

कै बार सम्मिलित हैं—

(१) १५ रुपया ४५ पैसे, १३९ रुपया ५ पैसे में ?

(२) २० रुपया ७८ पैसे; ३११ रुपया ७० पैसे में ?

(३) ५३ रुपया ६७ पैसे, १२८८ रुपया ८ पैसे में ?

भाग देकर भागफल और भाग शेष निकालो—

(४) २१८ रुपया १६ पैसे को ७ रुपया ४५ पैसे से।

(५) ३७६ रुपया ४१ पैसे को १७ रुपया ७६ पैसे से।

(६) ३०५ रुपया ७ पैसे को ७ रुपया ५५ पैसे से।

(७) ९९४ रुपया ६५ पैसे को ऐसे बराबर भागों में बाँटो, जिनमें से प्रत्येक भाग १७ रुपया ४८ पैसे के बराबर हो।

(८) १५१० रुपया ८५ पैसे का कै किलो ग्राम आटा आवेगा, जब आटे का भाव ५५ पैसे प्रति किलो ग्राम हो।

(९) एक नौकर को प्रति दिन १ रुपया २५ पैसे मिलते हैं, परन्तु यदि वह देर करके आवे, तो ४० पैसे दण्ड होता है और २० दिन के अन्त में उसको २२ रुपये २० पैसे मिले; तो वह कितनी बार देर करके आया?

भाग दो—

(१०) ४८३ रुपया २६ पैसे को ६ रुपया ६२ पैसे से।
(११) २८१ रु० २५ पैसे को ६ रु० २५ पैसे।
(१२) ६७८ रु० ७६ पैसे को ९ रु० ५६ पैसे से।
(१३) ४६९८ रु० ७५ पैसे को २६ रु० २५ पैसे से।
(१४) ५९२५ रु० १५ पैसे को १४ रु० ८५ पैसे से।
(१५) १२६६८ रु० ५६ पैसे को १० रु० ५१ पैसे से।

विविध प्रश्नमाला ३४ क

(१) यदि १५ बैलों का मूल्य २८०५ रु० हो; तो एक बैल का मूल्य क्या होगा?

(२) यदि एक वर्ग मीटर धरती का मूल्य २३ रु० हो; तो २८ वर्ग मीटर धरती का मूल्य क्या होगा?

(३) ५६४ रु० ६ पैसे को ४२ मनुष्यों में बराबर-बराबर बाँटो।

(४) ५६ पैसे हर एक गेंद की दर से कितनी गेंदों का मूल्य २६८ रु० २४ पैसे होगा?

(५) कितने रुपये ३५ मनुष्यों में बराबर-बराबर बाँटने से हर एक को २१ रु० ४ पैसे मिलेंगे?

(६) मेरे पास ९० रु० ५६ पैसे हैं; यदि मैं ६ रु० ८१ पैसे प्रत्येक कुर्सी की दर से १२ कुर्सियों का मूल्य दे दूँ; तो मेरे पास क्या बच रहेगा?

(७) यदि ३९ किलो ग्राम घी के दाम ७ रु० २५ पैसे किलो ग्राम की दर से देने के पश्चात् मेरे पास २८ रु० बच रहें; तो बताओ मेरे पास पहले कितना धन था।

(८) ५० रु० में से ७ रु० १२ पैसे किलो ग्राम की दर से कितने किलो ग्राम घी के दाम देने के पश्चात् ७ रु० २८ पैसे बच रहेंगे ?

(९) हर एक बल्ले का मूल्य बताओ जब कि १०९८ रु० में से २३ बल्लों का मूल्य देने के पश्चात् १०९ रु० बचते हैं।

(१०) कितने लड़कों में ३१७ रु० ४४ पैसे बराबर-बराबर बाँटने से हर एक को ३१ पैसे मिलेंगे ?

(११) यदि एक किलो ग्राम चाय का मूल्य ६ रु० २५ पैसे हों; तो कितने किलो ग्राम का मूल्य ८४६९३ रु० ७५ पैसे होगा ?

(१२) यदि एक लिफ़ाफ़े का मूल्य १५ पैसे हों, तो १०४ रु० ४० पैसे में कितने लिफ़ाफ़े आवेंगे ?

(१३) यदि एक मज़दूर की ३०० दिन की मज़दूरी ७५० रु० हों; तो उसकी एक दिन की मज़दूरी क्या है ?

(१४) यदि एक किलो ग्राम खाँड़ के दाम १ रु० ६ पैसे हों, तो ३२ रु० ८६ पैसे में कितने किलो ग्राम खाँड़ आवेगी ?

(१५) दस हज़ार रुपये में कितना धन और जोड़ा जाय कि ३३ मनुष्यों में से प्रत्येक को ३५१ रु० ६१ पैसे मिल सकें ?

(१६) यदि एक परिवार के लिए ६३१ रु० २५ पैसे व्यय हों; तो ५०००० परिवारों के लिए क्या व्यय होगा ?

(१७) यदि २४० एकड़ का लगान ५१६० रु० हो; तो एक एकड़ का लगान बताओ ?

(१८) १५ लड़कों में से प्रत्येक के पास ७ रु० ४८ पैसे हैं। वे अपने कुल धन से कितनी गेंदें मोल ले सकते हैं, यदि प्रत्येक गेंद २० पैसे की आवे ?

(१९) यदि एक घोड़े का मूल्य ११५१ रु० २५ पैसे और एक बैल का मूल्य १०८ रु० ७५ पैसे हो; तो ८७ घोड़े बेचकर कितने बैल मोल लिये जा सकते हैं ?

(२०) २१ मनुष्यों में से प्रत्येक को प्रति सप्ताह १३ रु० ७५ पैसे मिलते हैं, तो बताओ कितने सप्ताह में उन सबको २०७९० रु० मिलेंगे।

(२१) ६९ रुपयों में से १५ पुस्तकों का मूल्य देने के पश्चात् मेरे पास २७ रु० ७५ पैसे बच रहे; तो प्रत्येक पुस्तक का मूल्य बताओ।

(२२) ३० लड़कों में से हर एक ने ३ रु० ६८ पैसे की गेंदें मोल लीं और कुल ४८० गेंदें लीं; तो हर एक गेंद का मोल बताओ।

(२३) यदि एक बल्ले का मूल्य ७ रु० २५ पैसे हो; तो ८७० रु० में कितने बल्ले आवेंगे ?

चौदहवाँ अध्याय

तोल का परिमाण

७२। तोल की इकाई १ ग्राम है जो ४° सेंटी ग्रड ताप पर १ घन सेंटी मीटर साबित जल का भार है।

इकाई—१ ग्राम।

१ डेका ग्राम	=१० ग्राम।	१ डेसी ग्राम	=१ ग्राम का $\frac{१}{१०}$।
१ हेक्टो ग्राम	=१०० ग्राम।	१ सेंटी ग्राम	=१ ग्राम का $\frac{१}{१००}$।
१ किलो ग्राम	=१००० ग्राम।	१ मिली ग्राम	=१ ग्राम का $\frac{१}{१०००}$।
१ मिरिया ग्राम	=१०००० ग्राम।		
१ मीटरी-टन	=१००० किलो ग्राम।		

उदाहरण १। ३ किलो ग्राम, २ हेक्टो ग्राम, १ डेका ग्राम और १० किलो ग्राम के ग्राम बनाओ।

३ किलो ग्राम =३,००० ग्राम।
२ हेक्टो ग्राम =२,०० ग्राम।
१ डेका ग्राम =१० ग्राम।
१० मिली ग्राम =०·००१ ग्राम।

∴ ३ किलो ग्राम २ हेक्टो ग्राम १ डेक ग्राम, १० मिली ग्राम =३२०१·००१ ग्राम।

उदाहरण २। ११७ ग्राम, १२११ मिली ग्राम, ५२५ सेंटी ग्राम और ३·७५ किलो ग्राम का योग निकालो।

११७ ग्राम =११७·००० ग्राम।
१२११ मिली ग्राम = १·२११ ग्राम।
५२५ सेंटी ग्राम = ५·२५० ग्राम।
३·७५ किलो ग्राम =३७५०·००० ग्राम।
योगफल =३८७३·४६१ ग्राम, उ०।

प्रश्नमाला ३५

ग्राम बनाओ :—

(१) ५ किलो ग्राम। (२) ३ मिरिया ग्राम। (३) २ मीटरी-टन ५ हेक्टो ग्राम। (४) २० किलो ग्राम २ हेक्टो ग्राम ३ डेका ग्राम।

(५) ४ किलो ग्राम ३ हेक्टो ग्राम ५ डेसी ग्राम।

(६) २ मीटरी टन ५ मिरिया ग्राम १० डेका ग्राम ७ डेसी ग्राम २५ मिली ग्राम।

(७) ५ हेक्टो ग्राम ३ डेका ग्राम ९ डेसी ग्राम १३ सेण्टी ग्राम १७ मिली ग्राम।

किलो ग्राम में लिखो :—

(८) (क) ३००० ग्राम, (ख) २५६० ग्राम, (ग) ७५० ग्राम, (घ) ७५ ग्राम।

(९) १० किलो ग्राम १० हेक्टो ग्राम १० डेका ग्राम को (क) ग्राम, (ख) मिरिया ग्राम, (ग) मीटरी-टन, (घ) डेसी ग्राम, (ङ) सेण्टी ग्राम में लिखो।

(१०) ३·५ किलो ग्राम और ३४५ ग्राम में क्या अन्तर है?

(११) २ किलो ग्राम चीनी में ५० ग्राम के कितने पैकेट बन सकते हैं?

योग निकालो :—

(१२) ७ किलो ग्राम, ७ हेक्टो ग्राम, और २५ डेका ग्राम।

(१३) ४२ मिरिया ग्राम, ३०० किलो ग्राम, २५ ग्राम, और ५ डेसी ग्राम।

(१४) १२५ ग्राम, २०० डेसी ग्राम, ४४ सेण्टी ग्राम, ३·७५ किलो ग्राम और १५ हेक्टो ग्राम।

(१५) ७ किलो ग्राम ८ हेक्टो ग्राम ९ डेका ग्राम को १० किलो ग्राम १ डेका ग्राम १५ डेसी ग्राम में से घटाओ।

(१६) २ मीटरी-टन १० किलो ग्राम को ७, ८८ और ३२९ से गुणन करो।

(१७) १ लोहे के गोले की तौल ३·३ किलो ग्राम है; तो ६२५ गोलों की क्या तौल होगी।

(१८) रुई की ५० गाँठों की तौल ७ मीटरी-टन है; तो एक गाँठ की तौल क्या है?

गुणन करो :—

(१९) ४६ किलो ग्राम १२ ग्राम × ११।

(२०) ४८६ मिरिया ग्राम ३५ हेक्टो ग्राम × १२।

(२१) ८६ मीटरी-टन १० हेक्टो ग्राम २५ सेण्टी ग्राम × १४९।

(२२) ४१० मीटरी-टन को २५ बराबर भागों में बाँटो।

(२३) ३३४ मीटरी-टन को १०० से भाग दो।

(२४) एक गाड़ी में २५० ईंटें हैं जिसका भार ६०० किलो ग्राम है। एक ईंट का भार बताओ।

(२५) १ किलो ग्राम लोहे का मूल्य २७ रुपये ५० रुपये हैं; तो २३·८ किलो ग्राम लोहे का मूल्य बताओ।

पन्द्रहवाँ अध्याय

लम्बाई का परिमाण

७३। लम्बाई की इकाई १ मीटर है जो इस प्रणाली को प्रारम्भ करते समय ध्रुव तथा विषुवत् रेखा के बीच की दूरी का $\frac{१}{१००००००००}$ अंश माना जाता था।

इकाई—१ मीटर

१ डेका मीटर =१० मीटर।
१ हेक्टो मीटर =१०० मीटर।
१ किलो मीटर =१००० मीटर।
१ मिरिया मीटर=१०००० मीटर।

१ डेसी मीटर = १ मीटर का $\frac{१}{१०}$।
१ सेंटी मीटर = १ मीटर का $\frac{१}{१००}$।
१ मिली मीटर = १ मीटर का $\frac{१}{१०००}$।

उदाहरण १। ५ हेक्टो मीटर ६ मीटर ७ सेंटी मीटर को मीटरों में लिखो।

५ हेक्टो मीटर = ५०० मीटर
६ मीटर = ६ मीटर
७ सेण्टी मीटर = ·०७ मीटर

५ हेक्टो मीटर + ६ मीटर + ७ सेंटी मीटर = ५०६·०७ मीटर।

उदाहरण २। ३०७०·५ मीटरों को किलो मीटर, डेका मीटर और सेंटी मीटर में लिखो।

ऊपर के पैमाने से ३०७०·५ मीटर=३ किलो मीटर ७ डेका मीटर ५० सें० मीटर।

प्रश्नमाला ३६

(१) सेण्टी मीटरों में लिखो—

(क) ५ मी०; (ख) ७ डेसी मी०; (ग) ७ मी० ८ डेसी मी० ९ सें० मी०; (घ) ६ मी० ५ सें० मी०।

(२) मीटरों में लिखो—

(क) ५ कि० मी०; (ख) ६ हे० मी०; (ग) ७ डेका मी०; (घ) ३ किलो मी० ४ हे० मी० ५ डेका मी०।

(३) मीटर, डेसी मीटर और सेण्टी मीटरों में लिखो—

(क) ७२५ सें० मी०; (ख) ८०३० मि० मी०; (ग) १२३४ मी०; (घ) ५०३० मीटर।

(४) मीटरों और मीटर के दशमलव में लिखो—

(क) ६३४ सें० मी०, (ख) ·०२ कि० मि०; (ग) ३८·५ डेसी मी०; (घ) ३० मि० मी०।

(५) मीटरों और मीटर के दशमलव में लिखो—

(क) ४·३२१ कि० मी०; (ख) ४·३२१ मि० मी०; (ग) १२३·४ सें० मी०; (घ) १२·३४ डेसी मी०।

(६) ३·५ कि० मी० को (क) मीटरों में; (ख) सेण्टी मीटरों में लिखो।

(७) २·९१ मीटर लम्बाई में से २९१ मि० मी० लम्बाई कम कर दी गई है, बताओ शेष लम्बाई क्या है? अपने उत्तर को डेसी मीटरों में लिखो।

(८) २·८ कि० मी० और ४८० मीटर के बीच का अन्तर ज्ञात करो।

(९) औलिम्पिक खेल में एक लड़के ने ४०० मी०, ८०० मी० और १५०० मी० की दौड़ों में भाग लिया; बताओ वह कुल कितने किलो मीटर दौड़ा ?

(१०) १ सें० मी० को १ मीटर के (क) भिन्न के रूप में; (ख) दशमलव के रूप में लिखो।

(११) १ मीटर को १ किलो मी० के (क) भिन्न के रूप में; (ख) दशमलव के रूप में लिखो।

(१२) ११·२ कि० मी० लम्बी एक सड़क बनानी है; यदि एक दिन में २५ मी० सड़क तैयार हो जाती है, तो बताओ कितने दिनों में पूरी सड़क तैयार हो जायगी ?

(१३) एक रेलगाड़ी ५ मिनट में ६ किलो मीटर जाती है; उसकी चाल प्रति घण्टे मीलों में ज्ञात करो। (१ किलो मीटर $=\frac{५}{८}$ मील)।

(१४) ·२५ कि० मी० लम्बी डोरी में से २·८ मी० लम्बे ८० टुकड़े काट लिए गये हैं; बताओ कितनी डोरी बची ?

(१५) यदि १ इञ्च $=$ २·५४ सें० मी०, तो बताओ १२ सें० मी० में कितने इञ्च होंगे ?

(१६) यदि एक मोटरकार २४ मीटर प्रति सेकण्ड जाती है, तो उसकी चाल किलो मीटर प्रति घण्टे में बताओ।

(१७) एक आदमी १ घण्टे में १८ कि० मी० दौड़ता है, तो उसकी चाल मीटर प्रति सेकण्ड बताओ।

(१८) एक समबाहु त्रिभुज का परिमाप ९ सें० मी० है; उसकी एक भुजा की लम्बाई मिली मीटरों में बताओ।

(१९) एक वर्ग की भुजा की लम्बाई ५० मिली मीटर है; उसका परिमाप सें० मी० में बताओ।

(२०) ७७० रस्सों की कुल लम्बाई बताओ जिनमें से हर एक रस्सा २ मीटर १० सें० मी० लम्बा है।

(२१) एक सिपाही को २ किलो मीटर १३८ मीटर ४० सेंटी मीटर चलने में १९८० डगें भरनी पड़ती हैं तो उसके डग की लम्बाई क्या है ?

सोलहवाँ अध्याय

भूमि नापने की रीति

७४। क्षेत्रफल की इकाई १ एअर है। यह धरातल का वह वर्गाकार माप है जिसकी भुजा १० मीटर लम्बी होती है। इनका पैमाना नीचे दिया है।

१ एअर = १०० वर्ग मीटर। १ डेसी एअर = $\frac{१}{१०}$ एअर।
१ डेका एअर = १० एअर। १ सेंटी एअर = $\frac{१}{१००}$ एअर।
१ हेक्टो एअर = १०० एअर। = १ वर्ग मीटर।

उदाहरण १। १ हेक्टो एअर ३ डेका एअर ५ एअर ७ डेसी एअर और ६ सेंटी एअर को एअर तथा वर्ग मीटर में लिखो।

ऊपर के पैमाने से—

१ हेक्टो एअर = १०० एअर
३ डेका एअर = ३० एअर
५ एअर = ५ एअर
७ डेसी एअर = ०·७ एअर
६ सेंटी एअर = ·०६ एअर

योग = १३५·७६ एअर
= १३५७६ वर्ग मीटर।

उदाहरण २। ३०२४·०७ एअर को हेक्टो, डेका, डेसी और सेंटी एअर में लिखो।

ऊपर के पैमाने से ३०२४·०७ एअर
= ३० हेक्टो एअर २ डेका एअर ४ एअर ७ सेंटी एअर।

उदाहरण ३। ५४३२·१ वर्ग मीटर को हेक्टो एअर और एअर में लिखो।

ऊपर के पैमाने से ५४३२·१ वर्ग मीटर
= ५४ हेक्टो एअर ३२·१ एअर।

प्रश्नमाला ३७

(१) एअर में लिखो

(क) ५ हे० ए०; (ख) २ हे० ए० ५ डेकारे; (ग) ४ हे० ए० ३ ए० ७ डेसी एअर; (घ) ७ एअर २५ सेंटी एअर।

(२) हेक्टारे में लिखो

(क) ४२५६ एअर: (ख) १ हे० एअर ३ डेकारे ५ एअर; (ग) २ डेकारे ७ एअर ५ सें० एअर, (घ) ५० एअर ३ सें० एअर।

(३) सें० आरे में लिखो

(क) १ हेक्टो एअर: (ख) ५ हे० एअर २५ एअर; (ग) ३२ एअर ४ डेसी एअर ७ सें० एअर; (घ) ·३३ हेक्टो एअर।

(४) एअर और एअर के दशमलव में लिखो

(क) ५६७८ सें० एअर; (ख) ४५ सें० एअर: (ग) ·०१२३ हे० एअर; (घ) ५ हे० एअर ३ एअर ५ सें० एअर।

(५) वर्ग मीटरों में लिखो

(क) १५ एअर; (ख) १० एअर १० सें० एअर; (ग) २ हे० एअर ३ एअर; (घ) ५ हे० एअर ५ एअर ५ सें० एअर।

(६) आरे में लिखो

(क) २०० वर्ग मीटर; (ख) ५ वर्ग मी०; (ग) ४१३४ वर्ग मी०; (घ) २·५ वर्ग मी०।

(७) ४ वर्ग मी० ३५ डेसी मी० ५८ वर्ग सें० मी० ८५ वर्ग मि० मी० को वर्ग मिली मीटरों में परिवर्तित करो।

(८) वर्ग सेंटी मीटरों में परिवर्तित करो।

(क) १५ वर्ग डेसी मी०; (ख) २० वर्ग मी०; (ग) ५० वर्ग मी० ५ वर्ग डेसी मी०; (घ) १२ वर्ग मी० ३४ वर्ग डेसी मी०; ५६ वर्ग सें० मी०।

(९) १५१५०० वर्ग सेण्टी मीटरों को वर्ग मीटरों और वर्ग डेसी मीटरों में लिखो।

(१०) १५१६१७ वर्ग सेण्टी मीटरों को वर्ग मीटर इत्यादि में लिखो।

(११) ६८०६०४ वर्ग सेंण्टी मीटरों को वर्ग मीटर इत्यादि में लिखो।

(१२) एक एअर भूमि का मूल्य ६२५ रु० है तो एक डेका एअर का मूल्य बताओ।

तौल की इकाइयाँ

८—तौल की आधार इकाई 'ग्राम' है। यह तौल का वह पैमाना है जो १ घन सेण्टी मीटर शुद्ध जल के तौल के बराबर है। इनका पैमाना नीचे दिया गया है।

सत्रहवाँ अध्याय

पिण्ड और रसों (द्रवों) की समाई नापने की रीति

७५। द्रव पदार्थों के माप की इकाई १ लिटर है जो एक घन डेसी मीटर के घनत्व के बराबर है।

इकाई—१ लिटर

१ डेका लिटर =१० लिटर	१ डेसी लिटर =१ लिटर का $\frac{1}{10}$।
१ हेक्टों लिटर =१०० लिटर।	१ सेंटी लिटर =१ लिटर का $\frac{1}{100}$।
	१ मिली लिटर=१ लिटर का $\frac{1}{1000}$।

प्रश्नमाला ३८

इनके लिटर बनाओ :—

(१) ५ डेका लिटर। (२) २७ हेक्टो लिटर। (३) ५०० डेसी लिटर।
(४) ३५०० सेंटी लिटर। (५) ११००० मिली लिटर।

इनको लिटर, डेसी, सेंटी और मिली लिटर में लिखो—

(६) ५·२७६ लिटर। (७) ११६·३६४ लिटर।

(८) यदि एक पीपे में ३०० लिटर तेल आता है तो ५७६ पीपों में कितने हेक्टो लिटर तेल आयेगा।

(९) एक बर्तन में २·५ लिटर पानी आता है, तो ५६ लिटर पानी के लिये कितने बर्तन चाहिये और कितना पानी शेष रहेगा।

(१०) एक लिटर दूध का मोल ६२ पैसे हैं, तो २५ लड़कों के दूध में कितना लगेगा यदि प्रत्येक लड़का ·५ लिटर दूध पीता है।

अठारहवाँ अध्याय

अँग्रेज़ी नाप

७६। लम्बाई का परिमाण—लम्बाई नापने के अँग्रेज़ी पैमाने—

१२ इञ्च = १ फ़ुट
३ फ़ुट या फ़ीट = १ गज़
२२० गज़ = १ फ़र्लाङ्ग
८ फ़र्लाङ्ग = १ मील
१७६० गज़ = १ मील

उदाहरण १। २ मील २ फ़र्लाङ्ग ३ गज़ १ फ़ुट के इञ्च बनाओ।

क्रिया :— मी० फ़० ग० फ़ु०
२ २ ३ १
८
१८ फ़र्लाङ्ग
२२०
३९६३ गज़
३
११८९० फ़ुट
१२
१४२६८० इञ्च, उत्तर।

उदाहरण २ । २०१३८१ इञ्च के मील बनाओ ।

क्रिया :— १२) २०१३८१

३) १६७८१ फ़ीट + ९ इञ्च

२२०) ५५९३ गज़ + २ फ़ीट + ९ इञ्च

८) २५ फ़र्लाङ्ग + ९३ गज़ + २ फ़ीट + ९ इञ्च

३ मील १ फ़र्लाङ्ग ९३ गज़ २ फ़ीट ९ इञ्च, उत्तर ।

प्रश्नमाला ३९

इनके इञ्च बनाओ—

(१) १२५ ग० । (२) ५ फ़० । (३) ३ मील ।
(४) २ मी० ७ फ़० ११ गज़ । (५) ३ मी० २ फ़० ११ ग० ।

इनके मील, फ़र्लाङ्ग, इत्यादि बनाओ—

(६) १५६० ग० । (७) २०२३ ग० । (८) १०७० ग० ।
(९) १९९३ ग० । (१०) १२३४ इञ्च । (११) ५८९० फ़ी० ।
(१२) ७३२१२ इञ्च । (१३) ८००२१ इञ्च । (१४) १००० इञ्च ।
(१५) १०००० फ़ीट ।

योग

	गज़	फ़ीट	इञ्च
(१६)	५	२	११
	६	०	९
	१२	२	४
	८	१	५
	३	२	६

	मील	गज़	फ़ीट	इञ्च
(१७)	११	२२५	१	५
	६	७७६	२	७
	१४	१००	०	९
	२	३०३	२	३
	५	५७२	१	१०

(१८) ७ मील ५ फ़० १७६ गज़ २ फ़ीट ३ इञ्च को १५ मील ३ फ़र्लाङ्ग ९० गज़ १ फ़ुट २ इञ्च में से घटाओ ।

गुणा करो—

(१९) १५ ग० २ फ़ी० ११ इञ्च × १६ । (२०) १० ग० १० इञ्च × ३५ ।
(२१) १ मी० ५ फ़० १८४ ग० × ३२ । (२२) ५ मी० ३ फ़० २१० ग० × ४५ ।
(२३) १११ ग० २ फ़ी० ४ इञ्च × ३०७ ।

भाग दो—

(२४) २५५ ग० १ फ़ु० ८ इञ्च ÷ १६ । (२५) ३१९ ग० १ फ़ु० ४ इञ्च ÷ १० ।
(२६) ५८० ग० ९ इञ्च ÷ ३३ । (२७) २६ मी० ७५५ ग० १० इञ्च ÷ २५ ।
(२८) १०५ मी० १२६१ ग० ० फ़ु० ४ इञ्च ÷ ५० ।
(२९) ५१ मी० ३५० गज़ २ फ़ीट ३ इञ्च ÷ ४७ ।
(३०) १ मी० ६ फ़ु० ÷ २ गज़ ५ इञ्च । (३१) ३ मी० १ फ़ु० ÷ ९१ ग० २ फ़ी० ।
(३२) १ फ़र्लाङ्ग लम्बी रस्सी में से ३३ इञ्च लम्बे कितने टुकड़े काटे जा सकते हैं ?

(३३) ७७० रस्सों की कुल लम्बाई गज़, फ़ीट और इञ्चों में बताओ, जिनमें से हर एक रस्सा २ फ़ीट ५ इञ्च लम्बा है ।

(३४) एक सिपाही को एक मील चलने में १९८० डगें भरनी पड़ती हैं, तो उसके डग की लम्बाई क्या है ?

७७ । लम्बाई के मेट्रिक माप और अङ्गरेज़ी माप की तुलना—

१ मिली मीटर = ०·०३९४ इञ्च,
१ सेंटी मीटर = ०·३९३७ इञ्च,
१ डेसी मीटर = ३·९३७ इञ्च,
१ मीटर = ३९·३७०८ इञ्च (लगभग ३ फ़ुट ३ इञ्च),
१ हेक्टो मीटर = ०·०६२१ मील (लगभग $\frac{१}{१६}$ मील),
१ किलो मीटर = ०·६२१४ मील (८ किलो मीटर = लगभग ५ मील),
१ इञ्च = २५·३९९ मिली मीटर (अथवा २·५३९९ सेण्टी मीटर),
१ फ़ुट = ३०·४७९ सेण्टी मीटर,
१ गज़ = ०·९१४ मीटर,
१ मील = १·६०९ किलो मीटर ।

उदाहरण १ । १५ मील की लम्बाई को किलो मीटर में लिखो ।

१५ मी० = २४·१४ किलो मीटर, उत्तर ।

उदाहरण २ । एक समबाहु त्रिभुज का परिमाप ९ गज़ ६ इञ्च है; उसकी एक भुजा की लम्बाई सेण्टी मीटर में लिखो ।

त्रिभुज के एक भुजा की लम्बाई = ३ गज़ २ इञ्च
= २७९·०८ सें० मी०, उत्तर ।

प्रश्नमाला ४०

(१) यदि एक मीटर=३९·३७ इञ्च, तो सिद्ध करो कि १ किलो मीटर लगभग ⅝ मील के बराबर है।

(२) ५·२५ मील लम्बे तार में से ७·५ डेसी मीटर लम्बे कितने टुकड़े काटे जा सकते हैं।

(३) ११ इञ्च लम्बी एक सीधी रेखा खींचो। उसकी लम्बाई (क) डेसी मीटर (ख) मिली मीटर में नापो।

(४) २ डेसी मीटर ३ सेंटी मीटर ५ मिली मीटर लम्बी एक सीधी रेखा खींचो और उसे एक इञ्च के सौवें तक नापो।

(५) एक रेलगाड़ी ५ मिनट में ६ किलो मीटर जाती है; उसकी चाल प्रति घण्टे मीलों में ज्ञात करो।

(६) यदि १ इञ्च=२·५४ सें० मी०, तो बताओ १२ सें० मी० में कितने इञ्च होंगे।

(७) यदि एक मोटरकार ८८ फ़ुट प्रति सेकेण्ड जाती है, तो उसकी चाल किलो मीटर प्रति घण्टा बताओ।

(८) एक आदमी १ घण्टे में १५ किलो मीटर दौड़ता है, तो उसकी चाल फ़ुट प्रति सेकण्ड बताओ।

(९) एक समबाहु त्रिभुज का परिमाप ९ इञ्च है, उसकी एक भुजा की लम्बाई मिली मीटरों में बताओ।

(१०) एक वर्ग भुजा की लम्बाई ५० मिली मीटर है; उसका परिमाप इञ्चों में बताओ।

७८। क्षेत्रफल का परिमाण (भूमि नापने की रीति) एक वर्ग इञ्च एक ऐसा वर्ग क्षेत्र है जिसकी एक भुजा एक इञ्च लम्बी हो।

१४४ वर्ग इञ्च = १ वर्ग फ़ुट

९ वर्ग फ़ीट = १ वर्ग गज़

४८४० वग गज़ = १ एकड़

उदाहरण १। २ एकड़ १२ वर्ग गज़ ७ वर्ग फ़ीट के वर्ग इञ्च बनाओ।

	एकड़	वर्ग गज़	वर्ग फ़ीट
क्रिया—	२	१२	७

```
   ४८४०
  ------
   ९६८०
     १२
  ------
   ९६९२ वर्ग गज़
      ९
  ------
  ८७२२८
      ७
  ------
  ८७२३५ वर्ग फ़ीट
    १४४
  ------
 १२५६१८४० वर्ग इञ्च, उत्तर।
```

उदाहरण २। ८७५३०६७ वर्ग इञ्च के एकड़ बनाओ।

```
क्रिया—   १४४ { १२) ८७५३०६७
               { १२) ७२९४२२...३ } २७ वर्ग इञ्च।
                  ९)  ६०७८५.. २ }
           ४८४०)  ६७५३  वर्ग गज़+८ वर्ग फ़ीट
                  १ एकड़+१९१३ वर्ग गज़ ८ वर्ग फ़ीट
                         २७ वर्ग इञ्च,     उत्तर।
```

प्रश्नमाला ४१

इनके वर्ग इञ्च बनाओ—

(१) २३ वर्ग गज़। (२) १२० एकड़।

(३) २ एकड़ १७ गज़। (४) ३ एकड़ ९ गज़ २ फ़ीट ७२ इञ्च।

इनके एकड़, रूड़, वर्ग पोल इत्यादि बनाओ—

(५) ३६५ वर्ग गज़। (६) ७४० वर्ग गज़। (७) ९७१ वर्ग गज़।

(८) १००० वर्ग गज़। (९) ७८२४ वर्ग गज़। (१०) ३७८२१ वर्ग गज़।

(११) ९३४५६ वर्ग फ़ीट। (१२) ८७८९३ वर्ग फ़ीट। (१३) ७२३४ वर्ग इञ्च।

(१४) ७८९३४ वर्ग इञ्च। (१५) ९८७६५० वर्ग इञ्च। (१६) ९८७६५४३ वर्ग इञ्च।

बनाओ—

(१७) ७ वर्ग जरीब के वर्ग इञ्च। (१८) १०००००० वर्ग लिङ्क के वर्ग गज़।

७९। क्षेत्रफल के मेट्रिक माप और अँग्रेज़ी माप की तुलना

१ वर्ग फ़ुट	=९·२९ वर्ग डेसी मीटर,
१ एकड़	=०·४०५ हेक्टो एअर अथवा लगभग ४०½ एअर
१ वर्ग मील	=२·५९९ वर्ग किलो मीटर।
१०० वर्ग मील	=लगभग २६ वर्ग किलो मीटर।

उदाहरण १। ५ एकड़ १००० वर्ग गज़ों को आरे तथा वर्ग मीटरों में लिखो।

तालिका २ से ५ एकड़ = २·०२ हेक्टारे = २०२ आरे

और १००० वर्ग गज़ = ८३६ वर्ग मीटर = ८·३६ आरे;

∴ ५ एकड़ १००० वर्ग गज़ = (२०२ + ८·३६) आरे = २१०·३६ आरे = २१०३६ वर्ग मीटर।

उदाहरण २। एक आयत की लम्बाई २४ गज़ २ फ़ुट ८ इञ्च और चौड़ाई १६ गज़ १ फ़ुट ९ इञ्च है; क्षेत्रफल ज्ञात करो।

लम्बाई = २४ गज़ २ फ़ुट ८ इञ्च = $\frac{२२४}{९}$ गज़।

चौड़ाई = १६ गज़ १ फ़ुट ९ इञ्च = $\frac{१९९}{१२}$ गज़।

∴ क्षेत्रफल = $\frac{२२४}{९} \times \frac{१९९}{१२}$ वर्ग गज़ = $\frac{४४५७६}{१०८}$ वर्ग गज़।

= ४१२ वर्ग गज़ ६ वर्ग फ़ुट ९६ वर्ग इञ्च।

इस उदाहरण को मेट्रिक प्रणाली में इस प्रकार लिख सकते हैं :—

एक आयत की लम्बाई २२ मीटर ७ डेसी मीटर ५ सेंटी मीटर है और चौड़ाई १५ मीटर १ डेसी मीटर ६ सेंटी मीटर है, क्षेत्रफल ज्ञात करो।

लम्बाई = २२ मी० ७ डेसी मी० ५ सें० मी० = २२·७५ मी०।

चौड़ाई = १५ मी० १ डेसी मी० ६ सें० मी० = १५·१६ मी०।

∴ क्षेत्रफल = २२·७५ × १५·१६ वर्ग मी० = ३४४·८९ वर्ग मी०।

प्रश्नमाला ४२

एअर में लिखो—

(१) ३ एकड़। (२) ११ एकड़। (३) २ एकड़ १५०० वर्ग गज़।

(४) ४८४० वर्ग गज़।

(५) एक कमरा २० मीटर लम्बा और १० मीटर चौड़ा है। १ मीटर को ३९·३७ इञ्च के बराबर मानकर फ़र्श के क्षेत्रफल में वर्ग गज़ों की संख्या बताओ।

(६) एक भूमि का क्षेत्रफल २ एकड़ २५० वर्ग गज़ है, इसे (क) एअर (ख) वर्ग मीटर में लिखो।
(७) एक वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल २ एकड़ है; उसकी भुजा की लम्बाई मीटरों में लिखो।

अँग्रेज़ी मापों में लिखो।

(८) ४२५६ एअर।
(९) ३०० हेक्टो एअर।
(१०) १००० वर्ग मीटर।

तोल का परिमाण

८०। *ट्राय तोल अर्थात् अँग्रेज़ी जौहरियों की तोल—

(सोना, चाँदी और रत्नों के तोलने में काम आती है।)

२४ ग्रेन = १ पेनीवेट।
२० पेनीवेट = १ औंस।
१२ औंस = १ पौंड।
∴ १ पौंड ट्राय = ५७६० ग्रेन।

हीरे और अन्य रत्नों की तोल कैरट से होती है और एक कैरट लगभग ३$\frac{1}{6}$ ग्रेन के बराबर होता है।

प्रश्नमाला ४३

ग्रेन बनाओ—

(१) २०७ पौंड। (२) २९ पौंड ८ औंस।
(३) ३ पौंड ९ औंस १३ पेनीवेट १५ ग्रेन। (४) २८ पौंड ७ औंस १५ पेनी०।
(५) ५५ पौंड ६ औंस ९ पेनीवेट। (६) ७ पौंड ३ औंस ४ पेनी० ९ ग्रेन।

इनके पौंड इत्यादि बनाओ—

(७) ७८४५ ग्रेन। (८) ८९२३ ग्रेन। (९) ५७८९२ ग्रेन। (१०) १००००० ग्रेन।

---

*इस तोल का नाम ट्राय इस कारण से रखा गया है कि यह फ्रांस देश के ट्राय नगर में प्रचलित हुआ था और चाँदी, सोना तथा हीरा इत्यादि तोलने के काम में आता है।

योग

	औंस	पेनीवेट	ग्रेन		औंस	पेनीवेट	ग्रेन		पौंड	औंस	पेनीवेट	ग्रेन
(११)	३	१७	२३	(१२)	११	१३	२१	(१३)	३	१०	७	६
	६	१२	७		६	२	१६		४	३	६	३
	७	७	१५		८	१७	१३		७	७	८	१२
	६	३	२		६	१५	४		८	६	३	१३

(१४) ३ औंस १६ पेनीवेट १४ ग्रेन को ६ औंस १३ पेनीवेट १२ ग्रेन में से घटाओ।

(१५) ७ पौंड ६ औंस ८ पेनीवेट २० ग्रेन को १० पौंड ४ औंम ३ पेनीवेट ४ ग्रेन में से घटाओ।

(१६) ३ औंस ५ पेनीवेट १६ ग्रेन को ५, ३२, ४२७ से गुणा दो।

(१७) १५ पौं० ११ औंस १३ पेनीवेट ८ ग्रेन में २३ का और ६ औंस ११ पेनीवेट १६ ग्रेन का भाग दो।

(१८) यदि एक मोहनमाला की तोल २ औंस ७ पेनीवेट १२ ग्रेन हो, तो २४ मालाओं की तोल बताओ।

(१९) यदि एक पौंड सोने की ६४ मुद्राएँ बराबर तोल की बनाई जायँ, तो प्रत्येक कितनी भारी होगी ?

(२०) १ पौंड १५ पेनीवेट सोने की कितनी मुद्रिकाएँ बनेंगी; यदि प्रत्येक मुद्रिका तोल में ७ पेनीवेट १२ ग्रेन की हो।

८१। *एवर्डोपाइज़ तोल अर्थात् अँग्रेज़ी चलन की तोल—

१६ ड्राम = १ औंस।
१६ औंस = १ पौंड।
२८ पौंड = १ कार्टर।
४ कार्टर = १ हण्ड्रेडवेट (हण्डर)।
२० हण्डर = १ टन।
१ स्टोन = १४ पौंड।
१ पौंड एवर्डोपाइज़ = ७००० ग्रेन ट्राय।

---

*इस तोल का नाम एवर्डोपाइज़ इस कारण से रखा गया है, कि (एवर्ड = असबाब) + (डी = के) + (पाइज़ = तोल) और यह असबाब और अन्य अल्प-मूल्य भारी वस्तुओं को तोलने के काम में आता है।

प्रश्नमाला ४४

ड्राम बताओ—

(१) ७ टन १३ हण्डर। (२) २ टन २ हण्डर २ कार्टर।

(३) ३ टन ६ हण्डर ३ कार्टर २१ पौंड ६ औंस।

(४) ६ टन ७ हण्डर। (५) २ टन ३ हण्डर १ कार्टर।

(६) २ हण्डर ३ कार्टर २० पौंड ११ औंस १२ ड्राम।

टन इत्यादि बनाओ—

(७) ६६६६६६ ड्राम। (८) १२३४५६ ड्राम।

(९) ६०००० ग्रेन। (१०) १०००००००००००० ग्रन।

योग

	पौंड	औंस	ड्राम		कार्टर	पौंड	औंस		टन	हंडर	कार्टर	पौंड
(११)	७	७	१०	(१२)	१३	२१	३	(१३)	१	१६	३	१९
	६	६			७	८	७		२	८	३	०
	१२	१५	६		८	१९	८		०	१२	०	२५
	३	१२	१२		६	२	२		२	४	१	७
	४	४	३		२१	३	४		४	७	२	९

(१४) ७ पौं० ८ औंस ६ ड्राम को १० पौंड १२ औंस १५ ड्राम में से घटाओ।

(१५) २ टन १३ हण्डर ३ कार्टर १२ पौं० को ६ टन २ हण्डर २ कार्टर २ पौंड में से घटाओ।

(१६) ७ हण्डर ३ कार्टर १२ पौं० ६ औंस २ ड्राम को ७, ८८, ३२९ से गुणा दो।

(१७) २ टन १० हण्डर २ कार्टर ८ पौंड १ औंस को २६ और ११ पौंड ५ औंस ४ डाम से भाग दो।

(१८) एक लोहे के गोले की तोल ७ पौंड ८ औंस है; तो ६२५ गोलों की क्या तोल होगी?

(१९) रुई की ५६ गाँठों की तोल ७ टन १ हण्डर है; तो एक गाँठ की तोल क्या है?

(२०) १ टन १० हण्डर लोहे में से ४ पौं० ६ औंस की तोल की कितनी कुल्हाड़ियाँ बनेंगी ?

(२१) सोने की तोल का १ पौंड भारी होता है या लोहे की तोल का ?

(२२) १४४ एवर्डोपाइज़ पौंड के बराबर कितने ट्राय पौंड होंगे ?

८२। तोल के मेट्रिक माप और अँग्रेज़ी माप की तुलना—

१ ग्राम	=१५·४३२ ग्रन
१ किलो ग्राम	=२·२०४६ पौंड
१ ग्रेन	=०·०६४८ ग्राम
१ पौंड	=४५४ ग्राम
१ टन	=१०१६ किलो ग्राम

उदाहरण। ५ किलो ग्राम के पौंड बनाओ—

ऊपर दिये पैमाने से ५ किलो ग्राम=११·०२३ पौंड, उत्तर।

प्रश्नमाला ४५

(१) ७ किलो ग्राम के पौंड बनाओ।

(२) १५२४० किलो ग्राम के टन बनाओ।

(३) एक हण्डर वेट में कितने ग्राम होंगे ?

(४) ७५ पौंड के किलो ग्राम और ग्राम बनाओ।

(५) एक पौंड चाय का मूल्य ४ रु० ५४ पैसे है। ५०० ग्राम चाय का मूल्य ज्ञात करो।

(६) २ पौंड बिस्कुट का पैकेट ५ रु० २० पैसे का आता है। १८·१६ किलो ग्राम बिस्कुट का मूल्य निकालो।

(७) सोने का मूल्य ११५ रु० प्रति ग्राम है। ७७·१६ ग्रेन सोने का मूल्य निकालो।

(८) एक लकड़ी के बक्स में १६५ मक्खन के पैकेट हैं। प्रति पैकेट में १० ग्राम मक्खन है। कुल कितने ग्रेन मक्खन है।

८३। रसों के नापने की रीति :—

४ जिल	=१ पॉइण्ट
२ पॉइण्ट	=१ क्वार्ट
४ क्वार्ट	=१ गैलन

प्रश्नमाला ४६

(१) १२ गैलन २ क्वार्ट १ पॉइण्ट के जिल बनाओ।
(२) ८८ गैलन के पॉइण्ट बनाओ।
(३) ४७ गैलन के क्वार्ट तथा पॉइण्ट बनाओ।

इनके गैलन इत्यादि बनाओ :—

(४) १००० जिल।
(५) २०७३ जिल।
(६) ७२२५ जिल।
(७) ३४०० जिल।
(८) २५००० जिल।
(९) ९८७६५ जिल।
(१०) दूध की एक बोतल में एक क्वार्ट दूध आता है। ५०० ऐसी ही बोतलों में कितने गैलन दूध आएगा?

८४। द्रव के मेट्रिक और अँग्रेज़ी माप की तुलना।

१ लिटर = १·७६ पॉइण्ट।
१ हेक्टो लिटर = २२·०१ गैलन।
१ गैलन = ४·५४६ लिटर।

उदाहरण १। बताओ १० गैलन पानी कितने लिटर के बराबर है? ऊपर के पैमाने से १० गैलन = ४५·४६ लिटर, उत्तर।

प्रश्नमाला ४७

(१) १० गैलन में कितने पॉइण्ट होते हैं?
(२) २५ हेक्टो लिटर में कितने क्वार्ट होंगे?
(३) १०० लिटर में कितने गैलन हैं?
(४) ११ गलन में कितने लिटर हैं?
(५) ५० लिटर दूध का क्या दाम होगा, यदि १ पॉइण्ट का दाम २५ पैसे हो?
(६) मिट्टी का तेल ३७ पैसे प्रति लिटर बिकता है, तो १७६ पॉइण्ट तेल कितने का मिलेगा?

(७) १ टिन जिसमें २४ लिटर तेल आता है ८·४० पैसे का मिलता है। ३५२ पॉइण्ट तेल का मूल्य बताओ।

(८) १ गैलन शर्बत का मूल्य ५ रुपया है। ६८·१९ लिटर का मूल्य बताओ।

(९) १ पॉइण्ट दूध ६२ पैसे का मिलता है। ५ लिटर दूध का मूल्य क्या है?

नोटः—विद्यार्थियों की सुविधा के लिए यहाँ अँग्रेज़ी तथा मीटरी पद्धति को एक दूसरे में परिवर्त्तित करने के लिए तालिकाएँ नीचे दी जाती हैं।

तालिका १

अँग्रेज़ी लम्बाइयों को मेट्रिक लम्बाइयों में बदलने की तालिका

मील	किलो मीटर	मील	किलो मीटर
१	१·६१	६	९·६६
२	३·२२	७	११·२७
३	४·८३	८	१२·८८
४	६·४४	९	१४·४८
५	८·०५	१०	१६·०९

गज़	मीटर	गज़	मीटर
१	०·९१	६	५·४९
२	१·८३	७	६·४०
३	२·७४	८	७·३२
४	३·६६	९	८·२३
५	४·५७	१०	९·१४

इंच	सेंटी मीटर	इंच	सेंटी मीटर
१	२·५४	६	१५·२४
२	५·०८	७	१७·७८
३	७·६२	८	२०·३२
४	१०·१६	९	२२·८६
५	१२·७०	१०	२५·४०

तालिका २

अँग्रेज़ी वर्ग इकाइयों को मेट्रिक वर्ग इकाइयों में बदलने की तालिका

एकड़	हेक्टो एअर	एकड़	हेक्टो एअर
१	०·४०	६	२·४३
२	०·८१	७	२·८३
३	१·२१	८	३·२४
४	१·६२	९	३·६४
५	२·०२	१०	४·०५

वर्ग गज़	वर्ग मीटर	वर्ग गज़	वर्ग मीटर
१	०·८४	६	५·०२
२	१·६७	७	५·८५
३	२·५१	८	६·६९
४	३·३४	९	७·५३
५	४·१८	१०	८·३६

तालिका ३

अँग्रेज़ी तौल को इकाइयों को मेट्रिक इकाइयों में बदलने की तालिका

पौंड	किलो ग्राम	पौंड	किलो ग्राम
१	०·४५	६	२·७२
२	१	७	३·१८
३	१·३६	८	३·६३
४	१·८१	९	४·०८
५	२·२७	१०	४·५४

तालिका ४

अँग्रेज़ी द्रव माप की इकाइयों को मेट्रिक इकाइयों में बदलने की तालिका

गलन	लिटर	गैलन	लिटर
१	४·५५	६	२७·२८
२	९·१०	७	३१·८२
३	१३·६४	८	३६·३७
४	१८·१८	९	४०·९१
५	२२·७३	१०	४५·४६

उन्नीसवाँ अध्याय

काल, कोण और संख्या का परिमाण

८५। काल-परिमाण (अँग्रेज़ी)—

६० सेकण्ड = १ मिनट।	३६५ दिन = १ वर्ष।
६० मिनट = १ घण्टा।	३६६ दिन = १ लीप ईयर वा अधिक दिन वर्ष।
२४ घण्टे = १ दिन।	
७ दिन = १ सप्ताह।	१०० वर्ष = १ सदी, शताब्दी।

सूचना १—अँग्रेज़ी दिन आधी रात से आरम्भ हुआ माना जाता है।

सूचना २—सामान्य रीति से १ महीना ३० दिन का गिना जाता है; परन्तु अँग्रेज़ी हिसाब के अनुसार १२ मास जिनमें साल विभाग किया गया है, बराबर दिनों के नहीं होते।

फ़रवरी २८ दिन की होती है और जब लीप वर्ष आनकर पड़ता है, तो २९ दिन की हो जाती है। सितम्बर, अप्रैल, जून और नवम्बर ३० दिन के होते हैं; शेष महीने ३१ दिन के।

सूचना ३—यदि किसी वर्ष की संख्या ४ से पूरी बँट जाय, तो उस वर्ष को अँग्रेज़ी में लीप ईयर कहते हैं; परन्तु सदियों (शताब्दियों) में से जो ४०० से पूरी न बँट सके, लीप ईयर नहीं कही जायगी; जैसे, १८८८, १७३२, १६०० लीप ईयर हैं; परन्तु १८८७, १७३९, १८०० लीप ईयर नहीं हैं।

एक सौर वर्ष में ३६५·२४२२१८ दिन (३६५ दिन ५ घण्टे ४८ मिनट ४८ सेकण्ड के लगभग) वा लगभग ३६५¼ दिन होते हैं। इस कारण व्यावहारिक वर्ष को सौर वर्ष के अनुकूल बनाने के लिए तीन लगातार साल ३६५ दिन के लेते हैं; और चौथे साल को जिसे अँग्रेज़ी में लीप ईयर कहते हैं; ३६६ दिन का और इस लीप ईयर की संख्या ४ से पूरी बँट सकती है। परन्तु इस रीति से ४०० वर्ष में १०० दिन बढ़ जाते हैं जो कुछ दिन हिसाब से अधिक हो जाते हैं; क्योंकि २४२२१८ × ४०० = ९६·८८७२ वा लगभग ९७ दिन; इस आवश्यक शुद्धता के लिए वह सदी जो ४०० से

पूरी नहीं बँट सकती, सामान्य वर्ष गिना जाता है; उसमें फ़रवरी महीना २८ दिन का लिया जाता है।

सूचना ४—वर्ष में ५२ सप्ताह और १ दिन होता है (∵५२×७+१ =३६५); परन्तु जब मनुष्य की प्राप्ति का हिसाब लगाना होता है, जो साप्ताहिक होती हैं, तो साल ५२ सप्ताह का माना जाता है।

काल-परिमाण (हिन्दुस्तानी)

६० अनुपल=१ विपल।	७ दिन =१ सप्ताह वा हफ़्ता।
६० विपल =१ पल।	१५ दिन =१ पक्ष।
६० पल =१ घड़ी वा दण्ड।	३० दिन =१ महीना।
२½ घड़ी =१ घण्टा।	१२ महीना=१ वर्ष या साल।
७½ घड़ी =१ पहर (प्रहर)।	१२ वर्ष =१ युग।
८ पहर वा ६० घड़ी=१ दिन।	१०० वर्ष =१ सदी (शताब्दी)।

सूचना ५—शुक्लपक्ष की प्रतिपदा से दूसरे शुक्लपक्ष की प्रतिपदा तक अर्थात् २९ दिन ३१ घड़ी ५० पल और ७ विपल का एक चन्द्रमास होता है। उत्तर-प्रदेश (संयुक्त-प्रान्त आगरा वा अवध) आदि प्रदेशों में चन्द्रमास माना जाता है।

अँग्रेज़ी महीनों के नाम

जनवरी, फ़रवरी, मार्च, अप्रैल, मई, जून, जौलाई, अगस्त, सितम्बर, अक्टूबर, नवम्बर, दिसम्बर।

हिन्दी महीनों के नाम

चैत (चैत्र), बसाख (बैशाख), जेठ (ज्येष्ठ), असाढ़ (आषाढ़), सावन (श्रावण), भादों (भद्रपद), क्वार (आश्विन), कातिक (कार्तिक), अगहन (मार्गशिर), पूस (पौष), माह (माघ), फागुन (फाल्गुण)।

मुसलमानी महीनों के नाम

मुहर्रम, सफ़र, रबीउलअव्वल, रबीउस्सानी, जमादीउलअव्वल, जमादीउस्सानी, रजब, शाबान, रमज़ान, शव्वाल, ज़ीक़ाद, ज़िलहिज्ज।

प्रश्नमाला ४८

इनके सेकण्ड बनाओ—

(१) ७ घण्टा १२ मिनट ३ सेकण्ड। (२) ७ दिन ९ घण्टा १० मिनट।
(३) २ स० ३ दिन १२ घं०।

इनके सप्ताह, दिन, घण्टे इत्यादि बनाओ—

(४) ५००० सेकण्ड। (५) ९८७६५ सेकण्ड।
(६) १००००० सेकण्ड। (७) १०००००० सेकण्ड।

दिनों की संख्या बताओ (प्रथम और अन्त के दिनों में से केवल एक गिनो)—

(८) सन् १८८७ ई० की ३री जनवरी ७वीं अप्रैल तक।

(९) सन् १८८८ ई० की २०वीं जनवरी से २८वीं मई तक।

(१०) १०वीं मई सन् १८८७ ई० से नवीं जनवरी सन् १८८८ ई० तक।

(११) पहली अगस्त सन् १८८० ई० से पहली मार्च सन् १८८२ ई० तक।

(१२) सन् १७०० ई० की २१वीं फ़रवरी से ७वीं दिसम्बर तक।

(१३) ३०वीं दिसम्बर सन् १८८३ ई० से ३० मार्च सन् १८८६ ई० तक।

(१४) पहली जनवरी सन् १८८० ई० सोमवार को थी; तो उसी साल में जून की २०वीं तारीख़ कौन से दिन हुई?

(१५) सन् १८४५ ई० की ९वीं दिसम्बर इतवार को थी; तो सन् १८४७ ई० की पहली जनवरी कौन से दिन हुई?

योग

(१६)

दिन	घं०	मि०	से०
१	१७	३९	४२
०	१६	४५	४५
३	७	५३	२७
०	८	१५	२५
५	२२	१२	६

(१७)

घं०	मि०	से०
१८	२३	३७
१२	४७	४५
३	३४	१५
१६	५१	४३
८	१८	८

(१८)

घं०	मि०	से०
१७	१७	१५
१०	१९	२
१५	२५	४९
२०	५३	१४
१८	१७	१६

व्यवकलन करो--

(१९) १७ घं० ४५ मि० १७ से० को २४ घं० १३ मि० १० से० में से।
(२०) १६ घं० ५५ मि० ३९ से० को २० घं० २१ मि० २३ से० में से।
(२१) ५ दिन ८ घं० ३७ से० को १२ दिन १५ घं० १२ से० में से।
(२२) ९ दिन १९ घं० ३ मि० १६ से० को २५ दिन ४० मि० ५ से० में से।
(२३) ५ दिन ३४ घड़ी २५ पल ४६ विपल को १६ दिन ५ घड़ी ८ पल १२ विपल में से।
(२४) ३ सप्ताह ६ दिन १८ घड़ी ३३ पल को ८ सप्ताह ४ दिन १० घड़ी १५ पल में से।

गुणन करो—

(२५) १ दिन ३ घं० २५ मि० १३ से० × १२८।
(२६) २ दिन १५ घं० ३५ मि० २० से० × ७९।
(२७) ३ दिन १० घड़ी ३६ पल × ४४। (२८) ५ घड़ी ७ पल ३ विपल × ५३।

भाग दो—

(२९) ९२ वर्ष ३५७ दिन १५ घण्टे ४० मिनट ÷ ७।
(३०) ६२६३ वर्ष १६३ दिन ८ घण्टे ÷ २०० ।
(३१) एक दर्ज़ी हर एक मिनट में २४ टाँके लगाता है, तो वह कितने घण्टों में १००८० टाँके लगावेगा ?
(३२) एक पहिया हर एक सेकण्ड में १९ चक्कर करता है; तो एक सप्ताह में कितने चक्कर करेगा ?
(३३) १५२ दिन १३ घण्टे में ३ घण्टे ३ मिनट ३ सेकण्ड कितनी बार सम्मिलित हैं ?
(३४) किसी मेले में ४ बजे के समय १०५६० मनुष्य हैं, यदि हर मिनट ३९ मनुष्य मेले में आवें और ८३ मनुष्य मेले से चले जायँ; तो के बजे मेला खाली होगा ?

८६। कोण नापने के परिमाण—

६० सेकण्ड (६०″) = १ मिनट (१′)।
६० मिनट = १ डिग्री (१°)।
९० डिग्री = १ समकोण।

प्रश्नमाला ४९

इनके सेकण्ड बनाओ—

(१) ७ डिग्री १७ मिनट २७ सेकण्ड।

(२) २४० डिग्री २५ मिनट ३५ सेकण्ड। (३) ४ समकोण।

इनके समकोण डिग्री इत्यादि बनाओ—

(४) ४००० सेकण्ड। (५) ३७९५६ सेकण्ड। (६) ७००० मिनट।

(७) ८२५६ मिनट। (८) ९८७६५४ सेकण्ड।

८७। संख्याओं के गिनने का परिमाण—

१२ इकाई = १ दर्जन।	२४ तख़्ता काग़ज़ = १ दस्ता।
१२ दर्जन = १ ग्रोस।	२० दस्ता = १ रिम।
१२ ग्रोस = १ बड़ा ग्रोस।	१० रिम = १ गट्ठा।
२० इकाई = १ कोड़ी।	

प्रश्नमाला ५०

(१) ५० रिम काग़ज़ में कितने तख़्ते काग़ज़ होंगे ?

(२) ५०००० काग़ज़ के तख़्ते के कितने रिम, कितने दस्ते इत्यादि बनेंगे।

(३) ५ बड़े ग्रोसों में कितनी कोड़ियाँ होंगी ?

विविध प्रश्नमाला ५१

(१) एक लड़की एक सेकण्ड में २ सुइयाँ (पिन) काग़ज़ में लगाती है, तो एक दिवस में कितनी सुइयाँ लगावेगी, यदि काम करने का समय ८ घण्टे ३० मिनट हो ?

(२) एक वायुयान एक घण्टे में ४८० किलो मीटर जाता है, तो २६ घण्टे में कितनी दूर जायेगा।

(३) एक रेलगाड़ी एक घण्टे में ४३ किलो मीटर जाती है, तो २७ घण्टे में कितनी दूर जायगी ?

(४) एक फल बेचनेवाले ने २१० नारङ्गियाँ ६ पै० प्रति नारङ्गी के भाव से, ७६ सेब ४५ पै० प्रति सेब के भाव से और ५५ आम १५ पै० प्रति आम के भाव से बेचे; तो उसको इस बिक्री से कुल कितना प्राप्त हुआ ?

(५) ६४ भट्टियों को ३ सप्ताह के लिए कितने किलो ग्राम कोयलों की आवश्यकता होगी, यदि एक भट्टी में प्रति दिन ७५ किलो ग्राम कोयले जलते हों ?

(६) यदि ३०० किलो ग्राम के दाम ४८० रु० हों, तो १ ग्राम के क्या दाम होंगे ?

(७) यदि १ किलो ग्राम का मोल २०३ रु० हो, तो १० ग्राम का क्या मोल होगा ?

(८) यदि १ गोली तोल में २ ग्राम हो, तो एक ढेर में कितनी गोलियाँ होंगी, जो तोल में १० हेक्टो ग्राम हैं ?

(९) १३२० किलो ग्राम बोझ में से ४५ किलो ग्राम के कितने पार्सल बनेंगे और कितना बोझ बचेगा ?

(१०) एक पीपे में से जिसमें २८५ गैलन आते हैं, कितने घड़े भरे जा सकते हैं, यदि एक घड़े में १५ गैलन आते हों ?

(११) १७६० मीटर लम्बी रस्सी में से ३ मीटर लम्बे कितने टुकड़े काटे जा सकते हैं और कितनी लम्बाई बच रहेगी ?

(१२) एक रेलगाड़ी २ घण्टे में ७२ किलो मीटर जाती है; तो एक सेकण्ड में कितने मीटर जायगी ?

(१३) एक मनुष्य ने २४ मनुष्यों में से प्रत्येक को ७ रु० ५६ पैसे दिये और उसके पास ६ रु० २३ पैसे बच रहे; तो उसके पास क्या था ?

(१४) क के पास ख से ३ रुपये ४९ पै० अधिक हैं और ख के पास ग से २ रु० ५१ पै० न्यून हैं, और ग के पास १२ रुपये हैं; तो क के पास क्या है ?

(१५) एक मनुष्य की वार्षिक आमदनी १७८५६ रुपये २५ पै० है, तो वह प्रति दिवस और प्रति सप्ताह (सर्वोपरि निकटतम पै० तक) क्या ख़र्च करे, जिससे ऋणी न हो ? (साल ५२ सप्ताह वा ३६५ दिन का जानो ।)

(१६) यदि किसी मनुष्य की प्रति दिन ३ रु० २५ पैसे की प्राप्ति हो, तो प्रति दिन क्या व्यय करे कि वर्ष में २२९ रु० ९५ पै० बच रहें ?

(१७) यदि कोई मनुष्य प्रति दिन ५ रु० २० पै० व्यय करे, तो २४०० रुपये में से जो उसकी वार्षिक प्राप्ति है, क्या बचा सकेगा ?

(१८) एक मनुष्य को प्रति वर्ष ३००० रुपये की कुल आमदनी होती है, और ७३ रुपये १० पैसे उनको टैक्स का वार्षिक देना पड़ता है, तो वह प्रति दिवस क्या व्यय करे कि वर्ष भर में उसे १०८० रुपये बच रहें ?

(१९) एक मनुष्य ७ रुपये ५० पैसे प्रति दिवस व्यय करता है, और १००० रुपये वर्ष-भर में बचा लेता है, तो उसकी वार्षिक आमदनी क्या है ?

(२०) एक क्लर्क को सन् १८८८ ई० में ४५७ रुपये ५० पैसे नौकरी के मिले; तो उसे प्रति दिन क्या वेतन पड़ा ?

(२१) एक मनुष्य का जन्म १०वीं जनवरी सन् १८३२ ई० को हुआ; तो १७वीं अप्रैल सन् १८८८ ई० को उसकी क्या अवस्था थी ?

(२२) मैं २९६ रुपये कुछ लड़कों में बाँटना चाहता हूँ और प्रत्येक लड़के को १ रुपया ८५ पैसे देता हूँ, तो कितने लड़कों को इनमें से भाग मिलेगा ?

(२३) आवाज़ एक सेकण्ड में ११२५ फ़ीट चलती है। यदि एक तोप १८७५ गज़ की दूरी पर छोड़ी जाय, तो उसकी चमक देखने और आवाज़ सुनने में कितने समय का अन्तर होगा ?

(२४) एक सिपाही को ४ किलो मीटर चलने में कितनी डगें भरनी पड़ेंगी, जबकि एक डग ८० सेंटी मीटर की हो ?

(२५) एक सिपाही को २८१८ मीटर ८० सेंटी मीटर चलने में ३२४० डगें भरनी पड़ती हैं; तो उसकी डग की लम्बाई क्या है ?

(२६) एक दुपहिया गाड़ी के पहिये का घेरा ६·२५ मीटर है; तो १० किलो मीटर जाने में उसके पूरे चक्कर कितने होंगे ?

(२७) कुछ रुपया १८ बराबर भागों में बाँटा गया और प्रत्येक भाग में ४ रुपये ५३ पै० आये और शेष २ रुपये ४३ पैसे बच रहे; तो उस रुपये की संख्या बताओ।

(२८) एक मनुष्य को जनवरी में ३५ रुपये ६० पैसे प्राप्त हुए और फ़रवरी में ४९ रुपये ५५ पैसे; उसने २६ रुपये २७ पैसे प्रति मास व्यय किया; तो उसने दो मास में क्या बचाया ?

(२९) एक मनुष्य को प्रति सप्ताह १३ रुपये ५० पैसे प्राप्त होते हैं और वह हर चौथे सप्ताह १ रुपया २५ पैसे अपने क्लब (सभा) को देता है, तो बताओ उसने वर्ष भर में जिसमें ५२ सप्ताह हों, ले-देकर क्या बचाया ?

(३०) ७ बेञ्चें (बैठने की लम्बी चौकी) जिनमें से प्रत्येक की लम्बाई २·५० मीटर है: यदि मिलाकर रखी जायें, तो उनमें पूरे कै मीटर की लम्बाई होगी ?

(३१) एक मनुष्य जितना ३ महीने में प्राप्त करता है उतना ही ४ महीने में व्यय कर डालता है; तो वह अपनी वार्षिक प्राप्ति २७५० रुपये में से क्या बचा लेता है ?

(३२) क और ख के पास मिलाकर ५६ रु० ७५ पैसे हैं। क के पास ३ रु० २५ पैसे ख से अधिक हैं, तो क के पास क्या है ?

(३३) एक मनुष्य और उसके दो लड़कों की वार्षिक प्राप्ति ६०० रु० की है और उनका व्यय ४५० रु० का। यदि वे बचे हुए धन को बराबर-बराबर बाँट लें; तो प्रत्येक को क्या मिलेगा ?

(३४) सन् १८८१ ई० के जनवरी मास का प्रथम दिवस सोमवार था; तो उस साल में कितने सोमवार हुए ?

(३५) तुम्हारे जन्म होने के दिन तुम्हारे पिता की अवस्था २५ वर्ष ७ महीने १० दिन की थी, और तुम्हारी बहिन की जन्म-तिथि को तुम्हारे पिता २१ वर्ष ९ महीने ८ दिन के थे। अब यदि तुम्हारी अवस्था १२ वर्ष ६ महीने की है, तो तुम्हारी बहिन की क्या अवस्था है ?

(३६) एक मोदी के बाट ३ ग्राम प्रति किलो ग्राम कम हैं; तो वह अपने ग्राहकों को ३२० किलो ग्राम बेचकर कितना ठग लेगा ?

(३७) ५० बोरे चावल ३०० रुपये में ६० पै० प्रति किलो ग्राम के भाव से मोल लिए; तो प्रत्येक बोरे की तोल बताओ।

(३८) रोशनी प्रति सेकण्ड ३००००० किलो मीटर चलती है, तो उसको सूर्य से पृथ्वी तक आने में कितना समय लगेगा; यदि दूरी १५०००००० किलो मीटर हो।

(३९) एक तिपहिया गाड़ी का छोटा पहिया १५०० मीटर जाने में बड़े पहिये से २५० चक्कर अधिक करता है। यदि बड़े पहिये का घेरा ३ मीटर हो; तो छोटे पहिये का घेरा कै मीटर होगा ?

(४०) एक साप्ताहिक समाचार-पत्र की ७वीं जनवरी सन् १८८५ ई० को चौथी संख्या थी; तो उसकी चालीसवीं सख्या कब होगी ?

(४१) एक दैनिक पत्र की, जो इतवार के सिवाय सप्ताह में ६ दिन निकलता है, १३ जनवरी सन् १८८४ ई० को सोमवार के दिन २०वीं संख्या थी; तो कौनसी तारीख़ को उसको १२०वीं संख्या होगी ?

(४२) एक मनुष्य १९२ किलो मीटर रेलगाड़ी में जिसकी चाल ४८ किलो मीटर प्रति घण्टा थी, गया और १९५ किलो मीटर घोड़ा-गाड़ी में, १३ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से सड़क पर और ९० किलो मीटर, ३ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से एक बैल-गाड़ी में; तो उसको सब कितना समय लगा ?

(४३) ६६ रुपये को ८ मनुष्य, १२ स्त्रियों और ३० बालकों में बराबर-बराबर बाँटो। मानलो कि बालकों ने तो अपना भाग ले लिया और मनुष्यों ने अपना भाग स्त्रियों को दे दिया; तो प्रत्येक स्त्री को क्या मिला ?

(४४) एक गिरजे के घण्टे ने जो पौवे भी बजाता है, सन् १९०० ई० की फ़रवरी में कितनी बार घण्टे और पौवे बजाये होंगे ?

(४५) लगातार ४०० वर्षों में मास का २९वाँ दिन कितनी बार पड़ेगा ?

(४६) एक तिपहिया गाड़ी के बड़े और छोटे पहियों के घेरे क्रम से ४ मीटर ५ सें० मी० और १ मीटर ८० सें० मी० हैं; तो २३ किलो मीटर ३२८ मीटर के जाने में छोटा पहिया बड़े पहिये से कितने चक्कर अधिक लगावेगा ?

(४७) एक किरायेदार को किराये के प्रत्येक रुपये पर ६ पैसे अधिक गैस के प्रकाश के लिए देना पड़ता है; उसकी वार्षिक प्राप्ति ३००० रु० है; यदि मकान का किराया २० रु० मासिक हो, तो उसकी वार्षिक बचत क्या होगी ?

(४८) एक मनुष्य की अवस्था ३० वर्ष १७ सप्ताह ५ दिन की है और दूसरे की २६ वर्ष ९ सप्ताह ३ दिन की; एक तीसरा मनुष्य पहले से ठीक उतना ही छोटा है जितना कि दूसरे से बड़ा है, तो उसकी अवस्था क्या है ?

बीसवाँ अध्याय

बदला, लाभ और हानि इत्यादि

८८। 'बदला–उदाहरण। एक पंसारी को ९ किलो ग्राम चाय के बदले जो कि ८ रु० ४० पैसे प्रति किलो ग्राम के भाव की है; १·२० रु० सेर के भाव की कितनी खाँड़ देनी चाहिए ?

९ किलो ग्राम चाय के दाम=८ रु० ४० पैसे×९=७५ रुपये ६० पैसे।

खाँड़ के किलो ग्राम की इष्ट संख्या=७५ रु० ६० पैसे÷१ रुपया २० पैसे=६३ किलो ग्राम।

प्रश्नमाला ५२

(१) ३६ मीटर रेशम के बदले में जो ५ रु० मीटर के भाव का है, ६ रुपये की ५०० ग्राम के दर की कितने किलो ग्राम चाय देनी चाहिए?

(२) यदि ४८ मीटर फ़ीता ८० किलो ग्राम खाँड़ के बदले में जो ७५ पैसे प्रति किलो ग्राम की है, दिया जाय; तो फ़ीता प्रति मीटर किस भाव का है ?

(३) एक मनुष्य ४५ भेड़ और ३७ बकरियों को १२ बैलों से बदलता है; एक भेड़ का मूल्य २६ रु० है, और एक बकरी का और एक बैल का ११७ रु० मूल्य में जो न्यूनाधिकता रहती है, वह धन में ली-दी जाय; तो उसको क्या लेना व देना पड़ेगा ?

(४) ५०० ग्राम चाय १ रु० ३० पैसे प्रति १०० ग्राम की दर की और २ किलो ग्राम क़हवा १८२ किलो ग्राम गेहूँ के बदले में जो १ रुपया प्रति किलो ग्राम के भाव के हैं, दिये गये; तो क़हवा प्रति १०० ग्राम किस भाव है ?

८९। 'लाभ और हानि'—उदाहरण। यदि २५ मीटर कपड़ा, ७ रु० ६ पैसे मीटर की दर से मोल लेकर ८ रु० ९ पैसे मीटर की दर से बेचें; तो क्या लाभ होगा ?

लाभ प्रत्येक मीटर पर = ८ रु० ९ पैसे − ७ रु० ६ पैसे
= १ रु० ३ पैसे

∴ कुल लाभ = १ रु० ३ पैसे × २५ = २५ रु० ७५ पैसे।

प्रश्नमाला ५३

(१) एक मनुष्य ५० पैसे किलो ग्राम के भाव के ५६० किलो ग्राम चावल देकर बदले में ६७५ किलो ग्राम मैदा ४० पैसे किलो ग्राम की दर की लेता है; तो उसे लाभ हुआ वा हानि और कितना ?

(२) एक मनुष्य ने १५० मीटर कपड़ा १ रु० ६ पैसे मीटर के भाव से मोल लिया और १ रु० १९ पैसे मीटर की दर से बेचा; तो उसको क्या लाभ हुआ।

(३) एक पंसारी ने ३२० किलो ग्राम चाय का एक बक्स, ३८४० रुपये को लिया और १२ रु० ५ पैसे प्रति किलो ग्राम की दर से बेचा; तो उसे क्या लाभ हुआ ?

(४) २९ भेड़ें प्रत्येक २५ रुपये ५० पैसे के हिसाब से मोल ली गईं; १५ उनमें से २६ रुपये २५ पैसे और शेष २५ रुपये २५ पैसे प्रत्येक भेड़ की दर से बेची गईं; तो क्या लाभ हुआ ?

(५) एक पंसारी ने १५ किलो ग्राम चीनी १ रु० १२ पैसे किलो ग्राम के भाव से मोल लेकर १ रु० १६ पैसे किलो ग्राम के भाव से बेच डाली; तो उसे क्या लाभ हुआ ?

(६) ९५ लिटर दूध ६६·५० रु० को लिया गया; ७ लिटर उसमें से टपक कर छीज गया; तो शेष को ८० पैसे प्रति लिटर की दर से वेचने से क्या लाभ होगा ?

(७) एक महाजन ने ४० लिटर शराब मोल ली और २० रु० की हानि उठाकर २०० रु० को बेच डाली; तो उसने प्रति लिटर किस भाव से मोल ली थी ?

(८) एक मनुष्य ने ४५ मीटर रेशमी कपड़ा ६ रु० ६ पैसे मीटर के भाव से मोल लिया; १५ मीटर कपड़ा बिगड़ जाने के कारण ५ रु०

मीटर के भाव से बेच डाला। अब शेष को किस भाव से बेचे कि उसको कुल पर १२ रु० ३० पैसे का लाभ हो ?

(९) एक पंसारी ने २०० किलो ग्राम चाय १२ रुपये किलो ग्राम की दर से मोल ली और उसमें से आधी १२ रुपये १९ पैसे किलो ग्राम के हिसाब से बेच डाली; तो शेष को किस दर से बेचे कि उसे कुल पर २५ रु० का लाभ हो ?

(१०) एक दूकानदार ने ५० मीटर कपड़ा ७५ रु० को मोल लिया; तो उसको प्रति मीटर किस भाव से बेचे कि (१) उसको २५ पैसे मीटर का लाभ हो; (२) कुल पर २० रुपये का लाभ हो ?

९० । 'मिलावट'—उदाहरण १ । यदि ३ किलो ग्राम चावल १ रु० का १·५ किलो ग्राम के भाव के ५ किलो ग्राम को २ रु० ४० पैसे प्रति किलो ग्राम है; मिलाये जायँ, तो मिले हुए चावल किस भाव पड़ेंगे ।

३ किलो ग्राम चावल के दाम १ रु० के १·५ किलो ग्राम की दर से =२ रु० ।

५ किलो ग्राम चावल के दाम १ रु० ७५ पै० की दर से=२ रुपया ४० पै०×५=१२ रु० ।

८ किलो ग्राम चावलों के दाम=१४ रु० ।

१ किलो ग्राम मिले हुए चावल के दाम=१ रु० ७५ पै० ।

उदाहरण २ । १० रु० प्रति लिटर वाली १२ लिटर शराब में कितना पानी मिलाया जाय कि ८ रु० प्रति लिटर के भाव की बन जाय ?

कुल मिलावट के दाम ८ रु० प्रति लिटर के भाव से उतने ही होंगे जितने १२ लिटर शराब के दाम १० रु० प्रति लिटर के भाव से हैं। इसलिए यदि १० रु० प्रति लिटर के भाव को १२ लिटर शराब के दाम की संख्या को ८ रु० से भाग दें; तो मिलावट में जितने लिटर हैं उसकी संख्या प्राप्त होगी ।

१२ लिटर शराब के दाम=१० रु०×१२=१२० रु०,

∴ मिलावट में लिटर की संख्या=१२० रु०÷८ रु०=१५ ।

∴ पानी जो मिलाया गया उनके लिटर की संख्या=१५−१२=३ ।

प्रश्नमाला ४५

(१) ७ किलो ग्राम खाँड़ १ रु० ६ पै० किलो ग्राम के भाव की, और २ किलो ग्राम खाँड़ १ रु० किलो ग्राम के भाव की, और ३ किलो ग्राम खाँड़ ९८ पै० प्रति किलो ग्राम के भाव की मिलाई गई; तो बताओ मिली हुई खाँड़ कितने रु० प्रति किलो ग्राम की है।

(२) २० लिटर दूध ६२ पै० लिटर के भाव से मोल लिया और उसमें ५ लिटर पानी मिलाकर ६७ पै० लिटर बेच डाला; तो क्या लाभ हुआ ?

(३) एक व्यापारी ने १५ किलो ग्राम खाँड़ १ रु० २५ पै० किलो ग्राम के भाव से और १८ किलो ग्राम खाँड़ १ रु० ५ पै० किलो ग्राम के भाव से और १० किलो ग्राम खाँड़ १ रु० किलो ग्राम के भाव से मोल ली और १ रु० ३७ पै० भाड़े के दिये। अब इन सबको मिलाकर कितने रुपये किलो ग्राम बेचे जिससे उसे कुछ टोटा न रहे ?

(४) यदि १० किलो ग्राम क़हवा २ किलो ग्राम चिकरी के साथ मिलाने से १२ रु० ५० पै० प्रति किलो ग्राम के भाव का बन जाय और चिकरी २ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव की हो, तो क़हवा प्रति किलो ग्राम किस भाव का है ?

(५) एक पंसारी ने ३६ किलो ग्राम चाय १२ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव की ४८ किलो ग्राम चाय में जो ११ रु० २५ पै० किलो ग्राम के भाव की है; मिलाई। अब यह मिली हुई चाय प्रति किलो ग्राम किस भाव से बेंचे कि उसको अपनी पूँजी पर ५२ रु० ८० पै० का लाभ हो ?

(६) एक स्त्री ने ८ दर्जन अण्डे २ रु० ६४ पै० दर्जन के हिसाब से, और १२ दर्जन १ रु० ५० पै० दर्जन के भाव से मोल लिए; अब उनको प्रति दर्जन किस भाव से बेचे कि उसको कुल ८८ पै० का लाभ हो ?

(७) ३६ लिटर दूध में, जो ५० पै० लिटर के भाव का है; कितना पानी मिलावें कि ४५ पै० लिटर के भाव का हो जावे ?

(८) कितने किलो ग्राम चाय का चूरा (जिसका कुछ मोल नहीं) एक पंसारी २० किलो ग्राम चाय में, जो ९ रु० ५० पै० प्रति किलो

ग्राम के भाव की है, मिलावे कि ९ रु० २५ पै० प्रति किलो ग्राम के भाव से बेचने से कुल पर २२ रु० ७५ पै० का लाभ हो।

६१। 'धन का विभाग'—उदाहरण १। १२ रु० ६५ पै० को क, ख और ग में इस भाँति बाँटो कि क को ख से ७५ पै० और ख को ग से १ रुपया १२ पै० अधिक मिलें।

ख को ग से १ रु० १२ पै० अधिक और क को ग से ७५ पै०+१ रु० १२ पै० अधिक मिलेंगे; इसलिए यदि १ रु० १२ पै० और ७५ पै०+१ रु० १२ पै० के समष्टि को १३ रु० ५६ पै० में से घटाकर शेष को ३ से भाग दिया जाय; तो भागफल ग का भाग होगा।

रुपये	पै०		रुपये	पै०
१	१२		१२	६५
	७५		२	९९
१	१२		३) ९	६६
२	९९		३	२२=ग का भाग।
			∴४	३४=ख का भाग।
			और ५	०९=क का भाग।

प्रश्नमाला ५५

(१) ३९ रु० ५० पै० को क और ख में इस प्रकार बाँटो कि क को ख से ७ रु० अधिक मिलें।

(२) २८ रु० ७५ पै० को क और ख में इस भाँति बाँटो कि क को ख से ३ रु० ८३ पै० कम मिलें।

(३) ३५७ रु० ९५ पै० को १५ मनुष्यों में इस भाँति बाँटो कि उनमें से दो को ११ रु० ५ पै० प्रति मनुष्य औरों से अधिक मिलें।

(४) ६७० रु० को २७ मनुष्य और ५ स्त्रियों में इस भाँति बाँटो कि प्रत्येक मनुष्य को प्रत्येक स्त्री से ६ रु० कम मिलें।

(५) ५० रु० को क, ख और ग में इस प्रकार बाँटो कि क को ख से ३ रु० और ख को ग से ४ रु० अधिक मिलें।

(६) ३४२ रु० को क, ख और ग में इस भाँति बाँटो कि क को ख से ७ रु० अधिक और ख को ग से २ रु० कम मिलें।

(७) ८६ रु० ३० पै० ८ मनुष्य, ७ स्त्री और ६ लड़कों में इस भाँति बाँटे गये कि प्रत्येक मनुष्य को प्रत्येक स्त्री से और प्रत्येक स्त्री को प्रत्येक लड़के से १० पै० अधिक मिले; तो बताओ कि मनुष्यों को क्या मिला।

उदाहरण २। ५९ रुपये ७५ पै० को ३ मनुष्यों, ५ स्त्रियों और ६ लड़कों में इस भाँति बाँटो कि प्रत्येक मनुष्य को प्रत्येक लड़के से तिगुना और प्रत्येक स्त्री को प्रत्येक लड़के से दुगुना मिले।

३ मनुष्य = ९ लड़के
५ स्त्री = १० लड़के
६ लड़के = ६ लड़के
२५ लड़के

२५ { (५) ५९ रु० ७५ पै०
(५) ११ रु० ९५ पै०

२ ३९ = भाग प्रत्येक लड़के का।
∴ ४ ७८ = ,, ,, स्त्री का।
और ७ १७ = ,, ,, मनुष्य का।

प्रश्नमाला ५६

(१) १५ रुपये ५७ पै० को एक लड़के और एक लड़की में इस भाँति बाँटो, कि लड़के को लड़की से दुगुना मिले।

(२) ३१ रु० १४ पै० को क, ख और ग में इस प्रकार बाँटो कि ग के भाग से क का भाग तिगुना और ख का दुगुना रहे।

(३) १०२ रु० ४० पै० ३ मनुष्यों, ५ स्त्रियों और १० लड़कों में इस प्रकार बाँटो कि प्रत्येक मनुष्य को एक लड़के से चौगुना और प्रत्येक स्त्री को एक लड़के से दुगुना मिले।

(४) १३३ रु० को क, ख और ग में इस प्रकार बाँटों कि क को ख से दुगुना और ख को ग से दुगुना मिले।

(५) १० रु० ७६ पै० को ३ मनुष्यों में इस प्रकार बाँटो, कि उनमें से एक को शेष दो मनुष्यों में से प्रत्येक मनुष्य से दुगुना मिले।

(६) ४१ रु० को क और ख में इस प्रकार बाँटो, कि क को ख के दुगुने से १ रुपया ८५ पै० अधिक मिलें?

उदाहरण ३। २८ रु० को बराबर संख्या के रुपयों, ५० पैसे के सिक्के और २५ पैसे के सिक्कों में बाँटो।

१ रुपया + १ पचास पैसे का सिक्का + १ पच्चीस पैसे का सिक्का = १ रुपया + ५० पैसे + २५ पैसे = १ रुपया ७५ पै० ।

∴ प्रत्येक प्रकार के सिक्कों की संख्या = २८ रुपये ÷ १ रुपया ७५ पै० = १६ ।

प्रश्नमाला ५७

(१) २२ रुपये २० पै० को बराबर संख्या के रुपये, पचास पै०, पच्चीस पै० और १० पै० के सिक्कों में बाँटो ।

(२) १०० रुपये बराबर संख्या के पुरुष, स्त्री और लड़कों में बाँटे गये; प्रत्येक पुरुष को २ रुपये ५० पै०, प्रत्येक स्त्री को २ रुपये और प्रत्येक लड़के को १ रुपया ७५ पै० मिले; तो पुरुष, स्त्री और लड़कों की संख्या बताओ ।

(३) एक बेग (थैले) में कुछ रुपये हैं, उनसे दूने पचास पै० और चौगुने पच्चीस पै० और उन सबका जोड़ ३३ रुपये हैं; तो प्रत्येक प्रकार के सिक्कों की संख्या बताओ ।

(४) ६० रु० २० पै० को कितने बालकों में बाँटें कि प्रत्येक को १ रु०, ५० पै०, २५ पै० और १० पै० मिल जावें ?

९२ । उदाहरण । क और ख के पास मिलकर १३ रु० ५० पै० हैं, ख और ग के पास मिलकर ८ रु० ५० पै०, क और ग के पास मिलकर ११ रु० ५० पै०; तो बताओ क के पास क्या है ।

१३ रु० ५० पै० + ११ रु० ५० पै० = क के रुपये से दूना + ख के रुपये + ग के रुपये ।

परन्तु ८ रु० ५० पै० = ख के रु० + ग के रु०;

∴ (१३ रु० ५० पै० + ११ रु० ५० पै० − ८ रु० ५० पै०) वा १६ रु० ५० पै० = क के दूने रुपये;

∴ क के रु० = १६ रु० ५० पै० ÷ २ = ८ रु० २५ पै० ।

वा इस भाँति—

(१३) रु० ५० पै० + ८ रु० ५० पै० + ११ रु० ५० पै०) वा ३३ रु० ५० पै० = क का दूना रुपया + ख क दूना रुपया + ग का दूना रुपया,

∴ (३३ रु० ५० पै० ÷ २) वा १६ रु० ७५ पै० = क के रुपये + ख के रुपये + ग के रुपये,

परन्तु ८ रु० ५० पै० = ख के रुपये + ग के रुपये.

∴ क के रु० = १६ रु० ७५ पै० − ८ रु० ५० पै० = ८ रु० २५ पै० ।

प्रश्नमाला ५८

(१) क और ख के पास मिलकर ६ रुपये ५० पै०, ख और ग के पास मिलकर ४ रुपये २५ पै०, क और ग के पास मिलकर ५ रुपये २५ पै० हैं; तो क के पास क्या है ?

(२) क और ख के पास मिलकर २४ रु० १८ पैसे हैं, ख और ग के पास मिलकर १९ रु० २० पैसे, क और ग के पास मिलकर २३ रु० २८ पैसे; तो ख के पास क्या है ?

(३) एक घोड़ा और एक गाय का मोल मिलकर ३०० रु० ५० पैसे है, एक गाय और एक भेड़ का मोल मिलकर १५० रु० है, एक घोड़ा और एक भेड़ का मोल मिलकर २०० रु० ५० पैसे है; तो एक घोड़े का, एक गाय का और एक भेड़ का मोल बताओ ।

(४) एक पुरुष और एक स्त्री के पास मिलकर ३० रु० ४० पैसे हैं और उस स्त्री और एक बालक के पास मिलकर २० रु० ५० पैसे हैं, और उस पुरुष और बालक के पास मिलकर २५ रु० ६० पैसे हैं; तो पुरुष, स्त्री और बालक के पास मिलकर कितने रुपये हैं ?

इक्कीसवाँ अध्याय

उत्पादक और रूढ़ संख्या

९३। यदि एक संख्या दूसरी संख्या से पूरी बँट जाय, तो दूसरी संख्या को पहली संख्या का 'अपवर्त्तक' वा 'उत्पादक' वा 'गुणनीयक' वा 'गुणन-खण्ड' कहते हैं और पहली संख्या को दूसरी का 'अपवर्त्य वा 'गुणितक' वा 'आधार'। जैसे, १५ का उत्पादक ५ है। और ५ का अपवर्त्य १५ है ।

किसी संख्या के उत्पादक लिखने में १ को छोड़ देते हैं, क्योंकि वह प्रत्येक संख्या का उत्पादक कहा जा सकता है।

६४। 'सम संख्या' उस संख्या को कहते हैं जो २ से पूरी बँट जाय और 'विषम संख्या' उस संख्या को कहते हैं जो २ से पूरी न बँटे।

६५। पूरे बँटने की पहचान।

कोई संख्या पूरी बँट सकती है—

२ से, जब उसके अन्त का अङ्क शून्य हो वा कोई सम अङ्क हो; जैसे, ३१०, ५४।

४ से, जब उसके अन्त के दो अङ्क ऐसी संख्या प्रकट करते हों, जो ४ से पूरी बँट सके, जैसे, ३००, ३२०, ६२४।

८ से, जब उसके अन्त के तीन अङ्क ऐसी संख्या प्रकट करते हों, जो ८ से पूरी बँट सके; जैसे, २०००, ३४००, ३२४०, ३८१६।

५ से, जब उसके अन्त का अङ्क शून्य वा ५ हो; जैसे, ३७०, ३४५।

१० से, जब उसके अन्त का अङ्क शून्य हो।

३ से, जब उसके अङ्कों का योगफल ३ से पूरा बँट जाय, जैसे; १२६, ४०२।

९ से, जब उसके अङ्कों का योगफल ९ से पूरा बँट जाय, जैसे, ४७७, ८०१।

११ से, जब उसके सम और विषम स्थानों के अङ्कों के योगफलों का अन्तर शून्य हो वा ११ से पूरा बँट जाय; जसे, ३४६७२, ५८२९३४।

इस बात के जानने के लिए कि कोई संख्या ७, ११ वा १३ से पूरी बँट सकती है वा नहीं, निम्नलिखित नियम है :—

संख्या के अङ्कों की दाहिनी ओर से बाईं ओर को गिनकर तीन-तीन अङ्कों के टुकड़ों में जहाँ तक हो सके विभाग करो। सम और विषम टुकड़ों को अलग-अलग जोड़कर अधिक में से न्यून को घटाओ; अब यदि शेष शून्य रहे वा ७, ११ अथवा १३ से पूरा बँट जाय; तो वह संख्या भी ७, ११ अथवा १३ से पूरी बँट जायगी।

जैसे, ९८१२६ पूरा ७ से बँट सकता है, परन्तु ११ वा १३ से नहीं; क्योंकि १२६ – ९८ = २८ जो कि बँट सकता है, परन्तु ११ वा १३ से नहीं बँट सकता।

९६। यदि कोई संख्या दो संख्याओं से, जिनका कोई समापवर्त्तक नहीं है, अलग-अलग पूरी बँट जाय, तो वह उनके गुणनफल से भी पूरी बँट सकती है।

यदि कोई संख्या ३ वा ९ से पूरी बँट जाय, तो कोई दूसरी संख्या जो उन्हीं अङ्कों से प्रकट की जाय, ३ वा ९ से पूरी बँट सकती है।

यदि दो संख्याओं में से प्रत्येक किसी तीसरी संख्या से पूरी बँट जाय, तो उनका योगफल और अन्तर भी उस तीसरी संख्या से पूरा बँट सकता है।

यदि एक संख्या दूसरी से पूरी बँट जाय, तो प्रथम संख्या का कोई गुणितक भी उस दूसरी संख्या से पूरा बँट सकता है।

यदि दो संख्याओं में से प्रत्येक किसी तीसरी संख्या से पूरी बँट जाय, तो प्रथम संख्या के किसी गुणितक और दूसरी संख्या के किसी गुणितक का योगफल और अन्तर भी उस तीसरी संख्या से पूरा बँट सकता है।

प्रश्नमाला ५९

बताओ कि निम्नलिखित संख्याएँ २, ३, ४, ५, ८, ९, १० वा ११ से पूरी बँट सकती हैं या नहीं :—

(१) १३८। (२) ९४५। (३) ६८४। (४) ४२०।
(५) ८८४४। (६) ७९४२। (७) १२३०। (८) १७७२।
(९) २३११। (१०) ३४७५। (११) ८९७६। (१२) ७१२८।
(१३) १२३४५। (१४) ९८७६५। (१५) ३५६००। (१६) २३०००।
(१७) ७०९२८१। (१८) ७७७७७७। (१९) ९८९८९८। (२०) १२३४५६७८९०।

बताओ कि निम्नलिखित संख्याएँ ७, ११ वा १३ से पूरी बँट सकती हैं या नहीं :—

(२१) ९९१२०। (२२) ८९१३३। (२३) ६७११९। (२४) ५५५५५५।
(२५) ४३३३७८। (२६) ४१२३२१०। (२७) ५५७३४५४५।
(२८) १२३७८९६६६।

बताओ कि निम्नलिखित संख्याएँ ६, १२ वा ३० से पूरी बँट सकती हैं या नहीं :—

(२९) ३७२ । (३०) ६४८ । (३१) ७७४० । (३२) ३७२५ ।

(३३) वह कौनसी सबसे छोटी संख्या है, जिसको यदि २३११ में जोड़ें, तो योगफल (१) ३ से, (२) ४ से पूरा बँट जाय ?

(३४) वह कौनसी सबसे छोटी संख्या है, जिसको यदि ७००३१ में से घटावें, तो शेष (१) ५ से, (२) ८ से, (३) ९ से पूरा बँट जाय ?

(३५) कौनसी संख्या ११ की वही गुणितक है, जो १५ की ३७०५ है ?

९७ । 'रूढ़ संख्या' उस संख्या को कहते हैं जो सिवाय अपने और एक के किसी दूसरी संख्या से पूरी न बँट सके ।

१, २, ३, ५, ७, ११, १३ इत्यादि संख्याएँ हैं ।

'यौगिक संख्या' उस संख्या को कहते हैं जिसके उत्पादक हों और जिनमें से प्रत्येक १ से बड़ा हो ।

४, ६, ८, ९, १०, १२ इत्यादि यौगिक संख्याएँ हैं ।

९८ । रूढ़ संख्याओं को निश्चय करने की रीति—

(१) १, २, ३...संख्याओं की पंक्ति में रूढ़ संख्याओं को निश्चय करने के लिए २ के पश्चात् प्रत्येक दूसरी संख्या को काटते जाओ, ३ के पश्चात् प्रत्येक तीसरी संख्या को, ५ के पश्चात् प्रत्येक पाँचवीं संख्या को इत्यादि; शेष संख्याएँ रूढ़ होंगी । [संख्याओं की किसी पंक्ति में रूढ़ संख्या निश्चय करने के लिये किसी ऐसी रूढ़ संख्या से भाग देने की आवश्यकता नहीं होती, जिसका वर्ग पंक्ति में सबसे बड़ी संख्या से अधिक हो] ।

(२) किसी दी हुई संख्या के जानने के लिए कि यह रूढ़ है या नहीं, उस संख्या को २, ३, ५, ७, ११ इत्यादि से क्रमानुसार भाग दो; यदि प्रत्येक अवस्था में शेषफल रहे, तो दी हुई संख्या रूढ़ है । (इस बात की आवश्यकता नहीं कि ऐसे भाजक से परीक्षा की जाय जिसका वर्ग दी हुई संख्या से अधिक हो) ।

सूचना—अनु० ९५ से यह बात विदित होगी कि सिवाय २ और ५ के प्रत्येक रूढ़ संख्या की इकाई के स्थान का अङ्क १, ३, ७ वा ९ होना चाहिए; इस कारण किसी दी हुई संख्या की २ और ५ को छोड़कर उस

समय परीक्षा करनी चाहिए जबकि उसकी इकाई के स्थान का अङ्क १, ३, ७ वा ९ हो और ऐसी अवस्था में २ और ५ से भाग देकर परीक्षा करने की कोई आवश्यकता नहीं है।

९८ क। १ से लेकर १००९ तक के बीच की रूढ़ संख्याओं की सूची नीचे दी जाती है :—

१	५९	१३९	२३३	३३७	४३९	५५७	६५३	७६९	८८३
२	६१	१४९	२३९	३४७	४४३	५६३	६५९	७७३	८८७
३	६७	१५१	२४१	३४९	४४९	५६९	६६१	७८७	९०७
५	७१	१५७	२५१	३५३	४५७	५७१	६७३	७९७	९११
७	७३	१६३	२५७	३५९	४६१	५७७	६७७	८०९	९१९
११	७९	१६७	२६३	३६७	४६३	५८७	६८३	८११	९२९
१३	८३	१७३	२६९	३७३	४६७	५९३	६९१	८२१	९३७
१७	८९	१७९	२७१	३७९	४७९	५९९	७०१	८२३	९४१
१९	९७	१८१	२७७	३८३	४८७	६०१	७०९	८२७	९४७
२३	१०१	१९१	२८१	३८९	४९१	६०७	७१९	८२९	९५३
२९	१०३	१९३	२८३	३९७	४९९	६१३	७२७	८३९	९६७
३१	१०७	१९७	२९३	४०१	५०३	६१७	७३३	८५३	९७१
३७	१०९	१९९	३०७	४०९	५०९	६१९	७३९	८५७	९७७
४१	११३	२११	३११	४१९	५२१	६३१	७४३	८५९	९८३
४३	१२७	२२३	३१३	४२१	५२३	६४१	७५१	८६३	९९१
४७	१३१	२२७	३१७	४३१	५४१	६४३	७५७	८७७	९९७
५३	१३७	२२९	३३१	४३३	५४७	६४७	७६१	८८१	१००९

९९। प्रत्येक यौगिक संख्या के ऐसे उत्पादक बन सकते हैं, जो सब रूढ़ हों। किसी संख्या में केवल एक ही भाँति के रूढ़ उत्पादक होते हैं।

उदाहरण। ४४५२ के रूढ़ उत्पादक बताओ।

इस संख्या को लगातार और प्रत्येक अवस्था में उतनी बार जितनी बार सम्भव हो; रूढ़ संख्या २, ३, ५, ७, ११, १३... से जिनका प्रयोग भाजक के तुल्य हो सकता है भाग दो; यहाँ तक कि ऐसा भागफल निकल आवे जो रूढ़ संख्या हो।

```
२)४४५२
२)२२२६
३)१११३
७) ३७१
    ५३
```

∴ ४४५२ = २ × २ × ३ × ७ × ५३।

प्रश्नमाला ६०

इनके रूढ़ उत्पादक बताओ—

(१) ८। (२) १२। (३) १८। (४) २४। (५) २७।
(६) ३२। (७) ४८। (८) ५०। (९) ६३। (१०) ६४।
(११) ८०। (१२) ८८। (१३) ९९। (१४) १००। (१५) १०८।
(१६) १७६। (१७) ११७। (१८) २८८। (१९) ४९५। (२०) ६२५।
(२१) ९९९। (२२) १०५०। (२३) १२९६। (२४) १७६०। (२५) २०००।
(२६) ३६५०। (२७) ५७६०। (२८) २४५७। (२९) १३८२४। (३०) २००१००।

निम्नलिखित संख्याओं में से रूढ़ संख्या बताओ और जो यौगिक हों, उनके रूढ़ उत्पादक बताओ :—

(३१) २९। (३२) ६१। (३३) ८१। (३४) ७९। (३५) ९७।
(३६) १०७। (३७) ११३। (३८) २०७। (३९) २२७। (४०) ३४९।
(४१) ३७५१। (४२) ५०७। (४३) ४५७३। (४४) ६१९। (४५) ७१३।
(४६) ९९७। (४७) ६५३९। (४८) १७९३। (४९) ५०९। (५०) १३६३।

नीचे लिखी संख्याओं के बीच की रूढ़ संख्याओं की संख्या बताओ:—

(५१) १ और ३०। (५२) १० और ५०। (५३) २० और ७०।

(५४) ३७ को कौनसी रूढ़ संख्याओं से भाग दें कि शेषफल २ रहे ?

(५५) १०९ को कौनसी रूढ़ संख्याओं से भाग दें कि शेषफल ४ रहे ?

(५६) २९ को कौनसी संख्याओं से भाग दें कि शेषफल ५ रहे ?

बाईसवाँ अध्याय

महत्तम समापवर्त्तक

१००। दो वा अधिक संख्याओं का "समापवर्त्तक" वह संख्या है जो उनमें से प्रत्येक को पूरा भाग दे सके। जैसे, २, ३ और ६ में से प्रत्येक १२ और १८ का समापवर्त्तक है।

दो वा अधिक संख्याओं का "महत्तम समापवर्त्तक" वह सबसे बड़ी संख्या है जो उनमें से प्रत्येक को पूरा भाग दे सके, जैसे, ६ महत्तम समापवर्त्तक १२ और १८ का है।

सूचना—दो संख्याएँ परस्पर रूढ़ कही जाती हैं, जब उनका कोई समापवर्त्तक नहीं होता।

१०१। दो वा अधिक संख्याओं का महत्तम समापवर्त्तक उनके कुल रूढ़ समापवर्त्तकों का गुणनफल होता है।

उदाहरण १। १८ और ३० का महत्तम समापवर्त्तक निकालो।

१८=२×३×३; ३०=२×३×५।

अपवर्त्तक जो दोनों संख्याओं में पाये जाते हैं वह २ और ३ हैं; इस कारण इनका महत्तम समापवर्त्तक=२×३=६।

सूचना—महत्तम समापवर्त्तक के निकालने में कुल संख्याओं के रूढ़ अपवर्त्तकों के निकालने की आवश्यकता नहीं है। उन संख्याओं में से केवल एक के रूढ़ अपवर्त्तक निकाल लेने चाहिए और जिनसे प्रत्येक शेष संख्या पूरी बँट जावे, उन अपवर्त्तकों का गुणनफल ले लेना चाहिए।

उदाहरण २। ८४, १४० और १६८ का महत्तम समापवर्त्तक बताओ।

अब ८४=२×२×३×७ और प्रत्येक शेष संख्या २×२×७ से पूरी बँट जाती है; परन्तु ३ से नहीं, इस कारण इनका महत्तम समापवर्त्तक =२×२×७=२८।

प्रश्नमाला ६१

इनका महत्तम समापवर्त्तक उत्पादकों द्वारा निकालो—

(१) ९ और २४। (२) २० और ४८। (३) ३५ और ८०।

(४) १२६ और १४४। (५) ९० और ३२५। (६) २५२ और ३४८।

(७) १५० और ३७५। (८) २५६ और ७८८। (९) ४८० और ७९२।

(१०) १५, ३५, १२०। (११) १६, २४, १४०। (१२) ९०, १२५, ३४२।

(१३) २२४, ३३६, ७२८। (१४) ६२५, ७५०, १२२५। (१५) ८६८, ३१६४, ४२२८।

१०२। दो संख्याओं के महत्तम समापवर्त्तक निकालने की सबसे सुगम रीति नीचे दी जाती है:—

बड़ी संख्या को छोटी संख्या से भाग दो, फिर भाजक को शेषफल से, फिर दूसरे भाजक को दूसरे शेषफल से; इस भाँति करते जाओ, यहाँ तक कि शेषफल कुछ न रहे; सबसे पिछला भाजक महत्तम समापबर्त्तक होगा।

उदाहरण १ । ३८४ और १२६६ का महत्तम समापवर्त्तक बताओ ।

क्रिया—३८४) १२६६ (३
११५२
१४४) ३८४ (२
२८८
९६) १४४ (१
९६
४८) ९६ (२
९६
×

∴ इष्ट महत्तम समापवर्त्तक ४८ है ।

सूचना—जब तीन वा अधिक संख्याओं का महत्तम समापवर्त्तक निकालना हो, तो प्रथम किन्हीं दो का महत्तम समापवर्त्तक निकालो और फिर इस फल और तीसरी संख्या का और इसी प्रकार सब दी हुई संख्याओं पर क्रिया करो; अन्त में जो फल निकलेगा वही इष्ट महत्तम समापवर्त्तक होगा ।

उदाहरण २ । वह कौनसी सबसे बड़ी संख्या है, जिससे यदि ५० और ६० को भाग दें, तो ८ और ४ क्रम से शेष रहें ?

५० − ८ = ४२; ६० − ४ = ५६;

∴ इष्ट संख्या = ४२ और ५६ का महत्तम समापवर्त्तक = १४ ।

प्रश्नमाला ६२

इनका महत्तम समापवर्त्तक निकालो—

(१) ४८ और १४४ । (२) ७६ और २३८ । (३) ९२ और ७७२ ।
(४) २५२ और ३४८ । (५) ४९३ और ८९९ । (६) ६२० और २१०८ ।
(७) २१२१, १३१३ । (८) ४२९, ७१५ । (९) ३७७, ११३१ ।
(१०) १३७९, २४०१ । (११) २६६, २७९३ । (१२) ३७७५, १०००० ।
(१३) ६०२३, १५४६६ । (१४) ५८६५, ६९१८० । (१५) ४०८१, ५१४१ ।
(१६) ३५५६, ३४४४ । (१७) ५१८७, ५८५० । (१८) ६४४१, १०२८३ ।
(१९) १३६६७, १४१८६ । (२०) ४३३६५, ४४६८८ । (२१) ११०५०; ३५५८१ ।
(२२) १२३[illegible], [illegible] । (२३) [illegible], [illegible] । (२४) १३२०२, १४६०८३ ।

(२५) ५३२५, ८३०७ । (२६) ६६४५, ५०६०६ । (२७) ४१५५, २४७२० ।
(२८) १०६०५६, १७६७१२ । (२६) २१८७०७, ८२६७६६ ।
(३०) १२३४५६, ६८७६५४ ।

बताओ नीचे लिखी संख्याएँ परस्पर रूढ़ हैं या नहीं :—

(३१) ४०३, ५२७ । (३२) ३३७०, २७०३ । (३३) ३८७, ६२३४ ।
(३४) १७२६, १६२३ । (३५) ३८६०, ८२७५ । (३६) ३४८६, ६४४८ ।
(३७) २११, २७०१ । (३८) ५७८६, ७३३७ । (३६) ६३६७, १४५०१ ।

इनका महत्तम समापवर्त्तक निकालो :—

(४०) ७०३०३७, ५१३४०८३ । (४१) २७१४६६, ३०५६६ ।
(४२) ८०५, १३११, १६७८ । (४३) २०४, ११६०, १४४५ ।
(४४) १६१७, १२३, ७८६ । (४५) १३००, ७२५, ८७० ।
(४६) ७२३, ८०७, ७३५ । (४७) ५०४, २३६४, २८३५ ।
(४८) ११६०, १४४५, २००६ । (४६) १३३३८, १४१३६, १५६०३ ।
(५०) ३१४, ५७०, ६१८, ७२० । (५१) ६०२, ७३६४, ८७६, ६२४५८ ।

(५२) वह धन की कौनसी सबसे बड़ी संख्या है, जो ६ रुपये २५ पै० और ७ रुपये ५० पैसे दोनों में पूरी बार मिश्रित है ?

(५३) वह धन की कौनसी सबसे बड़ी संख्या है, जो १७ रु० ७० पै० और ३३ रु० ३३ पै० को पूरा भाग दे सके ?

(५४) वह कौनसी सबसे बड़ी संख्या है, जिससे ७२८ और ६०० को भाग देने से ८ और ४ क्रम से शेष रहें ?

(५५) वह कौनसी सबसे बड़ी संख्या है, जिससे २६१, ६३३ और १३८१ को भाग देने से प्रत्येक अवस्था में ५ शेषफल रहें ?

(५६) क्या कोई ऐसी संख्या है, जिससे ६२० और ७३० को भाग दें; तो ३ और ७ क्रम से शेषफल रहें ?

(५७) दो पीपों में क्रम से ५४० और ७२० लिटर पानी है; वह कौनसा सबसे बड़ा बर्तन है, जो पूरा भर जाने पर दोनों पीपों को ख़ाली कर दे ?

(५८) दो सोने के टुकड़े तोल में क्रम से ७२१६ और ४४२७ ग्राम हैं और इनके अलग-अलग एक ही तोल के सिक्के बनाने हैं; तो भारी से भारी सिक्का तोल में कितना हो सकता है ?

(५६) एक मज़दूर कुछ दिनों के लिए १२ रु० ५० पै० में ठहरा; परन्तु कुछ दिन न आने के कारण उसको केवल ८ रु० ७५ पै० मिले;

सिद्ध करो कि उसकी मज़दूरी १ रु० २५ पै० रोज़ से अधिक नहीं हो सकती।

(६०) एक स्त्री ने कुछ अण्डे १ रु० ८६ पै० में मोल लिए और कुछ उनमें से बिना लाभ ६६ पै० में बेच डाले; सिद्ध करो कि फिर भी उसके पास कम से कम २० अण्डे बच रहे।

तेईसवाँ अध्याय

लघुतम समापवर्त्य

१०३। दो वा अधिक संख्याओं का 'समापवर्त्य' वह संख्या है, जोकि उनमें से प्रत्येक पूरी बँट सकती हो।

दो वा अधिक संख्याओं का 'लघुतम समापवर्त्य' वह सबसे छोटी संख्या है, जो उनमें से प्रत्येक से पूरी बँट सके। जैसे, १२, २४, ३६ में से प्रत्येक ३, ४ और ६ का समापवर्त्य है, परन्तु १२ इनका लघुतम समापवर्त्य है।

१०४। दो संख्याओं का गुणनफल उनके महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य के गुणनफल के बराबर होता है। जैसे, ४ और ६ का २ महत्तम समापवर्त्तक और १२ लघुतम समापवर्त्य है और ४ × ६ = २ × १२; इस कारण दो संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य निकालने का नियम यह है कि दो संख्याओं में से एक को महत्तम समापवर्त्तक से भाग दो और जो लब्धि निकले उसे दूसरी संख्या से गुणा करो।

उदाहरण। ३८ और ५७ का लघुतम समापवर्त्य निकालो।

३८ और ५७ का महत्तम समापवर्त्तक = १९; ३८ ÷ १९ = २।

∴ इष्ट लघुतम समापवर्त्य = २ × ५७ = ११४।

सूचना—जब तीन या अधिक संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य निकालना हो, तो पहले उनमें से किसी दो का लघुतम समापवर्त्य निकालो और फिर इस फल और तीसरी संख्या का और इसी प्रकार निकालते जाओ; अन्त में जो फल निकलेगा वही इष्ट लघुतम समापवर्त्य होगा।

प्रश्नमाला ६३

इनका लघुतम समापवर्त्य निकालो—

(१) १२ और ३२ । (२) ७६ और ९८ । (३) ८१, ९९ ।

(४) ३२०, ७०४ । (५) ११७, १९२ । (६) १२२४, १६९६ ।

(७) २२४, ३३६ । (८) ७५४, ८०६ । (९) ९५७, १००१ ।

(१०) ८४५, ८९९ । (११) ७७९, ११९७ । (१२) १२८७, ६२८१ ।

(१३) ७६, ९६, १०६ । (१४) ६२९, ८५१, २५३ ।

(१५) २६५, ३८५, ४९५ । (१६) ३००, ९०६, ७०८ ।

(१७) २१० और ३८५ का लघुतम समापवर्त्य रूढ़ उत्पादकों द्वारा निकालो ।

(१८) ४४, ५४ और ७२ का लघुतम समापवर्त्य इनके रूढ़ उत्पादक बनाकर निकालो ।

(१९) ६ रु० ८० पै० और १४ रु० ६० पै० का लघुतम समापवर्त्य निकालो ।

(२०) दो संख्याओं का महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य क्रम से १६ और १९२ है, एक संख्या उनमें से ४८ है; तो दूसरी बताओ ।

(२१) दो संख्याओं का महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य क्रम से १० और ३००३० है, उन संख्याओं में से एक ७७० है, तो दूसरी क्या है ?

१०५ । नीचे के नियम में कई छोटी-छोटी संख्याओं के लघुतम समापवर्त्य निकालने की अत्यन्त सहज रीति दी जाती है :—

संख्याओं को पास-पास एक पंक्ति में रखो और रूढ़ संख्या २, ३, ५, ७, ११...में से किसी एक से भाग दो जोकि उन दी हुई संख्याओं में से कम से कम किसी दो को पूरा भाग दे सकें; और जो भागफल निकले उनको और जो संख्या पूरी नहीं बँट सकतीं, उनको पास-पास रख दो; इसी रीति से क्रिया करते जाओ, यहाँ तक कि ऐसी संख्याओं की पंक्ति प्राप्त हो जाय जो परस्पर रूढ़ हों । सम्पूर्ण भाजकों और नीचे की पंक्ति की संख्याओं का गुणनफल इष्ट लघुतम समापवर्त्य होगा ।

उदाहरण १। १२, १८, २० और १०५ का लघुतम समापवर्त्य निकालो।

क्रिया—

२)	१२,	१८,	२०,	१०५
२)	६,	९,	१०,	१०५
३)	३,	९,	५,	१०५
५)	१,	३,	५,	३५
	१,	३,	१,	७

∴ इष्ट लघुतम समापवर्त्य = २×२×३×५×३×७ = १२६०।

सूचना—यदि किसी पंक्ति में कोई संख्या उसी पंक्ति की किसी अन्य संख्या का उत्पादक हो, तो उस संख्या को जो दूसरी का उत्पादक है, छोड़ देने से यह क्रिया और भी संक्षिप्त हो सकती है।

जैसे, यदि ६, १२, १५, ३० और ४० का लघुतम समापवर्त्य निकालना हो, तो १२, ३० और ४० का लघुतम समापवर्त्य निकाल लेना ही ठीक होगा।

उदाहरण २। वह सबसे छोटी संख्या बताओ जिसको यदि १२, १६ और १८ से भाग दें, तो प्रत्येक अवस्था में ५ शेषफल रहें।

१२, १६ और १८ का लघुतम समापवर्त्य = १४४।

∴ इष्ट संख्या = १४४ + ५ = १४९।

प्रश्नमाला ६४

इनका लघुतम समापवर्त्य निकालो—

(१) ६, ८, १६। (२) १२, १६, २४।

(३) ५, १८, १६, ९। (४) ९, ४, १८, ६।

(५) १२, १५, १८, २४, ५६। (६) १५, १६, २०, २८, ४२।

(७) २२, १७, ३३, २५, ८५। (८) ८, ९, १२, १८, ३०।

(९) ६, १५, २७, ३५, ४५। (१०) २८, ३६, ५४, ७२, ९०।

(११) २४, १०, ३२, ४५, २५। (१२) ९, १८, २४, ७२, १४४।

(१३) ५१, १८७, १५३, १६५। (१४) ३३, ५५, ६०, ८०, ९०।

(१५) २२, ८८, १३२, १९८। (१६) १७, ५१, ११९, २१०।

(१७) ५०, ३३८, ६७५, ७०२, ९७५। (१८) २४, ३५, ५२, ६०, ९१, १०८।

(१९) ३१५, १५६, १२६, १०८, ९१। (२०) २७, ८०, २०३, २८१, १८९।

(२१) १२६, १४५, ८७, २१०, ५८५ । (२२) २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १० ।

(२३) २, ४, ६, ८, १०, १२, १४, १६ ।

(२४) १५, १६, १८, २०, २४, २५, २७, ३० ।

(२५) २४, ३५, ५२, ६०, ९१, १०८, १२६, १५६, ३१५ ।

(२६) ऐसी कौनसी सबसे छोटी संख्या है जिसको यदि १२, १८ और ३० से भाग दें, तो प्रत्येक अवस्था में ९ शेषफल रहें ?

(२७) ऐसी कौनसी सबसे छोटी संख्या है जिसको यदि १२८ और ९६ से भाग दें, तो प्रत्येक अवस्था में ५ शेष रहें ?

(२८) वह कौनसी सबसे छोटी संख्या है जिसमें यदि ३ जोड़ें, तो २४, ३६ और ४८ से पूरी बँट जाय ?

(२९) पाँच घण्टे जो क्रम से ३, ५, ७, ८ और १० सेकण्ड की देरी से बजते हैं एक बार एक साथ बजकर फिर कितनी देर पश्चात् एक साथ बजेंगे ?

(३०) तीन मनुष्य प्रति दिन क्रम-से १०, १५ और १८ किलो मीटर चलते हैं; तो सबसे कम ऐसी दूरी बताओ जिसके चलने में प्रत्येक को पूरे-पूरे दिवस लगें ।

(३१) दो गोल खम्भों की गोलाई क्रम से ५२५ सें० मी० और ६७५ सें० मी० है तो सबसे छोटा रस्सा कितना लम्बा होगा, जो दोनों खम्भों पर पूरी-पूरी बार लपेटा जा सके ?

(३२) एक गोलियों के ढेर के क्रम से २८, ३२ और ४२ के अलग-अलग ढेर लगाये जाते हैं और प्रत्येक अवस्था में ५ गोली शेष रहती हैं; तो उस ढेर में कम-से-कम कितनी गोलियाँ हो सकती हैं ?

(३३) वह कौनसी सबसे छोटी संख्या है, जो एक से लेकर २० तक की संख्याओं से पूरी बँट सकती है ?

(३४) एक गाड़ी के पहियों के घेरे ७५ सें० मी० और १०८ सें० मी० हैं; तो वह कौनसी सबसे कम दूरी है, जिसमें दोनों पहिये पूरे चक्कर करेंगे ?

चौबीसवाँ अध्याय

भिन्न

१०६। जब कोई राशि केवल पूरी इकाइयों से बनी हो, तो उसकी गणना को 'पूर्ण संख्या', 'पूर्णाङ्क-संख्या', 'पूर्णाङ्क' अथवा 'अखण्ड-संख्या' कहते हैं।

२ से लेकर २१ अध्याय पर्य्यन्त शब्द 'संख्या' से आशय पूर्णाङ्क संख्या है।

जब कोई राशि इकाई के एक वा अधिक समान भागों से बनी होती है, तो उसकी गणना को 'भिन्न-संख्या' व 'भिन्न' कहते हैं।

उदाहरण। दो तिहाई एक भिन्न है, क्योंकि इकाई की दो-तिहाई से एक ऐसी राशि प्रकट होती है, जो ऐसे दो समान भागों से बनी हुई है जिनके तीन भाग से इकाई बनती है।

१०७। समान भागों की संख्या को जिनमें इकाई विभाग की जाती है, भिन्न का 'हर' कहते हैं और ऐसे भागों की उस संख्या को जो भिन्न बनाने के लिए ली जाती है, भिन्न का 'अंश' बोलते हैं।

भिन्न प्रकट करने के लिए अंश को हर के ऊपर रखते हैं और उनके मध्य में एक पड़ी रेखा (—) खींच देते हैं।

जैसे, $\frac{४}{७}$ से वह भिन्न प्रकट होती है, जिसका अंश ४ और हर ७ है। यह चिह्न 'भिन्न के चिह्न' वा 'भिन्न' कहलाते हैं।

सूचना १—चिह्न $\frac{१}{२}$ को आधा पढ़ते हैं, $\frac{१}{३}$ को एक-तिहाई, $\frac{२}{३}$ को दो-तिहाई, $\frac{१}{४}$ को एक-चौथाई, $\frac{३}{४}$ को तीन-चौथाई इत्यादि।

पूर्वलिखित संख्या-लेखन रीति द्वारा प्रकट की हुई भिन्न को 'साधारण' वा 'सामान्य' भिन्न कहते हैं।

उदाहरण। १ मीटर के $\frac{२}{३}$ से एक ऐसी राशि प्रकट होती है, जो दो समान भागों से बनी है, जिनके तीन भागों से एक मीटर बनता है।

सूचना २—यदि १ मीटर (वा किसी और इकाई) को तीन समान भागों में विभाग करें और ऐसे दो भाग ले लें, अथवा २ मीटर को

(वा उस इकाई के दूने को) तीन समान भागों में विभाग कर और इन भागों में से एक भाग ले लें, तो इन दोनों अवस्थाओं में एक ही फल प्राप्त होता है। इस प्रकार भिन्न उस भागफल को भी प्रकट करती है; जो अंश में हर का भाग देने से प्राप्त होता है; इसलिए $\frac{२}{३}$ को बहुधा करके २ बटा ३ पढ़ते हैं।

प्रश्नमाला ६५

इनका मान बताओ—

(१) १ रुपये का $\frac{१}{४}$। (२) $\frac{१}{५}$ रु०।

(३) १ किलो ग्राम का $\frac{१}{४०}$। (४) १ रुपये का $\frac{३}{३०}$। (५) १ रु० का $\frac{६}{३०}$।

(६) ३६ सें० मी० का $\frac{७}{१२}$। (७) ६० पै० का $\frac{५}{१२}$।

(८) १ मीटर का $\frac{१}{१०}$। (९) १ रु० २८ पै० का $\frac{३}{६४}$।

(१०) $\frac{३}{३०}$ हेक्टो ग्राम। (११) $\frac{६}{१०}$ किलो मीटर।

(१२) ८० ग्राम का $\frac{३}{८}$। (१३) १ घण्टा ५ मिनट का $\frac{३}{१३}$।

१०८। यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों को एक ही संख्या से गुणा दिया जाय, तो उसका मान नहीं बदलता।

जैसे, $\frac{२}{३}$ और $\frac{२४}{३६}$ को लो; प्रथम भिन्न प्रकट करती है कि इकाई ३ समान भागों में विभाग हुई है और उनमें से २ भाग लिए गये हैं और दूसरी प्रकाशित करती है कि इकाई ३६ समान भागों में विभाग हुई है और उनमें से २४ भाग लिए गये हैं। अब प्रत्यक्ष में पहली भिन्न का एक भाग दूसरी भिन्न के १२ भागों के समान है; इसलिए पहली भिन्न के २ भाग (लिए हुए)=दूसरी भिन्न के २४ भाग (लिए हुए)। $\therefore \frac{२}{३}=\frac{२४}{३६}=\frac{२\times१२}{३\times१२}$।

उदाहरण। एक डेसी मीटर का $\frac{१}{१०}$=१ सें० मी० और १ डेसी मीटर का $\frac{१२}{१२०}$=१ सें० मी०।

अनुमान—यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों को एक ही संख्या से भाग दिया जाय, तो भिन्न के मान में कुछ अन्तर नहीं आता।

१०९। कोई पूर्णाङ्क संख्या किसी दिये हुए हर के साथ भिन्न के रूप में लिखी जा सकती है।

जैसे, $३=\frac{३}{१}=\frac{६}{२}=\frac{९}{३}=\frac{१२}{४}$ इत्यादि।

११०। कोई दी हुई भिन्न किसी दूसरे भिन्न के रूप में की जा सकती है, जिसका हर दी हुई भिन्न के हर का कोई अपवर्त्य हो।

उदाहरण। $\frac{२}{३}$ को ऐसी भिन्न के रूप में लाओ जिसका हर १२ हो।

१२ = ३ × ४; इसलिए $\frac{२}{३} = \frac{२ \times ४}{३ \times ४} = \frac{८}{१२}$, उत्तर।

प्रश्नमाला ६६

(१) पूर्ण संख्या २, ५, ७, १० में से प्रत्येक को ऐसी भिन्न के रूप में लिखो जिसका हर ९ हो।

(२) ११ को ऐसी भिन्नों के रूप में लाओ, जिनके हर २, ९, ११, २५ और ३५ हों।

(३) २१, ७६ और १५९ को ऐसी भिन्नों के रूप में प्रकाशित करो, जिनके हर क्रम से ५, ९ और ७५ हों।

(४) $\frac{५}{६}$ और $\frac{७}{९}$ में से प्रत्येक की ऐसी भिन्नें बनाओ, जिनके हर १२, १८, ९६ और ६०० हों।

(५) $\frac{१}{३}$, $\frac{३}{५}$, $\frac{७}{९}$, $\frac{२}{१५}$ और $\frac{१३}{३०}$ के समान ऐसी भिन्नें बनाओ, जिनका हर ९० हो।

(६) $\frac{२२}{१२१}$, $\frac{३६}{६५}$ और $\frac{५४}{६०}$ को ऐसी समान भिन्नों में बदलो, जिनके हर क्रम से ११, ५ और १० हों।

(७) $\frac{३५}{४२}$, $\frac{५०}{६०}$, $\frac{६०}{७२}$ और $\frac{७७}{६६}$ में से प्रत्येक को ऐसी भिन्नों के रूप में लिखो, जिनका हर ६ हो।

१११। कोई भिन्न अपने लघुतम रूप में उस समय कही जाती है, जब उसके अंश और हर में कोई समापवर्त्तक नहीं होता।

उदाहरण १। $\frac{६३०}{८४०}$ को लघुतम रूप में लाओ।

अंश और हर को उनके महत्तम समापवर्त्तक से, जो २१० है, भाग दो; इस प्रकार $\frac{६३०}{८४०} = \frac{६३० \div २१०}{८४० \div २१०} = \frac{३}{४}$, उत्तर।

सूचना—किसी भिन्न को लघुतम रूप में लाने में इससे सुगमता होती है कि अंश और हर में से प्रथम ऐसे समापवर्त्तकों को दूर कर दिया जाय, जो केवल देखने से वा भाग की जाँचों के प्रयोग से विदित हो जावें (अनु० ९५)।

उदाहरण २। $\frac{७८}{८४}$ को लघुतम रूप में लाओ।

क्रिया— $\frac{\overset{१३}{\cancel{\overset{३९}{\cancel{७८}}}}}{\underset{१४}{\cancel{\underset{४२}{\cancel{८४}}}}} = \frac{१३}{१४}$, उत्तर।

यहाँ पर प्रथम ७८ और ८४ को २ से भाग दिया, तो भागफल ३९ और ४२ हुए; फिर ३९ और ४२ को ३ से भाग दिया, तो भागफल १३ और १४ हुए, जो परस्पर रूढ़ हैं। इस कारण उत्तर $\frac{१३}{१४}$ हुआ।

उदाहरण ३। काटकर इनको लघुतम रूप में लाओ—

(१) $\frac{२ \times १५}{३५ \times २८}$।   (२) $\frac{३ \times ४ \times ५}{६ \times २०}$।

(१) $\frac{\cancel{२} \times \overset{३}{\cancel{१५}}}{\underset{७}{\cancel{३५}} \times \underset{४}{\cancel{२८}}} = \frac{३}{२८}$, उत्तर।   (२) $\frac{\cancel{३} \times \cancel{४} \times \cancel{५}}{\underset{२}{\cancel{६}} \times \underset{५}{\cancel{२०}}} = \frac{१}{२}$, उत्तर।

सूचना—यह स्मरण रखना चाहिए कि जब कोई अपवर्त्तक अलग किया जाता है, तो उसके स्थान में १ रखा जाता है, शून्य नहीं।

प्रश्नमाला ६७

इनको लघुतम रूप में लाओ—

(१) $\frac{३}{६}$। (२) $\frac{४}{१२}$। (३) $\frac{१५}{३०}$। (४) $\frac{१२}{१६}$। (५) $\frac{१४}{२१}$।
(६) $\frac{१२}{२७}$। (७) $\frac{२१}{२८}$। (८) $\frac{१८}{३०}$। (९) $\frac{१६}{२४}$। (१०) $\frac{२५}{७५}$।
(११) $\frac{६४}{८०}$। (१२) $\frac{४६}{५६}$। (१३) $\frac{१५}{४०}$। (१४) $\frac{३३}{४४}$। (१५) $\frac{६०}{८०}$।
(१६) $\frac{३६}{५७}$। (१७) $\frac{२६}{७८}$। (१८) $\frac{५१}{६८}$। (१९) $\frac{१६}{१००}$। (२०) $\frac{३४}{८५}$।

प्रश्नमाला ६७ क

इनको लघुतम रूप में लाओ—

(१) $\frac{१२}{१८}$। (२) $\frac{१६}{३६}$। (३) $\frac{२१}{७०}$। (४) $\frac{१०}{७५}$।
(५) $\frac{५७}{९५}$। (६) $\frac{६४}{१२८}$। (७) $\frac{१७१}{१८९}$। (८) $\frac{६३}{१४४}$।
(९) $\frac{१४७}{१८९}$। (१०) $\frac{५५५}{९९९}$। (११) $\frac{८७५}{१०००}$। (१२) $\frac{७२०}{८६४}$।
(१३) $\frac{४६५}{१२१०}$। (१४) $\frac{८५५}{१८८१}$। (१५) $\frac{९६०}{१९३५}$। (१६) $\frac{३०६४}{३०४२}$।
(१७) $\frac{१७०२}{१८८०}$। (१८) $\frac{१४८५}{२१६०}$। (१९) $\frac{५२३६}{६७७६}$। (२०) $\frac{४३००}{४३७५}$।
(२१) $\frac{१२६१}{१६४९}$। (२२) $\frac{३२७६}{४९१४}$। (२३) $\frac{५५४४}{६५५२}$। (२४) $\frac{१६३२}{२९७६}$।
(२५) $\frac{२४७२}{३२६४}$। (२६) $\frac{२७५५}{३५१५}$। (२७) $\frac{३३६६}{४४८८}$। (२८) $\frac{६६४८}{१०२४}$।
(२९) $\frac{३०४२६}{८८६४१}$। (३०) $\frac{३२००}{५६४०}$। (३१) $\frac{७५६८}{९५०४}$। (३२) $\frac{८३६८}{२९३९३}$।
(३३) $\frac{४८५१०}{४९००५}$। (३४) $\frac{७१४२८५}{९९९९९९}$। (३५) $\frac{१३५७९५}{२२२२१०}$।

प्रश्नमाला ६७ ख

इनको काट कर सरल करो—

(१) $\frac{३×४}{८×९}$ । (२) $\frac{७×१५}{९×१४}$ । (३) $\frac{१५×४}{१२×९}$ । (४) $\frac{६×१६×१५}{३×८×४०}$ ।

(५) $\frac{८×१४×२४}{४८×३५×३}$ । (६) $\frac{७×८×२४}{५६×२१×१६}$ । (७) $\frac{२×२५×११}{५५×३०×४}$ । (८) $\frac{५×८१×७७}{२२×५५×७२}$ ।

(९) $\frac{८०×३०×४२}{१००×७२×१६}$ । (१०) $\frac{१७×६३×४}{३५×३×६}$ । (११) $\frac{७×९×१०}{२४×२८×५}$ । (१२) $\frac{१५×२१×३२}{३५×४८×७}$ ।

११२। 'संयुक्त' वा 'भागानुबन्ध भिन्न' पूर्णाङ्क संख्या और भिन्न से बनी हुई होती है; जैसे, $३\frac{२}{५}$, यह $३+\frac{२}{५}$ के लिए लिखा जाता है और इसको 'तीन सही दो बटे पाँच' पढ़ते हैं।

संयुक्त भिन्न साधारण भिन्न के रूप में लिखी जा सकती है।

उदाहरण। $४\frac{२}{३}$ की साधारण भिन्न बताओ—

$$४\frac{२}{३}=४+\frac{२}{३}=\frac{१२}{३}+\frac{२}{३}=\frac{१४}{३} ।$$

क्योंकि इकाई की १२ तिहाई और २ तिहाई मिलकर (१२+२) वा १४ तिहाई इकाई की होती हैं।

इस कारण यह नियम है:—पूर्णाङ्क को भिन्न के हर से गुणा करो और गुणनफल को उसके अंश में जोड़कर नया अंश बनाओ और हर वही रहने दो।

प्रश्नमाला ६८

नीचे लिखी संयुक्त भिन्नों को साधारण भिन्न बनाओ—

(१) $३\frac{१}{३}$ । (२) $७\frac{२}{५}$ । (३) $९\frac{३}{११}$ । (४) $८\frac{७}{१०}$ ।

(५) $५\frac{१}{५}$ । (६) $७\frac{१}{१००}$ । (७) $१२\frac{३}{७०}$ । (८) $२०\frac{३}{२०}$ ।

(९) $३९\frac{२}{४१}$ । (१०) $९०\frac{१}{९०}$ । (११) $२९\frac{७}{२००}$ । (१२) $७६\frac{१३}{९६}$ ।

(१३) $२५\frac{२३}{२५}$ । (१४) $१११\frac{१००}{१११}$ । (१५) $९९\frac{१०}{९९}$ । (१६) $७\frac{४३}{१००}$ ।

(१७) $८\frac{३२६}{१०००}$ । (१८) $२२\frac{३३}{१०१}$ । (१९) $४०\frac{४}{२०१}$ । (२०) $४\frac{४}{९९}$ ।

११३। 'समभिन्न' वह भिन्न है; जिसका अंश हर से छोटा हो; जैसे $\frac{२}{५}$।

'विषम भिन्न' वह भिन्न है, जिसका अंश हर के समान अथवा उससे अधिक हो; जसे, $\frac{३}{३}$, $\frac{७}{५}$ ।

'विषम भिन्न' किसी पूर्णाङ्क वा संयुक्त 'भिन्न' के बराबर होती है।

उदाहरण। $\frac{२१}{७}$ और $\frac{२९}{६}$ को पूर्णाङ्क संख्या वा संयुक्त भिन्न के रूप में लाओ।

$\frac{२१}{७}=\frac{३×७}{१×७}=\frac{३}{१}=३;$ $\frac{२९}{६}=\frac{२४}{६}+\frac{५}{६}=४+\frac{५}{६}=४\frac{५}{६}$ ।

इस कारण यह नियम है:—अंश को हर से भाग दो, भागफल संयुक्त भिन्न का पूर्णाङ्क होगा, शेषफल यदि हो, तो वह उस भिन्न का अंश होगा और दी हुई भिन्न का हर उस भिन्न का हर होगा।

(१) ७) २१
   ३, शेष ०
इसलिए $\frac{२१}{७}=३$।

(२) ६) २९
   ४, शेष ५
इसलिए $\frac{२९}{६}=४\frac{५}{६}$।

११४। किसी भिन्न की उलटी वह भिन्न होती है, जो उसके अंश और हर का परस्पर स्थान बदलने से बनती है; जैसे, $\frac{७}{३}$ का उलटा $\frac{३}{७}$; वा $\frac{४}{९}$ का उलटा $\frac{९}{४}$ है।

प्रश्नमाला ६९

इनको पूर्णाङ्क वा संयुक्त भिन्न के रूप में लिखो—

(१) $\frac{७}{३}$। (२) $\frac{६}{४}$। (३) $\frac{१३}{३}$। (४) $\frac{२१}{४}$। (५) $\frac{२३}{७}$।
(६) $\frac{३०}{८}$। (७) $\frac{४५}{५}$। (८) $\frac{७६}{१२}$। (९) $\frac{६६}{१०}$। (१०) $\frac{८५}{१७}$।
(११) $\frac{३६}{१४}$। (१२) $\frac{५६}{१४}$। (१३) $\frac{६०}{१६}$। (१४) $\frac{८०}{१७}$। (१५) $\frac{६६}{१९}$।
(१६) $\frac{३००}{७०}$। (१७) $\frac{३०१}{१०१}$। (१८) $\frac{७०२}{९९}$। (१९) $\frac{८५०}{१५}$। (२०) $\frac{८७५}{१३५}$।

नीचे लिखी भिन्नों के उलटे को पूर्णाङ्क वा संयुक्त भिन्न के रूप में लाओ :—

(२१) $\frac{१३०}{३७४५}$। (२२) $\frac{१}{३२९}$। (२३) $\frac{७६}{७६९५}$। (२४) $\frac{७५}{७५०}$। (२५) $\frac{६०}{४३९०}$।
(२६) $\frac{३०००३}{७०००७}$। (२७) $\frac{४७५}{४९७६}$। (२८) $\frac{११३}{१२३४}$। (२९) $\frac{६०}{६६०}$। (३०) $\frac{१८८५}{९०००}$।

११५। दो वा अधिक दी हुई भिन्नें दूसरी समान भिन्नों के रूप में लाई जा सकती हैं, जिनका हर सब भिन्नों के हरों का लघुतम समापवर्त्य हो।

उदाहरण। $\frac{२}{९}$, $\frac{५}{१२}$ और $\frac{३}{१०}$ इन भिन्नों का लघुतम समच्छेद करो, अर्थात् ऐसी समान भिन्नें बनाओ जिनका हर सब हरों का लघुतम समापवर्त्य हो।

हर ९, १२ और १० हैं, इनका लघुतम समापवर्त्य १८० है।

$१८० \div ९ = २०$, $\therefore \frac{२}{९}=\frac{२\times२०}{९\times२०}=\frac{४०}{१८०}$;

$१८० \div १२ = १५$, $\therefore \frac{५}{१२}=\frac{५\times१५}{१२\times१५}=\frac{७५}{१८०}$;

$१८० \div १० = १८$, $\therefore \frac{३}{१०}=\frac{३\times१८}{१०\times१८}=\frac{५४}{१८०}$।

इसलिए $\frac{२}{९}$, $\frac{५}{१२}$ और $\frac{३}{१०}$ क्रम से $=\frac{४०}{१८०}$, $\frac{७५}{१८०}$ और $\frac{५४}{१८०}$; और इनका हर सब हरों का लघुतम समापवर्त्य है।

प्रश्नमाला ७०

इन भिन्नों का लघुतम समच्छेद करके समान भिन्नों के रूप में लाओ—

(१) $\frac{१}{४}$ और $\frac{५}{६}$ । (२) $\frac{३}{१०}$ और $\frac{४}{१५}$ । (३) $\frac{७}{१६}$ और $\frac{३}{२०}$ ।
(४) $\frac{१}{२}, \frac{१}{३}, \frac{१}{४}$ । (५) $\frac{२}{३}, \frac{३}{४}, \frac{४}{५}$ । (६) $\frac{५}{६}, \frac{६}{७}, \frac{७}{८}$ ।
(७) $\frac{३}{८}, \frac{७}{९}, \frac{५}{१२}$ । (८) $\frac{४}{१५}, \frac{७}{१८}, \frac{२१}{३०}$ । (९) $\frac{५}{१६}, \frac{७}{२४}, \frac{११}{४०}$ ।
(१०) $\frac{२}{१५}, \frac{३}{२०}, \frac{१}{१००}$ । (११) $\frac{२१}{५०}, \frac{७}{६०}, \frac{८१}{९०}$ । (१२) $\frac{१}{२५}, \frac{२}{४५}, \frac{३}{६०}$ ।
(१३) $३\frac{१}{३}, ४\frac{१}{४}, ६\frac{१}{६}$ । (१४) $२, \frac{१}{६}, \frac{१}{८}$ । (१५) $३, ५, \frac{७}{१२}$ ।
(१६) $\frac{१}{७}, ३\frac{१}{३}, २, \frac{३}{५}$ । (१७) $३, \frac{१}{३}, ४, \frac{१}{४}$ । (१८) $\frac{१}{२}, \frac{१}{३}, \frac{१}{४}, \frac{१}{५}, \frac{१}{६}$ ।
(१९) $\frac{१}{११}, \frac{३}{२२}, \frac{४}{७७}, \frac{३}{१४}, १$ । (२०) $\frac{१}{३}, \frac{३}{५}, \frac{५}{७}, \frac{७}{९}, \frac{६}{११}$ ।
(२१) $\frac{७४}{६०}, \frac{११}{१५}, \frac{१३}{२४}, \frac{३१}{४०}, \frac{११७}{१००}$ । (२२) $२, २\frac{१}{३}, \frac{७}{१२}, \frac{४}{९}, \frac{११}{१६}$ ।
(२३) $\frac{१}{१०}, \frac{१}{१६}, \frac{१}{६०}, \frac{१}{३२}, \frac{१}{१००}$ । (२४) $२, ३\frac{१}{३}, ७\frac{१}{४}, \frac{५}{१६}, \frac{१}{३}$ ।
(२५) $\frac{४}{९}, \frac{२}{५१}, \frac{१}{८५}, \frac{७}{६०}, \frac{१}{४०}$ । (२६) $३, ७\frac{१}{२}, २\frac{१}{३}, \frac{५}{६}, \frac{७}{८}$ ।
(२७) $१\frac{१}{७}, \frac{५}{७}, \frac{१}{२}, \frac{४}{४}, \frac{५}{१६}, २\frac{१}{१४}$ ।

११६ । दो भिन्नों में जिनका हर एक हो, वह बड़ी भिन्न होती है, जिसका अंश बड़ा होता है ।

जैसे, $\frac{७}{१२}$ और $\frac{५}{१२}$ भिन्नों में प्रथम भिन्न प्रत्यक्ष में बड़ी है ।

दो भिन्न में जिसका अंश एक हो, वह भिन्न बड़ी होती है, जिसका हर छोटा होता है ।

जैसे, $\frac{५}{३}$ और $\frac{५}{४}$ भिन्नों में पहली भिन्न बड़ी है ।

सूचना—भिन्नों का परस्पर मान मिलाने के लिए उनको ऐसी समान भिन्नों के रूप में कर लेना चाहिए, जिनके अंश वा हर सब अंशों वा हरों की जैसी अवस्था हो, लघुतम समापवर्त्य हों ।

प्रश्नमाला ७१

कौनसी भिन्न बड़ी है—

(१) $\frac{२}{३}$ वा $\frac{३}{४}$? (२) $\frac{७}{११}$ वा $\frac{६}{१३}$? (३) $\frac{८}{१५}$ वा $\frac{१३}{२०}$?
(४) $\frac{१५}{१९}$ वा $\frac{१६}{२०}$ । (५) $\frac{७}{५}$ वा $\frac{८}{७}$? (६) $\frac{२६}{२७}$ वा $\frac{३७}{३५}$?

नीचे लिखी भिन्नों में सबसे बड़ी और सबसे छोटी भिन्न बताओ :—

(७) $\frac{१५}{१६}, \frac{१६}{२०}, \frac{२४}{३०}$ । (८) ७ ... ६ ... $\frac{१०}{११}$ । (९) $\frac{२०}{५१}, \frac{३०}{८५}, \frac{१०}{३४}$ ।

इनको मान के अनुसार क्रम से लिखो—

(१३) $\frac{३}{४}$, $\frac{५}{९}$, $\frac{७}{१३}$ । (१४) $\frac{७}{१६}$, $\frac{१८}{३१}$, $\frac{४}{४५}$ । (१५) $\frac{३}{५}$, $\frac{७}{९}$, $\frac{११}{१३}$ ।

(१६) $\frac{१५}{४}$, $३\frac{२}{३}$, $\frac{२७}{८}$ । (१७) $\frac{२१}{२५}$, $\frac{२६}{३०}$, $\frac{३१}{३६}$ । (१८) $\frac{२७}{८७}$, $\frac{११८}{३४१}$, $\frac{१४५}{४३८}$ ।

(१९) $\frac{६}{७}$, $\frac{१३}{२८}$, $\frac{४}{९}$, $\frac{५}{८}$ । (२०) $\frac{५१}{७६}$, $\frac{११३}{१५२}$, $\frac{७}{१३}$, $\frac{२}{३}$ । (२१) $\frac{३}{४}$, $\frac{६}{१०}$, $\frac{११}{१५}$, $\frac{१७}{२३}$ ।

भिन्न जोड़ और भिन्न व्यवकलन

११७ । 'जोड़' उन भिन्नों का योगफल जिनका हर एक हो, वह भिन्न होती है जिसका अंश सब अंशों का योगफल होता है और जिसका हर वही होता है जो दी हुई भिन्नों का (अनुच्छेद १०७ को देखो) । जब उन भिन्नों के हर जिनको जोड़ना हो अलग-अलग हों, तो उनका लघुतम समच्छेद करके उनको समान भिन्नों के रूप में ले आना चाहिए ।

उदाहरण १ । $\frac{७}{५}$, $\frac{३}{५}$ और $\frac{४}{५}$ को जोड़ो ।

क्रिया— $\frac{७}{५}+\frac{३}{५}+\frac{४}{५}=\frac{७+३+४}{५}=\frac{१४}{५}=२\frac{४}{५}$, उत्तर ।

उदाहरण २ । $\frac{१}{२}$, $\frac{५}{६}$ और $\frac{४}{९}$ को जोड़ो ।

२, ६, ९ का लघुतम समापवर्त्य १८ है ।

$\therefore \frac{१}{२}+\frac{५}{६}+\frac{४}{९}=\frac{९}{१८}+\frac{१५}{१८}+\frac{८}{१८}=\frac{९+१५+८}{१८}=\frac{३२}{१८}=\frac{१६}{९}=१\frac{७}{९}$, उत्तर ।

सूचना—योगफल को सर्वदा उसके लघुतम रूप में लिखना चाहिए । और यदि वह विषम भिन्न हो, तो उसको संयुक्त भिन्न बना देनी चाहिए ।

प्रश्नमाला ७२

इनको जोड़ो—

(१) $\frac{१}{४}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{५}{४}$ । (२) $\frac{२}{७}$, $\frac{३}{७}$, $\frac{४}{७}$ । (३) $\frac{१}{९}$, $\frac{२}{९}$, $\frac{५}{९}$ ।

(४) $\frac{७}{११}$, $\frac{२}{११}$, $\frac{८}{११}$ । (५) $\frac{७}{१०}$, $\frac{१२}{१०}$, $\frac{८}{१०}$ । (६) $\frac{२१}{५०}$, $\frac{३०}{५०}$, $\frac{४८}{५०}$ ।

(७) $\frac{८}{४८}$, $\frac{१६}{४८}$, $\frac{२१}{४८}$ । (८) $\frac{३}{१००}$, $\frac{७२१}{१००}$, $\frac{६}{१००}$ । (९) $\frac{१२}{६३}$, $\frac{१८}{६३}$, $\frac{५१}{६३}$ ।

(१०) $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{३}$ । (११) $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{४}$ । (१२) $\frac{७}{९}$, $\frac{५}{१२}$ ।

(१३) $\frac{३}{१६}$, $\frac{७}{२०}$, $\frac{८}{१५}$ । (१४) $\frac{६}{२०}$, $\frac{१२}{२७}$, $\frac{५}{१८}$ । (१५) $\frac{२३}{३०}$, $\frac{६}{१६}$, $\frac{७}{१५}$ ।

इनको सरल करो—

(१६) $\frac{१}{२}+\frac{२}{३}+\frac{३}{४}$ । (१७) $\frac{५}{१२}+\frac{५}{१६}+\frac{५}{२०}$ । (१८) $\frac{२}{२७}+\frac{८}{१५}+\frac{६}{२०}$ ।

(१९) $\frac{१}{९}+\frac{१}{१२}+\frac{१}{१५}$ । (२०) $\frac{६}{७}+\frac{७}{५}+\frac{५}{३}$ । (२१) $\frac{४}{५}+\frac{५}{४}+\frac{२}{१५}$ ।

(२२) $\frac{१}{६}+\frac{१}{९}+\frac{१}{१५}+\frac{१}{२७}$ । (२३) $\frac{७}{८}+\frac{७}{१२}+\frac{७}{१५}+\frac{१७}{२५}$ । (२४) $\frac{३}{५}+\frac{५}{३}+\frac{६}{१५}+\frac{१५}{९}$ ।

(२५) $\frac{३}{५२}+\frac{२१}{१७}+\frac{३}{१०}$ [illegible] १८०, (२६) $\frac{१५}{४२}+\frac{१४}{२९}+\frac{१}{९}+\frac{१}{५२}$ ।

[illegible] (८६) । [illegible] ।

(२७) $\frac{७}{१२}+\frac{११}{१८}+\frac{२७}{३०}+\frac{१४}{१५}$ । (२८) $\frac{११३}{२२६}+\frac{२२६}{३३९}+\frac{५६५}{६७८}$ ।

(२९) $\frac{३१}{१४४}+\frac{३२६}{१३२८}+\frac{७६}{६४}$ । (३०) $\frac{७}{१०}+\frac{१०}{१७}+\frac{७१}{३०}+\frac{३०}{५१}$ ।

११८। संयुक्त भिन्नों के जोड़ने में नीचे के उदाहरण की रीत्यनुसार क्रिया करने से सुगमता होती है।

उदाहरण। $२\frac{१}{२}$; $३\frac{१}{४}$ और $७\frac{५}{६}$ को जोड़ो।

क्रिया—$२\frac{१}{२}+३\frac{१}{४}+७\frac{५}{६}=२+३+७+\frac{१}{२}+\frac{१}{४}+\frac{५}{६}$

$=१२+\frac{६}{१२}+\frac{३}{१२}+\frac{१०}{१२}$

$=१२+\frac{६\times३+१०}{१२}$

$=१२+\frac{१९}{१२}=१२+१\frac{७}{१२}=१३\frac{७}{१२}$, उत्तर।

सूचना—ध्यान रखो कि विषम भिन्नों को संयुक्त भिन्न बना लेने से सुगमता होती है।

प्रश्नमाला ७३

इनको जोड़ो—

(१) $३\frac{१}{२}+४\frac{१}{४}$। (२) $७\frac{१}{३}+६\frac{५}{६}$। (३) $५\frac{१}{१०}+७\frac{१}{४}$। (४) $१३\frac{१}{६}+२\frac{३}{५}$।

(५) $३\frac{१}{३}+५\frac{३}{५}+१५\frac{१}{१५}$। (६) $७\frac{१}{७}+८\frac{१}{८}+१४\frac{१}{१४}$। (७) $३\frac{१}{२}+\frac{१}{८}+३$।

(८) $३१+९\frac{२}{५}+\frac{११}{[illegible]}$। (९) $१\frac{१}{११}+२\frac{२}{३३}+\frac{६६}{१४}$। (१०) $७\frac{३}{१७}+२+\frac{१००}{५१}$।

(११) $३\frac{१}{७}+४\frac{१}{२१}+६\frac{१}{२८}+१\frac{१}{१४}$। (१२) $२\frac{१}{५}+३\frac{१}{३}+४\frac{१}{२}+१\frac{७}{१५}$।

(१३) $३\frac{१}{७७}+\frac{६००}{७}+\frac{३२०}{११}$। (१४) $\frac{३३३}{५०}+\frac{७२१}{३०}+४$।

(१५) $२\frac{१}{४}+३+१\frac{१}{२}+\frac{५५}{८}$। (१६) $१+\frac{६६}{४}+२\frac{१}{२}+३\frac{१}{१६}$।

(१७) $\frac{१०००}{७}+\frac{१०००}{२}+\frac{१०००}{३}$। (१८) $\frac{६}{२}+\frac{६६}{४}+\frac{६६६}{८}$।

(१९) $१०+३\frac{१}{७}+\frac{२२२}{४९}+\frac{१}{२१}$। (२०) $\frac{७}{३}+\frac{११}{९}+\frac{१७}{१५}+\frac{२६}{१८}$।

(२१)

रु०	पै०
७	$५६\frac{२५}{३६}$
५	$७९\frac{११}{१२}$
१३	$९०\frac{२}{३}$
२	$४३\frac{१३}{१८}$

(२२)

घं०	मि०	से०
३	२०	$९\frac{३}{४}$
७	२२	$१९\frac{७}{८}$
४	७	$२९\frac{६}{१६}$
५	३४	$३४\frac{५}{१२}$

११९। व्यवकलन—भि[illegible] $३\frac{२}{३}\times५=२३\times५+\frac{२}{३}\times५$ [illegible] की विधि के तुल्य

$=११५+\frac{१०}{३}=११५+३\frac{१}{३}=$

उदाहरण १ । $\frac{३}{७}$ को $\frac{५}{७}$ में से घटाओ ।

क्रिया—$\frac{५}{७}-\frac{३}{७}=\frac{५-३}{७}=\frac{२}{७}$, उत्तर ।

उदाहरण २ । $\frac{३}{८}$ को $\frac{५}{६}$ में से घटाओ ।

क्रिया—८ और ६ का लघुतम समापवर्त्य=२४ ।

$\therefore \frac{५}{६}-\frac{३}{८}=\frac{२०}{२४}-\frac{९}{२४}=\frac{२०-९}{२४}=\frac{११}{२४}$, उत्तर ।

प्रश्नमाला ७४

व्यवकलन करो—

(१) $\frac{३०}{४९}-\frac{२३}{४९}$ ।
(२) $\frac{७७}{८८}-\frac{२३}{८८}$ ।
(३) $\frac{१}{२}-\frac{१}{३}$ ।
(४) $\frac{१}{३}-\frac{१}{४}$ ।
(५) $\frac{७}{८}-\frac{३}{१६}$ ।
(६) $\frac{७}{१८}-\frac{७}{२४}$ ।
(७) $\frac{८}{१५}-\frac{८}{२५}$ ।
(८) $\frac{३}{१०}-\frac{१}{३०}$ ।
(९) $\frac{२९}{४८}-\frac{३१}{६४}$ ।
(१०) $\frac{५}{१४}-\frac{३}{२१}$ ।
(११) $\frac{१३}{२०}-\frac{७}{५०}$ ।
(१२) $\frac{१०१}{१००}-\frac{१०१}{६००}$ ।
(१३) $\frac{६}{५}-\frac{५}{९}$ ।
(१४) $७\frac{१}{२}-२\frac{१}{७}$ ।
(१५) $१\frac{७}{१६}-१\frac{१}{८}$ ।
(१६) $\frac{८}{९}-\frac{११}{१८}$ ।
(१७) $\frac{५}{३}-१\frac{१}{३}$ ।
(१८) $२\frac{२}{३}-२\frac{१}{९}$ ।
(१९) $७\frac{५}{८}-७\frac{३}{१६}$ ।
(२०) $\frac{१७}{८८}-\frac{७}{७७}$ ।
(२१) $१-\frac{५}{१२}$ ।
(२२) $१-\frac{७}{१३}$ ।
(२३) $१-\frac{८}{१५}$ ।
(२४) $१-\frac{१९}{३०}$ ।

१२० । नीचे लिखे उदाहरण अधिक उपयोगी हैं :—

उदाहरण १ । $३\frac{२}{५}$ को $७\frac{५}{८}$ में से घटाओ ।

क्रिया—$७\frac{५}{८}-३\frac{२}{५}=७\frac{२५}{४०}-३\frac{१६}{४०}=७-३+\frac{२५}{४०}-\frac{१६}{४०}=४+\frac{९}{४०}$

$=४\frac{९}{४०}$, उत्तर ।

उदाहरण २ । $२\frac{२}{३}$ को $४\frac{१}{५}$ में से घटाओ ।

क्रिया—$४\frac{१}{५}-२\frac{२}{३}=४\frac{३}{१५}-२\frac{१०}{१५}=३\frac{१८}{१५}-२\frac{१०}{१५}=३-२+\frac{१८}{१५}-\frac{१०}{१५}$

$=१+\frac{८}{१५}=१\frac{८}{१५}$, उत्तर ।

उदाहरण ३ । $\frac{५}{१२}$ को ७ में से घटाओ ।

क्रिया—$७-\frac{५}{१२}=६+१-\frac{५}{१२}=६+\frac{७}{१२}=६\frac{७}{१२}$, उत्तर ।

(२३) $\frac{७}{८}+\frac{१}{१२}+\frac{१}{१५}+\frac{१}{३५}$ ।

उदाहरण ४ । ६ ... है ।

(२६) ...

प्रश्नमाला ७५

इनका अन्तर निकालो—

(१) $८\frac{१}{२} - ५\frac{१}{३}$ । (२) $९\frac{३}{५} - ७\frac{१}{४}$ । (३) $३\frac{१}{३} - \frac{२}{९}$ ।

(४) $५\frac{७}{८} - \frac{१}{४}$ । (५) $१२\frac{३}{५} - ७\frac{१}{३}$ । (६) $१७\frac{६}{१७} - १२\frac{१२}{५१}$ ।

(७) $८\frac{१३}{२१} - २\frac{७}{२८}$ । (८) $१०\frac{१८}{३९} - २\frac{७}{१३}$ । (९) $५\frac{१}{३} - २\frac{१}{२}$ ।

(१०) $७\frac{३}{५} - ३\frac{५}{१६}$ । (११) $८\frac{१}{१२} - ७\frac{३}{१६}$ । (१२) $२३\frac{१}{२१} - १७\frac{१}{७}$ ।

(१३) $५\frac{२९}{६४} - २\frac{३५}{४८}$ । (१४) $१२\frac{१७}{२८} - ३\frac{३०}{४९}$ । (१५) $३४\frac{१}{८} - २४\frac{१}{७}$ ।

(१६) $५०\frac{७}{८१} - ४०\frac{८}{२७}$ । (१७) $३९\frac{१०}{६३} - २८\frac{२०}{२१}$ । (१८) $९\frac{५}{७२} - २\frac{४१}{४५}$ ।

(१९) $७\frac{१}{८} - \frac{५}{६}$ । (२०) $१०\frac{१}{६} - \frac{३}{८}$ । (२१) $३ - \frac{१}{२}$ ।

(२२) $७ - \frac{३}{८}$ । (२३) $९ - \frac{११}{१२}$ । (२४) $१० - \frac{३०}{१७}$ ।

(२५) $१२ - ३\frac{४}{५}$ । (२६) $१७ - ४\frac{३}{११}$ । (२७) $१८ - ४\frac{१}{१८}$ ।

(२८) $२० - ९\frac{२०}{२१}$ ।

इनको संक्षेप करो—

(२९) $२\frac{१}{२} + ३\frac{१}{३} - ४\frac{१}{३}$ । (३०) $७\frac{१}{५} + ९\frac{१}{१५} - १०\frac{१}{६}$ ।

(३१) $३\frac{१}{७} + ४\frac{१}{८} - \frac{१}{१४}$ । (३२) $१७\frac{१}{२} - ३\frac{१}{४} - ७\frac{१}{६}$ ।

(३३) $९\frac{३}{१६} - ८\frac{१}{२} + ३\frac{१}{४}$ । (३४) $१२\frac{१}{१५} - ७\frac{१}{५} - २\frac{१}{३}$ ।

(३५) $८ - २\frac{१}{२} + ७\frac{१}{३} - ३\frac{७}{१२}$ । (३६) $७ - ३\frac{१५}{१६} - २\frac{७}{८} + \frac{६}{३२}$ ।

(३७) $७ - \frac{१००}{७} + \frac{२००}{२१} + \frac{३००}{२८}$ । (३८) $७ - \frac{३}{८} + ८ - \frac{४}{७}$ ।

(३९) $\frac{१३}{१४} - ७\frac{१}{२} + ९ - २\frac{१}{७}$ । (४०) $३\frac{१}{३} + ४\frac{१}{४} - ५\frac{१}{५} - २\frac{१}{२०}$ ।

(४१) १३ रु० ६२ पै० में से २ रु० $८५\frac{३}{४}$ पै० घटाओ ।

(४२) १० रु० ४५ पै० में से ७ रु० $६७\frac{३}{७}$ पै० घटाओ ।

भिन्न गुणन और भिन्न भाग

१२१ । यदि किसी भिन्न को पूर्णाङ्क संख्या से गुणा करना हो, तो उसके अंश को उस संख्या से गुणा करो और हर को वही रहने दो ।

जैसे, $\frac{२}{१७} \times ३ = \frac{२}{१७} + \frac{२}{१७} + \frac{२}{१७} = \frac{२+२+२}{१७} = \frac{२\times३}{१७} = \frac{६}{१७}$, उत्तर ।

उदाहरण १ । $\frac{४}{२१} \times १४ = \frac{४\times१४}{२१} = \frac{४\times२}{३} = \frac{८}{३} = २\frac{२}{३}$, उत्तर ।

उदाहरण २ । $२३\frac{२}{३} \times ५ = २३ \times ५ + \frac{२}{३} \times ५$

$= ११५ + \frac{१०}{३} = ११५ + ३\frac{१}{३} = ११८\frac{१}{३}$, उत्तर ।

उदाहरण ३। $\frac{९९}{१००}$ को ५७ से गुणा करो।

क्योंकि $\frac{९९}{१००} = १ - \frac{१}{१००}$;

$\therefore \frac{९९}{१००} \times ५७ = ५७ - \frac{५७}{१००} = ५६ + १ - \frac{५७}{१००} = ५६ + \frac{४३}{१००}$

$= ५६\frac{४३}{१००}$, उत्तर।

उदाहरण ४। $९९\frac{९९}{१००}$ को ७ से गुणा करो।

क्योंकि $९९\frac{९९}{१००} = १०० - \frac{१}{१००}$;

$\therefore ९९\frac{९९}{१००} \times ७ = ७०० - \frac{७}{१००} = ६९९ + १ - \frac{७}{१००}$

$= ६९९ + \frac{९३}{१००} = ६९९\frac{९३}{१००}$, उत्तर।

प्रश्नमाला ७९

गुणा करो—

(१) $\frac{२}{३}$ को ७ से। (२) $\frac{७}{८}$ को ८ से। (३) $\frac{११}{१२}$ को ११ से।
(४) $\frac{३}{७}$ को ९ से। (५) $\frac{८}{१५}$ को १० से। (६) $\frac{१३}{२०}$ को १५ से।
(७) $\frac{१७}{५०}$ को ३० से। (८) $\frac{१०१}{२०१}$ को ३०३ से। (९) $\frac{२}{१५}$ को २१ से।
(१०) $\frac{७}{२४}$ को ३६ से। (११) $\frac{३५}{३४}$ को ५१ से। (१२) $\frac{१६}{५६}$ को ७० से।
(१३) $\frac{७०}{४१३}$ को ११० से। (१४) $\frac{४७}{१९२}$ को १४४ से। (१५) $\frac{१३}{३८}$ को ५७० से।
(१६) $\frac{१२}{१६९}$ को ९१ से। (१७) $३\frac{१}{३}$ को ४ से। (१८) $६\frac{४}{५}$ का ७ से।
(१९) $७\frac{३}{७}$ को ९ से। (२०) $८\frac{५}{१३}$ को १२ से। (२१) $२\frac{२७}{३५}$ को १२ से।
(२२) $५\frac{७}{३६}$ को १२ से। (२३) $२९\frac{७}{८}$ को ११ से। (२४) $९\frac{२३}{४२}$ को २१ से।
(२५) $३\frac{१७}{१८}$ को ५४ से। (२६) $४\frac{११}{१६६}$ को २४९ से। (२७) $३\frac{४३}{१९२}$ को १४४ से।
(२८) $२\frac{३}{२२०}$ को ८८ से। (२९) $\frac{९९}{१००}$ को २९ से। (३०) $\frac{९८}{१००}$ को ३९ से।
(३१) $\frac{९९९}{१०००}$ को १९ से। (३२) $\frac{७८९}{७९०}$ को ४५ से। (३३) $९८\frac{९९}{१००}$ को ९ से।
(३४) $९\frac{९}{१०}$ को ३९ से। (३५) $९९९\frac{९९९}{१०००}$ को २३ से। (३६) $९९\frac{७}{१०}$ को ३२ से।
(३७) $९\frac{९७}{१००}$ को २१ से। (३८) $३१९\frac{७२९}{७३०}$ को २० से।
(३९) ७ रु० $२२\frac{३}{७}$ पै० को १४ से।
(४०) ३९ रु० $७\frac{३}{१६}$ पै० को ४८ से।

१२२। यदि किसी भिन्न को पूर्ण संख्या से भाग देना हो, तो हर को पूर्ण संख्या से गुणा दो और अंश को वैसा ही रहने दो।

जैसे, $\frac{२}{३} \div ५ = \frac{२}{३ \times ५} = \frac{२}{१५}$; क्योंकि, $\frac{२}{१५}$ में इकाई का एक भाग, $\frac{२}{३}$ में इकाई के एक भाग का पाँचवाँ हिस्सा है, और क्योंकि दोनों अवस्थाओं में भागों की एक ही संख्या ली गई है; इसलिए $\frac{२}{३}$ का $\frac{२}{१५}$ पाँचवाँ हिस्सा है।

उदाहरण १ । $७\frac{१}{२} \div १० = \frac{१५}{२} \div १० = \frac{१५}{२\times१०} = \frac{३}{२\times२} = \frac{३}{४}$ ।

उदाहरण २ । $३७५९\frac{२}{३}$ को ५ से भाग दो ।

क्रिया— ५) $३७५९\frac{२}{३}$

७५१, शेष $४\frac{२}{३}$,

अब $४\frac{२}{३} \div ५ = \frac{१४}{३} \div ५ = \frac{१४}{१५}$, $\therefore ३७५९\frac{२}{३} \div ५ = ७५१\frac{१४}{१५}$ ।

सूचना—जब पूर्ण संख्या को पूर्ण संख्या से भाग देना हो, तो पूर्ण भागफल सदैव भिन्न द्वारा प्राप्त हो सकता है; जैसे, $३२० \div ९ = \frac{३२०}{९} = ३५\frac{५}{९}$ ।

प्रश्नमाला ७७

भाग दो—

(१) $\frac{१}{२}$ को ४ से । (२) $\frac{२}{३}$ को ५ से । (३) $\frac{३}{४}$ को ७ से ।
(४) $\frac{७}{९}$ को ७ से । (५) $\frac{६}{१६}$ को १२ से । (६) $\frac{२१}{३९}$ को २८ से ।
(७) $\frac{५५}{७२}$ को २२ से । (८) $\frac{६६}{७१०}$ को ११ से । (९) $\frac{७००}{७४०}$ को ५ से ।
(१०) $\frac{७६}{१४९}$ को ४२ से । (११) $\frac{१२१}{१९०}$ को ८८ से । (१२) $\frac{६३}{१९१}$ को ५४ से ।
(१३) $\frac{५४}{६५}$ को १३५ से । (१४) $\frac{६४}{७१}$ को १६० से । (१५) $\frac{१२५}{१३६}$ को ९५ से ।
(१६) $\frac{१४५}{३४२}$ को ८७ से । (१७) $७\frac{१}{३}$ को ४ से । (१८) $३\frac{३}{४}$ को ९ से ।
(१९) $३\frac{२}{५}$ को ८५ से । (२०) $४\frac{५}{६}$ को ११ से । (२१) $१६\frac{२}{३}$ को १५ से ।
(२२) $४\frac{२}{९}$ को ५७ से । (२३) $३\frac{७}{८}$ को २१ से । (२४) $२\frac{२}{७}$ को ४० से ।
(२५) $२१३\frac{१}{३}$ को ५ से । (२६) ७३ $\frac{[illegible]}{६}$ को ६ से । (२७) $७१३\frac{१}{३}$ को ४ से ।
(२८) $१००\frac{११}{१३}$ को १५ से । (२९) $३३३\frac{१६}{७०}$ को २१ से ।
(३०) $३५६\frac{१}{३२}$ को ३३ से । (३१) $९९९\frac{७}{१५}$ को १६ से ।
(३२) $७२९\frac{१३}{१४}$ को १९ से । (३३) $३२४\frac{२}{७}$ को १५ से ।
(३४) $२९\frac{१}{३}$ को २४ से । (३५) १० रु० $१४\frac{१}{२}$ पै० को ८ से ।
(३६) ८२ रु० ५५ $\frac{[illegible]}{९}$ पै० को ९ से ।

भाग दो और पूर्ण भागफल निकाल —

(३७) ७२० को ९ से । (३८) १३४६ को ७ से ।
(३९) १००० को २३ से । (४०) १२३४ को ११ से ।
(४१) ३२ रु० ९७ पै० को ८ रु० ५ पै० से ।
(४२) ५ रु० ५८ पै० को २१ पै० से ।
(४३) २० रु० ५१ पै० को ८ से ।
(४४) १३ रु० ८१ पै० को ११ से ।
(४५) ४२३ रु० ३१ पै० को १३ से ।

१२३। गुणन की परिभाषा जो अनु० २९ में दी गई है, उसमें यह मान लिया गया है कि गुणक पूर्ण संख्या है, परन्तु यदि गुणक कोई भिन्न हो, तो वह परिभाषा ठीक नहीं लगती; इसलिए हम गुणन की साधारण परिभाषा नीचे लिखते हैं—

परिभाषा—एक संख्या को दूसरी संख्या से गुणा करना, गुण्य पर उस क्रिया को करना है, जो इकाई पर गुणक प्राप्त करने के अर्थ की जाती है। जैसे, ३ संख्या प्राप्त करने के लिए १ को ३ बार लेते हैं, इसी प्रकार किसी संख्या को ३ से गुणा करना उस संख्या को ३ बार जोड़ना है।

इसी प्रकार, $\frac{२}{३}$ प्राप्त करने के लिए १ को तीन समान भागों में बाँटते हैं और उनमें से २ भाग को लेते हैं; अतएव किसी संख्या को $\frac{२}{३}$ से गुणा करने से यह प्रयोजन है कि उस संख्या को तीन समान भागों में बाँटकर उनमें से दो भाग लेते हैं, अर्थात् किसी संख्या को $\frac{२}{३}$ से गुणा करने में हम उस संख्या को ३ से भाग देते हैं और भागफल को २ से गुणा करते हैं।

उदाहरण। $\frac{३}{५}$ को $\frac{२}{७}$ से गुणा करो।

क्योंकि $\frac{३}{५} \div ७ = \frac{३}{५ \times ७}$ और $\frac{३}{५ \times ७} \times २ = \frac{३ \times २}{५ \times ७}$;

$\therefore \frac{३}{५} \times \frac{२}{७} = \frac{३ \times २}{५ \times ७} = \frac{६}{३५}$, उत्तर।

इससे यह नियम सिद्ध हुआ:—एक भिन्न को दूसरी भिन्न से गुणा करने में अंशों को गुणा करके उनके गुणनफल का नया अंश बनाओ और हरों को गुणा करके उनके गुणनफल का नया हर बनाओ। प्राप्त भिन्न इष्ट गुणनफल होगी।

(यह नियम तीन वा अधिक भिन्नों के संलग्न गुणा करने में भी ठीक बठता है)।

सूचना—इससे विदित है कि $\frac{३}{५} \times \frac{२}{७} = \frac{२}{७} \times \frac{३}{५}$।

१२४। भिन्न की भिन्न को 'प्रभागजाति भिन्न' कहते हैं; जैसे, $\frac{४}{५}$ का $\frac{२}{३}$।

प्रभागजाति भिन्न $\frac{४}{५}$ का $\frac{२}{३}$ से यह अभिप्राय है कि $\frac{४}{५}$ को तीन समान भागों में विभाजित करो और उनमें से दो भाग लो। इसलिए $\frac{४}{५}$ को $\frac{२}{३} = \frac{४}{५} \times \frac{२}{३}$।

उदाहरण। $३\frac{७}{९}$ के $९\frac{३}{८}$ को सरल करो।

$३\frac{७}{९}$ का $९\frac{३}{८} = ३\frac{७}{९} \times ९\frac{३}{८} = \frac{३४}{९} \times \frac{७५}{८} = \frac{३४ \times ७५}{९ \times ८} = \frac{१७ \times २५}{३ \times ४}$

$= \frac{४२५}{१२} = ३५\frac{५}{१२}$, उत्तर।

सूचना—गुणा करने से पूर्व अंश और हर में से समापवर्तकों को दूर कर देना चाहिए।

प्रश्नमाला ७८

गुणा करो—

(१) $\frac{२}{३}$ को $\frac{५}{६}$ से। (२) $\frac{७}{८}$ को $\frac{३}{४}$ से। (३) $\frac{८}{९}$ को $\frac{३}{४}$ से।
(४) $\frac{१२}{२५}$ को $\frac{१०}{९}$ से। (५) $\frac{३६}{४४}$ को $\frac{६६}{१३}$ से। (६) $\frac{१८}{६५}$ को $\frac{३६}{८०}$ से।
(७) $\frac{२७}{५१}$ को $\frac{३४}{४५}$ से। (८) $\frac{३६}{८५}$ को $\frac{३४}{८१}$ से। (९) $५\frac{३}{४}$ को $\frac{७}{४६}$ से।
(१०) $३\frac{३}{४}$ को $\frac{८}{९}$ से। (११) $\frac{२५}{३६}$ को $२\frac{३}{५}$ से। (१२) $\frac{३६}{४९}$ को $३\frac{१}{२}$ से।
(१३) $४\frac{३}{११}$ को $७\frac{१}{२}$ से। (१४) $७\frac{३}{४}$ को $३\frac{१}{३}$ से। (१५) $२\frac{३}{५}$ को $१\frac{२}{१३}$ से।
(१६) $४\frac{४}{९}$ को $३\frac{३}{१०}$ से। (१७) $२\frac{४}{५}$ को $३\frac{४}{७}$ से। (१८) $३\frac{७}{११}$ को $२\frac{१}{५}$ से।
(१९) $५\frac{५}{१२}$ को $५\frac{१}{४}$ से। (२०) $३\frac{३}{८}$ को $४\frac{५}{६}$ से। (२१) $२\frac{१}{६}$ को $४\frac{१}{२}$ से।

इनको सरल करो—

(२२) $३\frac{१}{२}$ का $२\frac{२}{७}$। (२३) $\frac{१}{४}$ का $४\frac{१}{२}$ का $३\frac{१}{३}$।
(२४) $२\frac{१}{२}$ का $३\frac{१}{३}$ का $४\frac{१}{५}$। (२५) $\frac{२}{३}$ का $१\frac{२}{३} \times ७\frac{१}{५}$।
(२६) $४\frac{१}{३} \times \frac{२७}{३९}$ का $४\frac{७}{२६}$। (२७) $१\frac{३}{४} \times २\frac{१}{७} \times ३\frac{२}{५}$।
(२८) $\frac{१}{२}$ का $२\frac{१}{२} \times ३\frac{३}{५}$ का ९। (२९) $३\frac{२}{३}$ का $२\frac{३}{४} \times ४ \times ७\frac{१}{९}$।
(३०) $\frac{२}{३}$ का $\frac{६}{१३}$ का $\frac{३६}{१९}$। (३१) $३\frac{४}{५} \times ५\frac{३}{४}$ का $\frac{२}{१९} \times १\frac{१}{४६}$।
(३२) $४\frac{१}{२} \times २\frac{१}{३} \times १\frac{१}{५}$ का $२\frac{१}{९}$। (३३) $\frac{१}{३}$ का $\frac{३}{४}$ का $२\frac{१}{७}$।
(३४) $\frac{३}{४} \times \frac{७}{८} \times \frac{१०}{९} \times \frac{५}{२१} \times १\frac{१}{२}$। (३५) $\frac{१}{२}$ का $\frac{४}{३}$ का $\frac{१}{४}$ का $\frac{३}{५}$ का $\frac{५}{६}$।
(३६) $२\frac{१}{२}$ का $३\frac{१}{४} \times १\frac{१}{५}$ का $२\frac{७}{१३} \times १\frac{१}{३}$। (३७) $\frac{४}{५}$ का $९ \times ७\frac{१}{२} \times ४\frac{२}{३}$ का $\frac{७}{८}$ का $\frac{४}{३}$।

१२५। भिन्न से भाग देने की क्रिया गुणा की क्रिया की उलटा होती है; जैसे, $\frac{५}{८}$ को $\frac{२}{३}$ से भाग देने से अभिप्राय ऐसी संख्या का प्राप्त करना है, जिसको यदि $\frac{२}{३}$ से गुणा करें तो गुणनफल $\frac{५}{८}$ हो। परन्तु $\frac{५}{८} \times \frac{३}{२}$ को $\frac{२}{३}$ से गुणा करने से गुणनफल $\frac{५}{८}$ निकलता है ($\because \frac{३}{२} \times \frac{२}{३} = १$); इसलिए $\frac{५}{८} \div \frac{२}{३} = \frac{५}{८} \times \frac{३}{२}$ और इससे यह नियम सिद्ध हुआ—भाजक के अंश और हर को उलटकर प्राप्त भिन्न से भाज्य को गुणा दो।

उदाहरण १। $८\frac{१}{४} \div ३\frac{२}{३} = \frac{३३}{४} \div \frac{११}{३} = \frac{३३}{४} \times \frac{३}{११} = \frac{३ \times ३}{४} = \frac{९}{४} = २\frac{१}{४}$, उत्तर।

उदाहरण २। यदि ४ किसी संख्या का $\frac{३}{५}$ हो, तो वह संख्या क्या है?
यहाँ पर इष्ट संख्या का गुणनफल $\frac{३}{५}$ के साथ ४ है;

$\therefore$ इष्ट संख्या $= ४ \div \frac{३}{५} = \frac{४}{१} \times \frac{५}{३} = \frac{२०}{३} = ६\frac{२}{३}$।

प्रश्नमाला ७९

भाग दो—

(१) $\frac{३}{४}$ को $\frac{२}{५}$ से। (२) $\frac{३}{७}$ को $\frac{६}{९}$ से। (३) $\frac{७}{१२}$ को $\frac{२१}{३६}$ से।
(४) $\frac{५६}{९९}$ को $\frac{४८}{७७}$ से। (५) $३\frac{१}{२}$ को $२\frac{१}{४}$ से। (६) $७\frac{९}{११}$ को $\frac{६}{१८}$ से।
(७) $\frac{२२}{७}$ को $१\frac{१}{२१}$ से। (८) $\frac{७५}{१२८}$ को $\frac{५०}{३३}$ से। (९) $११\frac{४}{३५}$ को $\frac{३}{५}$ से।
(१०) $१४\frac{२}{३}$ को $१२\frac{१}{६}$ से। (११) $\frac{३२}{७५}$ को $\frac{८}{१५}$ से।
(१२) $११\frac{१}{११}$ को $१२\frac{१}{५}$ से। (१३) $१२\frac{२}{३}$ को $१\frac{१}{९}$ से। (१४) $१३\frac{१}{५}$ को $२\frac{१}{१०}$ से।
(१५) $१०\frac{१}{५}$ को $\frac{१०}{१७}$ से। (१६) ९ को $\frac{२२}{३३}$ से। (१७) $१४\frac{३}{७}$ को $५\frac{३}{५}$ से।
(१८) $११\frac{१}{४}$ को $७\frac{१}{२}$ से। (१९) १० को $७\frac{१}{२}$ से। (२०) ७६ को $२८\frac{१}{२}$ से।
(२१) $\frac{३}{४}$ के $४\frac{१}{२}$ को $७\frac{१}{२}$ के $३\frac{३}{४}$ से। (२२) $३\frac{१}{३}\times६\frac{३}{४}$ को $१\frac{१}{८}\times१४$ से।
(२३) $४\frac{१}{५}+७\frac{१}{१०}$ को $४\frac{३}{४}-२\frac{७}{८}$ से। (२४) $३\frac{३}{४}$ के $३\frac{१}{४}$ को $७-३\frac{१}{३}$ से।
(२५) १४ एक संख्या का $\frac{७}{८}$ है; वह संख्या क्या है?
(२६) $२\frac{१}{२}$ एक संख्या का $३\frac{३}{७}$ है; तो उस संख्या को बताओ।
(२७) वह संख्या बताओ जिसका $\frac{३}{५}$, $\frac{४}{५}$ का $\frac{७}{९}$ है।
(२८) ७ एक संख्या के $३\frac{१}{२}$ का $४\frac{१}{३}$ के बराबर है; तो उस संख्या को बताओ।
(२९) १० का $३\frac{१}{२}$ एक संख्या के $\frac{१}{२}$ का $\frac{३}{४}$ है; तो वह संख्या क्या है?
(३०) $३\frac{१}{२}\div६\frac{१}{४}$ के भागफल वा $\frac{३}{५}\times\frac{५}{६}\times\frac{६}{७}$ के संलग्न गुणनफल में कौनसा बड़ा है?

भिन्नों का महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य

१२६। दो वा अधिक पूर्ण संख्याओं के महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य की परिभाषा, जो पहले लिख चुके हैं, काम आ सकती है; जबकि दी हुई संख्या भिन्न हो, परन्तु पूर्ण भाग से यह समझना चाहिए कि पूरा भागफल पूर्णाङ्क होगा।

नियम—भिन्नों का महत्तम समापवर्त्तक वा लघुतम समापवर्त्य निकालने के लिए प्रथम उनका लघुतम समच्छेद करो और फिर नये अंशों का महत्तम समापवर्त्तक वा लघुतम समापवर्त्य निकालो और उसको समच्छेद किये हुए हर के ऊपर लिख दो।

उदाहरण १। $\frac{६}{८}$, $२\frac{१}{२}$ और $\frac{१५}{१६}$ का महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य निकालो।

दी हुई भिन्न $\frac{१२}{१६}$, $\frac{४०}{१६}$, $\frac{१५}{१६}$ के समान हैं;

१२, ४०, १५ का महत्तम समापवर्त्तक = १ और उनका लघुतम समापवर्त्य = १२०;

∴ इष्ट महत्तम समापवर्त्तक = $\frac{१}{१६}$,

और इष्ट लघुतम समापवर्त्य = $\frac{१२०}{१६} = \frac{१५}{२} = ७\frac{१}{२}$ ।

ऐसी क्रिया करने में निम्नलिखित नियम अधिक उपयोगी होंगे :—

(१) दो वा अधिक भिन्नों का उनके लघुतम रूप में महत्तम समापवर्त्तक वह भिन्न होती है, जिसका अंश उनके अंशों का महत्तम समापवर्त्तक और जिसका हर उनके हरों का लघुतम समापवर्त्य हो।

(२) दो वा अधिक भिन्नों का उनके लघुतम रूप में लघुतम समापवर्त्य वह भिन्न होती है, जिसका अंश उनके अंशोंका लघुतम समापवर्त्य और जिसका हर उनके हरों का महत्तम समापवर्त्तक हो।

उदाहरण २। $\frac{३}{१२}$, $२\frac{२}{३}$ और $\frac{८}{९}$ का महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य निकालो।

दी हुई भिन्न लघुतम रूप में = $\frac{१}{४}$, $\frac{८}{३}$ और $\frac{८}{९}$।

(१) अंशों का महत्तम समापवर्त्तक = १ और हरों का लघुतम समापवर्त्य = ३६; ∴ इष्ट महत्तम समापवर्त्तक = $\frac{१}{३६}$।

(२) अंशों का लघुतम समापवर्त्य = ८ और हरों का महत्तम समापवर्त्तक = १; ∴ इष्ट लघुतम समापवर्त्य = $\frac{८}{१}$ = ८।

प्रश्नमाला ८०

इनका महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य निकालो—

(१) $\frac{१}{३}$ और $\frac{१}{४}$। (२) $\frac{६}{१६}$ और $\frac{३}{४}$। (३) $\frac{८}{२१}$ और $\frac{१६}{४९}$।

(४) $\frac{२}{३}$, $\frac{४}{५}$, $\frac{८}{९}$। (५) $\frac{३}{५}$, $\frac{५}{६}$, $\frac{६}{१५}$। (६) $३\frac{१}{२}$, $५\frac{१}{४}$, $\frac{१}{१२}$।

(७) $\frac{३६}{३२}$, $\frac{६}{८}$, $३\frac{१}{२}$। (८) $\frac{७}{८}$, $८\frac{२}{५}$, $\frac{७७}{५५}$। (९) $२\frac{१}{२}$, $३\frac{१}{२}$, $४\frac{१}{२}$।

(१०) ३, $\frac{६}{२}$, $१०\frac{१}{२}$। (११) $\frac{१००}{२५}$, $\frac{८८}{३३}$, ४। (१२) $१\frac{३७}{७८}$, $२\frac{५४}{६५}$, $५\frac{३५}{३९}$।

(१३) वह कौनसी सबसे बड़ी लम्बाई है, जो $७\frac{१}{२}$ फ़ीट और $४\frac{३}{४}$ फ़ीट में पूरी बार सम्मिलित है ?

(१४) वह कौनसी सबसे छोटी संख्या है, जिसको यदि $\frac{४}{५}$, $\frac{३}{१०}$ और $\frac{१२}{३५}$ से पृथक्-पृथक् भाग दिया जाय; तो प्रत्येक अवस्था में पूर्णाङ्क भागफल निकले ?

(१५) चार घण्टे एक साथ बजने आरम्भ हुए। वह क्रम से १, १$\frac{१}{४}$, १$\frac{१}{२}$ और १$\frac{३}{४}$ सेकण्ड के अन्तर से बजते हैं; कितनी देर पश्चात् वे फिर एक साथ बजेंगे ?

विविध प्रश्नमाला ८१

(१) ३$\frac{१}{२}$ के $\frac{४}{५}$ में कौनसी संख्या जोड़ी जाय कि योगफल ९ हो ?

(२) ३$\frac{१}{२}$ में से क्या घटावें कि शेष २$\frac{१}{३}$ रहे ?

(३) ४$\frac{१}{२}$ को कितने में से घटावें कि शेष $\frac{६}{९}$ का $\frac{३}{४}$ रह जावे ?

(४) कौनसी संख्या को $\frac{३}{४}+\frac{५}{८}$ से गुणा देने से गुणनफल $\frac{३}{४}-\frac{५}{८}$ निकलेगा ?

(५) $\frac{४}{५}$ को कितने से भाग दें कि भागफल ८ हो ?

(६) $\frac{१}{२}+\frac{१}{३}$ में $\frac{१}{२}-\frac{१}{३}$ कितनी बार सम्मिलित है ?

(७) कौनसी संख्या को ७$\frac{१}{२}$ से भाग दें कि भागफल २$\frac{१}{७}$ हो ?

(८) यदि भाजक $\frac{४}{५}$ हो और भागफल भाजक का $\frac{५}{८}$ हो, तो भाज्य क्या होगा ?

(९) २१८ किलो ग्राम गेहूँ के दाम ५६·५ पै० प्रति किलो ग्राम की दर से बताओ।

(१०) २ रु० ५८$\frac{१}{७}$ पै० किलो ग्राम की दर से ३२५ किलो ग्राम के क्या दाम होंगे ?

(११) १२५ सन्दूकों का क्या बोझ होगा, यदि एक सन्दूक ७$\frac{३}{५}$ किलो ग्राम भारी हो ?

(१२) ७२० रुपये कितने रुपयों का १$\frac{६}{९}$ है ?

(१३) ३० किलो ग्राम कितने किलो ग्राम का $\frac{३}{५}$ होगा ?

(१४) ४$\frac{१}{२}$ ÷ ३$\frac{१}{३}$, ४$\frac{१}{२}$ × ३$\frac{१}{३}$, ४$\frac{१}{२}$ − ३$\frac{१}{३}$ और ४$\frac{१}{२}$ + ३$\frac{१}{३}$ में सबसे बड़ी कौनसी भिन्न है ?

(१५) वह कौनसी भिन्न है, जिसमें से यदि $\frac{१}{२}-\frac{१}{३}$ घटाये जायँ और शेष में $\frac{१}{२}$ का $\frac{१}{३}$ जोड़ा जाय, तो योगफल $\frac{१}{२}+\frac{१}{३}$ निकले ?

(१६) वह कौनसी सबसे छोटी भिन्न है, जो यदि $\frac{४}{५}$ में जोड़ी जाय, तो योगफल पूर्णाङ्क संख्या हो ?

(१७) क ने ख को अपने धन का $\frac{१}{३}$ दिया; ख ने जो पाया उसका $\frac{१}{४}$ ग को दिया और ग ने जो पाया उसका $\frac{१}{५}$ घ को दिया, तो घ को क के धन का कौनसा अंश मिला ?

(१८) यदि मेरे धन का $\frac{३}{५}$ नष्ट हो जाय, तो उसका कौनसा भाग मेरे पास शेष रहेगा ? [इष्ट भिन्न $= १ - \frac{३}{५} = \frac{२}{५}$ ।]

(१८क) एक लट्ठ का $\frac{२}{५}$ कीचड़ में है; $\frac{३}{१०}$ पानी में और ६ मीटर पानी से ऊपर है; तो उसकी लम्बाई क्या है ?
[$\frac{२}{५} + \frac{३}{१०} = \frac{७}{१०}$; $१ - \frac{७}{१०} = \frac{३}{१०}$; $\therefore$ $\frac{३}{१०}$ उस लट्ठ का = ६ मीटर और इसलिए लट्ठ की लम्बाई = ६ मीटर $\div \frac{३}{१०} = ६ \times \frac{१०}{३}$ मीटर = २० मीटर ।]

(१९) एक पुस्तक में २५ पृष्ठ हैं और एक लड़के ने उनमें से १५ पढ़ लिए हैं तो उसको कुल का कौनसा भाग पढ़ने को शेष रहा ?

(२०) क, ख और ग में कुछ बाँटा गया, क को उसका $\frac{३}{८}$ मिला और ख को $\frac{२}{५}$; तो ग को क्या मिला ?

(२१) एक मनुष्य एक जायदाद के $\frac{५}{१६}$ का मालिक है, उसने अपने भाग का $\frac{१}{५}$ बेच डाला; तो उसके पास जायदाद का कौनसा अंश शेष रहा ?

(२२) एक व्यापारी एक जहाज के $\frac{१२}{३५}$ का मालिक था, उसने अपने भाग का $\frac{५}{१६}$ बेच दिया, तो कुल जहाज़ का कौनसा भाग उसके पास शेष रहा ?

(२३) यदि मैं अपने धन का $\frac{३}{१०}$ दे दूँ और फिर शेष का $\frac{२}{५}$ दे दूँ, तो कुल का कौनसा भाग बच रहेगा ?

(२४) एक जायदाद का $\frac{१}{५}$ सबसे बड़े बेटे को छोड़ा गया, $\frac{१}{६}$ दूसरे को और शेष का $\frac{५}{६}$ तीसरे को, तो जायदाद का कौनसा अंश शेष रहा ?

(२५) एक मनुष्य प्रथम बार जुए में अपने धन का $\frac{१}{४}$ हार गया, दूसरी बार शेष का $\frac{१}{५}$, तीसरी बार जो कुछ बचा उसका $\frac{४}{५}$; तो उसके पास कुल धन का कौनसा भाग शेष रह गया ?

(२६) जब एक रोटी के $१\frac{१}{६}$ का $\frac{२}{६}$ खा लिया; तो रोटी में से कितना शेष रहा ?

(२७) एक हुण्डी के $\frac{३}{५}$ का भुगतान करने के पीछे २४ रु० और देने रहते हैं; तो हुण्डी कितने रुपये की थी ?

(२८) एक मनुष्य अपनी आमदनी का $\frac{१}{३}$ खाने और मकान के किराये में ख़र्च करता है, $\frac{१}{८}$ कपड़ों में और $\frac{१}{१०}$ दान में और ३१८ रु० बच रहते हैं; तो उसकी आमदनी क्या है ?

(२९) एक लड़के के पास अपने जेब-ख़र्च का $\frac{१}{३}$ अपने एक मित्र को और शेष का $\frac{४}{५}$ अपने दूसरे मित्र को दे देने के पश्चात् २ रु० शेष रहे; तो उसके पास पहले क्या था ?

(३०) एक मनुष्य अपनी यात्रा का $\frac{३}{११}$ घोड़ागाड़ी में चला; $\frac{७}{१३}$ रेलगाड़ी में और शेष ९ किलो मीटर पैदल चला; तो उसने कितनी र यात्रा की ?

(३१) एक लट्ठ का $\frac{१}{१०}$ लाल रँगा हुआ है, $\frac{१}{२०}$ नारङ्गी, $\frac{१}{३०}$ पीला, $\frac{१}{४०}$ हरा, $\frac{१}{५०}$ नीला, $\frac{१}{६०}$ आसमानी और शेष ३०२ सेण्टी मीटर बैंगनी; तो लट्ठे की लम्बाई बताओ।

(३२) एक वंश के $\frac{१}{३}$ राजा एक ही नाम के हुए, $\frac{१}{४}$ दूसरे नाम के, $\frac{१}{६}$ तीसरे नाम के, $\frac{१}{१२}$ चौथे नाम के, इनके सिवाय ५ और हुए; तो प्रत्येक नाम के कितने राजा हुए ?

(३३) १०० बालकों के लिए कितनी पूरी रोटियों की आवश्यकता होगी, यदि प्रत्येक लड़के को एक रोटी का $\frac{१}{३}$ मिले ?

(३४) $\frac{३}{५} \frac{१}{६} \frac{१}{९} \frac{१}{२}$ का कौनसी संख्या से गुणा दें कि गुणनफल सबसे छोटी पूर्णाङ्क संख्या निकले ?

(३५) $\frac{७}{९}$ को ७ में से कितनी बार घटाया जाय कि शेष ३ से कम न बचे ?

(३६) २० मीटर लम्बे रस्से में से उतने टुकड़े जितने सम्भव थे, प्रत्येक $२\frac{३}{५}$ मीटर की लम्बाई के काटे गये; तो जो शेष रहा वह एक टुकड़े की लम्बाई का कौनसा भाग होगा ?

(३७) एक कुण्ड में दो नल एक पानी भरने का और दूसरा ख़ाली करने का लगे हुए हैं। भरनेवाला नल एक मिनट में $\frac{३}{४}$ लिटर पानी भरता है और दूसरा एक मिनट में $\frac{४}{५}$ लिटर ख़ाली करता है। जब कुण्ड में ८१ लिटर पानी हो, यदि उस समय दोनों नल एक साथ खोल दिये जायँ, तो कितनी देर में कुण्ड ख़ाली हो जायगा ?

(३८) एक संख्या का दुगुना और चौथा भाग जोड़ने से योगफल $७\frac{१}{२}$ होता है; तो उस संख्या को बताओ।

(३९) उस संख्या को बताओ, जिसका आठवाँ भाग दसवें भाग से $७\frac{३}{४}$ अधिक हो।

(४०) $१२\frac{५}{६}$ और $१७\frac{३}{७}$ की सबसे निकट की पूर्णाङ्क संख्या कौनसी है ? अपने उत्तर के लिए कारण बताओ।

(४१) कुछ आम तीन मनुष्यों में इस भाँति बाँटने हैं कि एक को उनका $\frac{५}{१३}$ मिले, दूसरे को $\frac{७}{१८}$ और शेष तीसरे को; तो वह आमों की कौनसी सबसे छोटी संख्या है, जो आम बिना काटे तीनों में पूरा बँट जाय ?

पच्चीसवाँ अध्याय

मिश्र भिन्न

१२७। 'भाग जाति भिन्न' उसे कहते हैं, जिसमें अंश और हर दोनों पूर्णाङ्क संख्या हों; जैसे, $\frac{३}{७}$, $\frac{८}{५}$।

मिश्र भिन्न' वा 'प्रभाग जाति भिन्न' उसे कहते हैं, जिसमें अंश वा हर वा दोनों पूर्णाङ्क संख्या न हों; जैसे—

$$\frac{\frac{२}{३}}{५},\quad \frac{७}{२\frac{१}{२}},\quad \frac{३\frac{२}{५}}{४\frac{२}{३}},\quad \frac{\frac{२}{३}+१\frac{१}{२}}{३\frac{१}{४}\text{ का }२\frac{२}{३}}\text{।}$$

सूचना— $\frac{३\frac{२}{५}}{४\frac{२}{३}}$ को इस प्रकार पढ़ते हैं "$३\frac{२}{५}$ बटे हुए $४\frac{२}{३}$"

१२८। मिश्र भिन्न सर्वदा निम्नलिखित उदाहरणों को रीत्यनुसार सरल की जा सकती है :—

उदाहरण १। $\frac{\frac{२}{३}}{५}=[\frac{२}{३}\div५=\frac{२}{३}\div\frac{५}{१}]=\frac{२}{३}\times\frac{१}{५}=\frac{२}{१५}$।

उदाहरण २। $\frac{७}{२\frac{१}{२}}=[७\div२\frac{१}{२}=\frac{७}{१}\div\frac{५}{२}]=\frac{७}{१}\times\frac{२}{५}=\frac{१४}{५}=२\frac{४}{५}$।

उदाहरण ३। $\frac{३\frac{२}{५}}{४\frac{२}{३}}=[३\frac{२}{५}\div४\frac{२}{३}=\frac{१७}{५}\div\frac{१४}{३}]=\frac{१७}{५}\times\frac{३}{१४}=\frac{५१}{७०}$।

उदाहरण ४। $\frac{\frac{२}{३}+१\frac{१}{२}}{३\frac{१}{४}\text{ का }२\frac{२}{३}}=\frac{\frac{२}{३}+\frac{३}{२}}{\frac{१३}{४}\times\frac{८}{३}}=\frac{\frac{१३}{६}}{\frac{२६}{३}}=\frac{१३}{६}\times\frac{३}{२६}=\frac{१}{४}$।

ध्यान रखो कि क्रिया करने में कोष्ठ में भीतर की क्रिया छोड़ी जा सकती है।

सूचना—मिश्र भिन्नों के सरल करने की एक और भी रीति है जो नीचे के उदाहरण से विदित होगी :—

उदाहरण ५। $\dfrac{४\frac{१}{२}-३\frac{१}{३}}{\frac{३}{४}+\frac{५}{६}}$ को सरल करो—

मिश्र भिन्न के अंश और हर को १२ से गुणा करो, जो कि २, ३, ४ और ६ हरों का लघुतम समापवर्त्य है।

इस प्रकार दी हुई भिन्न $=\frac{५४-४०}{९+१०}=\frac{१४}{१९}$।

प्रश्नमाला ८२

इनको सरल करो—

(१) $\dfrac{३\frac{१}{३}}{५}$। (२) $\dfrac{१३}{८\frac{१}{२}}$। (३) $\dfrac{\frac{२१}{८}}{\frac{३५}{४८}}$। (४) $\dfrac{७\frac{१}{२}}{\frac{५}{८}}$।

(५) $\dfrac{\frac{३}{१०}}{४\frac{१}{२}}$। (६) $\dfrac{१०\frac{२}{३}}{५\frac{१}{६}}$। (७) $\dfrac{९\frac{५}{१४}}{१३\frac{४}{२१}}$। (८) $\dfrac{९९\frac{१}{१०}}{२४\frac{७}{४१}}$।

(९) $\dfrac{\frac{१}{२}+\frac{१}{३}}{२\frac{१}{७}}$। (१०) $\dfrac{३-\frac{३}{४}}{३+\frac{३}{४}}$। (११) $\dfrac{\frac{३}{४}}{\frac{५}{६}\times\frac{३}{१०}}$। (१२) $\dfrac{३\frac{३}{७}+\frac{१}{१४}}{४\frac{१}{२}-३\frac{१}{३}}$।

(१३) $\dfrac{७\frac{१}{२}-३\frac{१}{४}}{\frac{१}{३}\div\frac{४}{५}}$। (१४) $\dfrac{१०\frac{१}{१०}\text{ का }७\frac{१}{७}}{\frac{१}{२}+\frac{१}{४}}$।

(१५) $\dfrac{१\frac{१}{२}+२\frac{१}{३}+३\frac{१}{४}}{\frac{१}{२}-\frac{१}{३}+\frac{१}{४}}$। (१६) $\dfrac{५\frac{१}{६}\text{ का }२\times\frac{३}{७}}{७\frac{१}{७}-३\frac{१}{४}}$।

(१७) $\dfrac{७}{४\frac{२}{३}}\div\dfrac{२\frac{१}{३}}{७}$। (१८) $\dfrac{३\frac{१}{२}}{१\frac{१}{५}}-१\frac{३}{४}$।

(१९) $\dfrac{७\frac{१}{२}}{१\frac{१}{२}}+\dfrac{२\frac{१}{३}}{\frac{१}{३}}-\dfrac{४\frac{१}{२}}{७}$। (२०) $\dfrac{३}{१४}\text{ का }\dfrac{४\frac{५}{६}}{६\frac{१}{६}}\text{ का }\dfrac{६\frac{८}{११}}{११\frac{५}{७}}$।

(२१) $\dfrac{७}{\frac{१४}{१५}\text{ का }\frac{१}{४}}\times\dfrac{२\frac{१}{१०}}{३\frac{१}{२}}$। (२२) $\dfrac{२\frac{१}{४}}{२\frac{२}{३}}+\dfrac{५\frac{१}{५}-२\frac{१}{२}}{३\frac{१}{३}\div९\frac{१}{२}}$।

(२३) $\dfrac{\frac{२\frac{१}{२}}{५४}+\frac{१}{८}-\frac{१}{२१६}+\frac{१}{१२}}{\frac{१}{२}+\frac{१}{३}-\frac{१}{६}}$। (२४) $\dfrac{\frac{१}{२}+\frac{१}{३}+\frac{१}{४}}{\frac{१}{२\frac{१}{२}}+\frac{१}{३\frac{१}{२}}+\frac{१}{४\frac{१}{२}}}$।

१२९। उदाहरण। इस संलग्न भिन्न को सरल करो—

$$३+\cfrac{१}{७-\cfrac{२}{४+\cfrac{५}{६+\frac{१}{२}}}}\ ।$$

क्रिया :—

$$३+\cfrac{१}{७-\cfrac{२}{४+\cfrac{५}{६+\frac{१}{२}}}}=३+\cfrac{१}{७-\cfrac{२}{४+\frac{१०}{१३}}}=३+\cfrac{१}{७-\frac{१३}{३१}}$$

$$=३+\frac{३१}{२०४}=३\frac{३१}{२०४},\ \text{उत्तर ।}$$

प्रश्नमाला ८३

इनको सरल करो—

(१) $\cfrac{१}{१+\cfrac{१}{१+\frac{१}{२}}}$ ।

(२) $\cfrac{२}{२-\cfrac{२}{२+\frac{१}{२}}}$ ।

(३) $\cfrac{३}{३+\cfrac{३}{३-\frac{१}{३}}}$ ।

(४) $२+\cfrac{३}{४+\cfrac{५}{७+\frac{५}{९}}}$ ।

(५) $३\div\cfrac{१}{४+\cfrac{७}{२-\frac{२}{५}}}$ ।

(६) $७-\cfrac{८}{३-\cfrac{९}{४+\frac{१}{३}}}$ ।

(७) $१+\cfrac{१}{२+\cfrac{१}{३+\cfrac{१}{४+\frac{१}{५}}}}$ ।

(८) $६+\cfrac{१}{६-\cfrac{१}{६+\cfrac{१}{६-\frac{१}{६}}}}$ ।

(९) $२\frac{१}{२}+\cfrac{५}{२+\cfrac{५}{२+\cfrac{५}{२+\frac{२}{५}}}}$ ।

(१०) $\cfrac{१}{४-\cfrac{१}{२-\cfrac{१}{१-\cfrac{१}{३+\frac{१}{३}}}}}$ ।

(११) $\cfrac{१}{२+\cfrac{१}{२+\cfrac{१}{२+\cfrac{१}{१+\frac{१}{२}}}}}$ ।

(१२) $\cfrac{१}{२-\cfrac{१}{२+\cfrac{१}{२-\cfrac{५}{२+\frac{६}{७}}}}}$ ।

१३०। सरल करने के लिए नीचे लिखे उदाहरण अति उपयोगी हैं:—

उदाहरण १। $\frac{१}{२}\div\frac{३}{४}\div\frac{२}{७}=\frac{१}{२}\times\frac{४}{३}\times\frac{७}{२}=\frac{७}{३}=२\frac{१}{३}$ ।

उदाहरण २। $\frac{४}{५}\div\frac{२}{३}\times\frac{३}{४}=\frac{४}{५}\times\frac{३}{२}\times\frac{३}{४}=\frac{९}{१०}$ ।

उदाहरण ३। $\frac{३}{५}\times\frac{१}{२}\div\frac{३}{८}=\frac{३}{५}\times\frac{१}{२}\times\frac{८}{३}=\frac{४}{५}$ ।

उदाहरण ४। $२\times\frac{१}{३}\div\frac{१}{४}\times\frac{३}{५}\div\frac{५}{८}\div\frac{५}{६}=\frac{२}{१}\times\frac{१}{३}\times\frac{४}{१}\times\frac{३}{५}\times\frac{८}{५}\times\frac{६}{५}=\frac{३८४}{१२५}=३\frac{९}{१२५}$ ।

पूर्व के उदाहरणों में भाग की क्रिया को गुणा की क्रिया में इस प्रकार बदल लिया है कि उन भिन्नों के अंश और हरों को जिनके पहले भाग चिह्न होता है परस्पर उलट लिया है, क्योंकि किसी भिन्न द्वारा भाग करना उसके उलटे से गुणा करने के समान होता है।

सूचना—किसी पद के सरल करने में प्रभागजाति भिन्न को एक अकेली संख्या समझना चाहिए। $\frac{१}{२} \div \frac{१}{३}$ का $\frac{१}{४}$ और $\frac{१}{२} \div \frac{१}{३} \times \frac{१}{४}$ के अभिप्राय में जो अन्तर है, वह स्मरण योग्य है।

$$\frac{१}{२} \div \frac{१}{३} \text{ का } \frac{१}{४} = \frac{१}{२} \times \frac{३}{१} \times \frac{४}{१} = ६$$

$$\text{परन्तु } \frac{१}{२} \div \frac{१}{३} \times \frac{१}{४} = \frac{१}{२} \times \frac{३}{१} \times \frac{१}{४} = \frac{३}{८}।$$

प्रश्नमाला ८४

इनको सरल करो—

(१) $\frac{७}{८} \div ५\frac{१}{३} \div २\frac{२}{५}$।

(२) $१\frac{१}{३} \div १\frac{१}{२} \div १\frac{१}{९}$।

(३) $\frac{३}{५} \div २\frac{१}{२} \times २\frac{७}{१०}$।

(४) $२\frac{३}{४} \div \frac{१}{२} \times १\frac{१}{११}$।

(५) $२\frac{१}{३} \times \frac{३}{४} \div १\frac{३}{४}$।

(६) $२\frac{१}{४} \times १\frac{१}{२} \div २\frac{२}{५}$।

(७) $१\frac{१}{२} \div १\frac{१}{८} \times २\frac{१}{४} \div २\frac{२}{५}$।

(८) $\frac{१}{९} \times \frac{७}{८} \div \frac{१}{३} \times \frac{४}{७} \div \frac{२}{३} \div \frac{१}{२}$।

(९) $३\frac{१}{२} \div १\frac{३}{४} \div \frac{४}{५} \times \frac{१}{२}$।

(१०) $\frac{१}{९} \div \frac{७}{८} \times \frac{१}{३} \div \frac{४}{९} \div \frac{१}{३} \times \frac{१}{२}$।

(११) $३\frac{१}{४} \div २\frac{१}{२}$ का $६\frac{१}{२}$।

(१२) $२\frac{१}{२} \div ३\frac{१}{३}$ का $४\frac{१}{४}$।

(१३) $२\frac{१}{२} \div ३\frac{१}{३} \times ४\frac{१}{४}$।

(१४) $२\frac{१}{२} \times \frac{३}{४} \div ३\frac{१}{३}$ का $१\frac{१}{८}$।

(१५) $४\frac{२}{३} \times २\frac{५}{६} \div १\frac{३}{४}$ का $३\frac{१}{३}$।

(१६) $\frac{३}{४}$ का $२\frac{१}{२} \div ३\frac{१}{३} \times १\frac{१}{८}$।

(१७) $४\frac{२}{३}$ का $२\frac{१}{२} \div १\frac{३}{४} \times ३\frac{१}{३}$।

(१८) $\frac{३}{४}$ का $२\frac{१}{७} \div १\frac{१}{८}$ का $३\frac{१}{३}$।

(१९) $४\frac{२}{३}$ का $२\frac{१}{२} \div १\frac{३}{४}$ का $३\frac{१}{३}$।

(२०) $२\frac{१}{२} \times \frac{३}{४} \div ३\frac{१}{३} \times १\frac{१}{८}$।

(२१) $४\frac{२}{३} \times २\frac{१}{२} \div १\frac{३}{४} \times ३\frac{१}{३}$।

(२२) $१\frac{१}{२} \div ३\frac{१}{४}$ का $२\frac{१}{३} \times १\frac{१}{३}$।

(२३) $१\frac{१}{२} \div २\frac{१}{३} \times ३\frac{१}{४}$ का $१\frac{१}{३}$।

(२४) $१\frac{१}{२} \times २\frac{१}{३} \times ३\frac{१}{४} \div १\frac{१}{३}$ का $२\frac{१}{४}$ का $३\frac{१}{३} \times \frac{६}{१३}$।

१३१। चिह्नों का नियम—जब किसी व्यंजक में +, −, × और ÷ चिह्न में से कुल वा थोड़े हों; तो गुणन और भाग को जोड़ और व्यवकलन से पूर्व करना चाहिये।

उदाहरण। $\frac{५}{२} + २ \times \frac{३}{४} \div \frac{१}{३} - \frac{१}{२} = \frac{५}{२} + \frac{२}{१} \times \frac{१}{४} \times \frac{३}{१} - \frac{१}{२} = \frac{५}{२} + \frac{३}{२} - \frac{१}{२} = ४ - \frac{१}{२} = ३\frac{१}{२}$।

प्रश्नमाला ८५

इनको सरल करो ।

(१) $१\frac{१}{७}$ का $३\frac{१}{२} - \frac{४}{१५}$ का $३\frac{३}{४}$ ।

(२) $२\frac{१}{२} \times \frac{३}{५} + ७\frac{१}{२} \times \frac{४}{१५}$ ।

(३) $\frac{२}{३} \div १\frac{५}{७} - \frac{५}{८} \div ३\frac{२}{११}$ ।

(४) $१७\frac{१}{२} - ३\frac{१}{४} \times ४\frac{३}{१३} + \frac{१}{१२}$ ।

(५) $३\frac{१}{१३} + ४\frac{१}{२} \div \frac{२}{३} - \frac{१}{२}$ ।

(६) $२\frac{३}{४} + १\frac{३}{४}$ का $\frac{३}{१४} - १\frac{१}{२}$ ।

(७) $५\frac{१}{२} + ३\frac{१}{३} \times ४\frac{१}{५} - ७$ का $१\frac{१}{१४}$ ।

(८) $३\frac{१}{२} + ४\frac{१}{३} - \frac{५}{६}$ का $\frac{३}{४}$ ।

(९) $२\frac{१}{२}$ का $३\frac{१}{३} - १\frac{१}{२} + \frac{३}{५}$ का $\frac{२}{३}$ ।

(१०) $३\frac{३}{७}$ का $४\frac{४}{७} \div ५\frac{५}{७} - २\frac{२}{७}$ ।

(११) $\frac{३}{४}$ का $४\frac{१}{४} + \frac{७}{८} \div \frac{५}{१२} - \frac{२}{३}$ ।

(१२) $३\frac{१}{४} \div ४\frac{१}{२}$ का $\frac{७}{८} + \frac{१}{४}$ ।

(१३) $\frac{३}{४} + \frac{२}{३}$ का $\frac{१}{७} \div \frac{१}{८}$ का $\frac{३}{१४}$ ।

(१४) $\frac{३}{४} + १\frac{१}{२} \times २\frac{१}{३} - \frac{१}{२}$ का $\frac{१}{३}$ ।

(१५) $\frac{३}{३}$ का $१\frac{१}{५} - \frac{१}{५}$ का $\frac{१}{४} - \frac{१}{३} \div ५$ ।

(१६) $७\frac{१}{२} \div \frac{१}{३} \div \frac{१}{४}$ का $\frac{१}{६} - \frac{३}{२} \times १\frac{४}{५}$ ।

(१७) $१\frac{१}{७}$ का $३\frac{१}{२} + \frac{४}{१५}$ का $३\frac{३}{४}$ का $३\frac{१}{४} \div ४\frac{१}{२}$ का $\frac{७}{८} - १\frac{३}{४} \times \frac{३}{१४}$ ।

(१८) $४\frac{४}{७} + ५\frac{५}{७} \div ८ - २०\frac{१}{४} \times ३\frac{१}{९}$ का $\frac{१}{१८} \div \frac{३}{१६}$ का $२\frac{२}{३}$ ।

कोष्ठकों का प्रयोग

१३२ । जब कोई व्यंजक कोष्ठक ( ), { } वा [ ] के भीतर होता है वा दीर्घ मात्रा, '—' के नीचे लिखा जाता है, तो कुल व्यंजक पर उस चिह्न का प्रभाव पड़ता है, जो कोष्ठ वा दीर्घ मात्रा के पहले वा पीछे हो।

$२ \div (३+४)$ से यह अभिप्राय है कि ३ और ४ के योगफल से २ को भाग दिया जावे ।

$(२+३) \times ४$ से यह अभिप्राय है कि २ और ३ के योगफल को ४ से गुणा दिया जावे ।

$१३-(३+५)$ से यह अभिप्राय है कि ३ और ५ के योगफल को १३ में से घटाया जावे ।

$७-(३+४-२)$ का यह अभिप्राय है कि ४ और २ के अन्तर को ३ में जोड़ा जाय और योगफल को ७ में से घटाया जावे ।

इस कारण ऐसे व्यंजक के सरल करने में जैसा कि ऊपर लिखा है, पहले वह क्रिया करनी चाहिए, जो कोष्ठकों के भीतर की गई हो, तत्पश्चात् कोष्ठकों के बाहर की क्रिया करनी चाहिये ।

सूचना—जब एक वा अधिक उत्पादक बन्धनी (कोष्ठकों) के भीतर होते हैं; तो बहुधा गुणन का चिह्न छोड़ दिया जाता है।

जैसे, $३(५-४)$ से तात्पर्य $३\times(५-४)$ है;

$(३+२)(४-२)$ से तात्पर्य $(३+२)\times(४-२)$ है।

१३३। बन्धनी (कोष्ठक) अलग की जा सकती है। यदि उसके पहले यह '+' चिह्न हो। जैसे, $८+(७-५+२)=८+७-५+२$।

वह बन्धनी भी अलग की जा सकती है, जिसके पहले यह '−' चिह्न हो, यदि बन्धनी के भीतर की प्रत्येक सङ्ख्या का चिह्न बदल दिया जाय, अर्थात् + को − से और − को + से।

जैसे, $८-(७-५+२)=८-७+५-२$।

उदाहरण। $७-[\frac{३}{४}+\{२\frac{१}{२}-(१\frac{१}{२}-\frac{१}{३})\}]$ को सरल करो।

यह व्यंजक—

(१) $=७-[\frac{३}{४}+\{२\frac{१}{२}-१\frac{१}{२}+\frac{१}{३}\}]$

$=७-[\frac{३}{४}+२\frac{१}{२}-१\frac{१}{२}+\frac{१}{३}]$

$=७-\frac{३}{४}-२\frac{१}{२}+१\frac{१}{२}-\frac{१}{३}$

=इत्यादि।

वा (२) $=७-[\frac{३}{४}+\{२\frac{१}{२}-\frac{७}{६}\}]$

$=७[\frac{३}{४}+\frac{४}{३}]$

$=७-\frac{२५}{१२}$

=इत्यादि।

प्रश्नमाला ८६

इनको सरल करो—

(१) $३-(\frac{१}{२}+१\frac{१}{२})$।

(२) $४-(३\frac{१}{२}-\frac{३}{४})$।

(३) $(३-१\frac{१}{१२})$ का $३\frac{५}{७}$।

(४) $(३-१\frac{१}{१२})\times३\frac{५}{७}-१\frac{१}{१४}$।

(५) $३-१\frac{१}{१२}(३\frac{५}{७}-१\frac{३}{१४})$।

(६) $(३-१\frac{१}{१२})(३\frac{५}{७}-१\frac{१}{१४})$।

(७) $(३+१\frac{१}{१२})\div३\frac{५}{७}-१\frac{१}{१४}$।

(८) $३+१\frac{१}{१२}\div(३\frac{५}{७}-१\frac{१}{१४})$।

(९) $(३+१\frac{१}{१२})\div(३\frac{५}{७}-१\frac{१}{१४})$।

(१०) $७\frac{१}{२}+२\frac{१}{२}\div(\frac{३}{४}\times१\frac{१}{२})$।

(११) $६\div\{१\frac{१}{२}+(\frac{३}{४}-\frac{१}{२})\}$।

(१२) $६-\{१\frac{१}{२}+(\frac{३}{४}-\frac{१}{२})\}$।

(१३) $६-\{१\frac{१}{२}-(\frac{३}{४}-\frac{१}{२})\}$।

(१४) $६-\{१\frac{१}{२}-(\frac{३}{४}+\frac{१}{२})\}$।

(१५) $१०\frac{१}{२}-\{८\frac{१}{४}+\frac{३}{४}(२\frac{१}{२}-१\frac{३}{४})\}$।

(१६) $१०\frac{१}{२}-\{८\frac{१}{४}-\frac{३}{४}(२\frac{१}{२}+१\frac{३}{४})\}$।

(१७) $९\frac{१}{२}-[७\frac{१}{२}+\{४-(५-२)\}]$।

(१८) $९\frac{१}{२}+[७\frac{१}{२}-\{४+(५-२)\}]$।

(१९) $३\div[२+३\div\{४+५\div(२-\frac{१}{३})\}]$।

(२०) $(२-\frac{१}{२}$ का $\frac{१}{३})\div(७\frac{१}{२}\div२\frac{१}{२})$।

(२१) $५\frac{१}{३}-[२\frac{१}{३}\div\{\frac{३}{४}-\frac{१}{२}(\frac{७}{३}-\frac{१}{६}\overline{-\frac{१}{८}})\}]$ ।

(२२) $६-[४-\frac{१}{२}\{७-(३\div२+\frac{१}{३})\}]$ ।

१३३ क । उदाहरण । सरल करो—

$$\frac{\frac{३}{७}-\frac{२}{९}}{\frac{३}{७}+\frac{२}{९}}\text{ का }२\frac{११}{२६}\div\frac{४}{१३-३\frac{८}{९}}+३\frac{११}{१६}-\frac{३}{४-२\frac{१०}{१३}}\text{ ।}$$

$$\text{यह व्यंजक}=\frac{२७-१४}{२७+१४}\text{ का }\frac{६३}{२६}\div\frac{४}{९\frac{१}{९}}+३\frac{११}{१६}-\frac{३}{१\frac{३}{१३}}$$

$$=\frac{१३}{४१}\text{ का }\frac{६३}{२६}\div\frac{४}{\frac{८२}{९}}+३\frac{११}{१६}-\frac{३}{\frac{१६}{१३}}$$

$$=\frac{१३}{४१}\times\frac{६३}{२६}\times\frac{१}{४}\times\frac{८२}{९}+३\frac{११}{१६}-\frac{३}{१}\times\frac{१३}{१६}=\frac{७}{४}+\frac{५९}{१६}-\frac{३९}{१६}=\frac{२८+५९-३९}{१६}$$

$$=\frac{४८}{१६}=३\text{, उत्तर ।}$$

प्रश्नमाला ८७

इनको सरल करो—

(१) $\frac{३\frac{१}{४}-२\frac{१}{३}\text{ का }१\frac{२}{७}-\frac{३}{७}}{(३\frac{१}{४}-२\frac{१}{३})\text{ का }(१\frac{२}{७}-\frac{१}{६})}$ ।

(२) $\frac{७\frac{१}{२}}{६\frac{१}{२}}+\frac{११\frac{१}{२}-२\frac{२}{५}}{११\frac{१}{२}+२\frac{१}{५}}\times१०\frac{६}{१३}-६\frac{४२}{७३}$ ।

(३) $\frac{२\frac{१}{४}}{२\frac{२}{३}}+\frac{२\frac{१}{२}+५\frac{१}{५}}{३\frac{१}{३}+९\frac{१}{२}}+\frac{१}{२}+\frac{३}{८}\text{ का }\frac{३}{२०}$ ।

(४) $\frac{५\frac{६}{७}-३\frac{१}{३}+४\frac{३}{१४}}{३\frac{१}{३}+\frac{१+\frac{४}{५}}{२-\frac{५}{८}}}$ ।

(५) $\frac{१७}{७+\frac{३}{४-२\frac{३}{४}}}\times\frac{२०२१}{२१९६३}\div(१\frac{३७}{४८}-\frac{१५}{१६})+\frac{३}{४}\text{ का }\frac{\frac{१\frac{१}{२}}{३\cdot२}}{२\frac{१}{२}}$ ।

(६) $\left\{(\frac{२}{१९}+\frac{१}{३})\times(३-\frac{१}{२})\right\}\div(\frac{१}{३}+\frac{१}{५})+\frac{१}{२+\frac{१}{२+\frac{१}{२}}}\text{ का }\frac{३}{४}\text{ का }\frac{२}{३}\div२$ ।

(७) $\frac{३\frac{१}{२}-२\frac{१}{६}}{\frac{१}{४}\text{ का }(\frac{१}{५}+\frac{१}{७})}\div१५\frac{५}{९}$ ।

(८) $\frac{१+५\frac{४}{९}(१+५\frac{४}{९})}{१+२\frac{१}{३}(१+२\frac{१}{३})}\text{ का }४\frac{१}{२}$ ।

(९) $\frac{१}{२}\text{ का }\frac{१}{३}\times\frac{३}{५}\text{ का }\frac{४}{५}\div(\frac{७}{९}+\frac{१}{३}\text{ का }२०)$ ।

(१०) $\dfrac{\frac{३}{४} \div \frac{३}{४} \text{ का } \frac{३}{४}}{\frac{३}{४} \div \frac{३}{४} \times \frac{३}{४}}$ ।

(११) $\dfrac{१\frac{७}{९} \text{ का } \frac{२७}{६४}}{\frac{११}{१२} \times ९\frac{६}{११}} \div \dfrac{४\frac{४}{७} \text{ का } \frac{२१}{१६०}}{२\frac{५}{६} \div २\frac{२}{१५}}$ ।

(१२) $\dfrac{१}{\frac{१}{२}+\frac{१}{३}+\dfrac{\frac{१}{६}}{\frac{३}{४}-\frac{१}{३}}}$ ।

(१३) $\dfrac{६\frac{४\frac{१}{८}}{८}}{६-४\frac{४\frac{१}{२}}{११}} + \frac{७}{९} \times १\frac{२\frac{२}{७}}{३} \text{ का } \frac{३}{५६} - \dfrac{६+\dfrac{१}{६+\dfrac{१}{६-\frac{१}{६}}}}{६}$ ।

(१४) $\dfrac{३+\dfrac{१}{३-\frac{१}{३}}}{५+\dfrac{१}{५-\frac{१}{५}}} \times ७\frac{५}{६}$ ।

(१५) $\dfrac{८\frac{३}{५}+७\frac{३}{४}+५\frac{२}{३}-४\frac{१}{२}}{१३-११\frac{६}{१०}+१०\frac{७}{९}-९\frac{१७}{३०}} \text{ का } \frac{२}{११} \text{ का } ३६५$ । (१६) $\left(\dfrac{९-४}{५} \div \dfrac{१}{७}\right)^{२}$ ।

(१७) $\dfrac{२\frac{१}{३} \text{ का } ६\frac{१}{१\frac{३}{७}} \text{ का } २४\frac{१}{१\frac{१}{३}} - ४\frac{१}{१\frac{३}{८}} \times ३\frac{३}{३\frac{३}{४}} \div ३\frac{३}{९\frac{७}{९}}}{८\frac{१}{१\frac{७}{९}} \times ५\frac{१}{३\frac{४}{९}} \div ४\frac{१}{३\frac{५}{२}} - ७\frac{१}{२\frac{६}{१०}} \times ५\frac{१}{६\frac{१}{५}} \div १४\frac{२}{३\frac{१}{५}}} \times ४\frac{८}{२३}$ ।

(१८) $१\frac{५}{६} \text{ का } \dfrac{\frac{१}{२}+\frac{१}{३}+\frac{१}{५}}{२\frac{१}{२}-३\frac{१}{३}+४\frac{१}{४}} \times \dfrac{\frac{२\frac{१}{२}}{३\frac{१}{७}}+\frac{\frac{३}{१६}}{\frac{१}{८}}}{\frac{३}{४\frac{१}{२}}+\frac{४\frac{१}{२}}{३}} \div ३\frac{२}{३} \text{ का } \frac{६}{११}$ ।

(१९) $१\frac{४\frac{१}{२}}{३\frac{१}{२}} + \dfrac{५\frac{५}{८} \div \frac{२}{३}}{१\frac{१}{५} \text{ का } \frac{५}{९} \div १०\frac{१}{३}} \times \frac{२}{५} \text{ का } \dfrac{१\frac{१}{२} \text{ का } ४\frac{१}{९}}{१३\frac{७}{८} \times ५\frac{१}{३}}$ ।

(२०) $\dfrac{१\frac{१}{८} \div १\frac{१}{५}}{\frac{२}{३} \text{ का } \frac{४}{९} \div १०\frac{१}{३}} \times \dfrac{१\frac{१}{२} \text{ का } ४\frac{१}{९}}{५\frac{१}{१\frac{५}{६}} \text{ का } ५\frac{१}{३}}$ । (२१) $\dfrac{\dfrac{\frac{२}{५}}{१-\frac{१}{२५}}+\frac{१}{३}+\frac{१}{७}}{१-\frac{१}{७} \text{ का} \left(\dfrac{\frac{१}{५}}{१-\frac{२}{५}}+\frac{१}{३}\right)}$ ।

(२२) $\left\{\dfrac{२}{३-\dfrac{१}{१-\frac{१}{२}}} - \frac{१}{३} \text{ का } \left(५-\dfrac{२}{\frac{३}{२}-\frac{१}{६}}\right)\right\} \div \dfrac{\frac{३}{२}+\frac{५}{४}}{१\frac{१}{२}}$ ।

(२३) $\dfrac{७}{५-\frac{८}{३}} \div \dfrac{३-\dfrac{२}{३-\frac{३}{२}}}{४ \div \frac{३}{२}} - \frac{५}{७} \text{ का } \left\{\dfrac{१}{१\frac{३}{७}} + \frac{६}{५} \text{ का } \dfrac{३\frac{१}{३}-२\frac{१}{२}}{[illegible]}\right\}$ ।

(२४) $८ - ८ \times \dfrac{२\frac{१}{११} - १\frac{२}{११}}{२ - \dfrac{१}{६ - \frac{१}{६}}}$ । (२५) $\dfrac{१ + २\frac{१}{२} + ३\frac{१}{२}}{\dfrac{१}{१\frac{१}{२}} + \dfrac{२}{२\frac{१}{३}} + \dfrac{३}{३\frac{१}{४}}} \times \dfrac{५५\frac{२}{३} \div ११}{१\frac{२}{११} \text{ का } १३\frac{२}{३}}$ ।

(२६) $\left(\frac{१}{३} + \dfrac{\frac{३}{७}}{१\frac{३}{५}} + \dfrac{१}{१\frac{१}{४}} + \frac{५}{९} - १\right) \div \frac{५}{९} \text{ का } \frac{५}{८} \text{ का } २\frac{५}{७}$ ।

(२७) $\dfrac{\dfrac{२}{२ + \dfrac{२}{२ + \frac{१}{२}}} \text{ का } \frac{१}{२} \div \left(१ + \frac{१}{२}\right)}{४\left(१ + \dfrac{२}{४\frac{१}{२}}\right) - ३}$ ।

(२८) $१\dfrac{३\frac{१}{२}}{१४} \div \frac{३}{५} \text{ का } \dfrac{२\frac{२}{३} \text{ का } ९}{२ + \dfrac{४}{६ - \dfrac{८}{१० + \frac{१}{१२}}}}$ ।

(२९) $\dfrac{३ + \dfrac{१}{३ + \dfrac{१}{३ + \frac{१}{३}}}}{१\frac{३}{४} \text{ का } \frac{१}{३} \div ३\frac{१}{२}} \text{ का } \frac{५}{९} \div \dfrac{\frac{१}{३} \text{ का } \frac{१}{४}}{\frac{१}{२} \text{ का } \dfrac{३}{४ - १\dfrac{२\frac{१}{३}}{५}}}$ ।

(३०) $३ + ३ \div \dfrac{३ - ३ \text{ का } \frac{४}{५} \div ७ \times ३}{१ + \frac{१}{२} + ३ + \frac{१}{३}}$ ।

(३१) $\left\{\frac{१}{८} \text{ का } \left(\frac{१}{१०} - \frac{१}{१२}\right) \div \dfrac{\frac{१}{७} - \frac{१}{९} \div \left(\frac{४}{९} \div \frac{५}{१२}\right)}{\frac{१}{७} + \frac{१}{९} \div \frac{४}{९} - \frac{५}{१२})}\right\} \times \dfrac{\frac{१}{२} + \frac{१}{७} \div \left(\frac{१}{७} - \frac{१}{९}\right)}{\left(\frac{१}{३} + \frac{१}{७}\right) \div \frac{१}{७} - \frac{१}{९}}$ ।

(३२) $\dfrac{\frac{५}{९} + \frac{७}{८} \text{ का } \frac{४}{५} \div \frac{३}{५} \text{ का } \frac{९}{१०}}{८\frac{१}{३} - \left(\dfrac{४}{१ - \frac{७}{८}} \text{ का } २\frac{१}{४}\right) \div \frac{७}{९} \text{ का } १२} \text{ का } ६\frac{१}{२} + ३\frac{१}{९}$ ।

(३३) $\dfrac{\left\{\dfrac{\frac{११}{९९} + \frac{६}{१३}}{१ - \frac{११}{९९} \times \frac{६}{१३}} - \frac{११}{९९}\right\}}{१ - \frac{११}{९९}\left\{\dfrac{\frac{६}{१३} + \frac{११}{९९}}{१ - \frac{११}{९९} \times \frac{६}{१३}}\right\}}$ । (३४) $२\frac{१}{२} \div \dfrac{१ - \frac{५}{६}}{\frac{१}{३} - \frac{१}{४}} + \left(\frac{१}{२} + \frac{१}{४}\right) \div \frac{१}{३} + \frac{१}{५}$ ।

(३५) $३-\dfrac{१}{२+\dfrac{१}{१-\dfrac{१}{\frac{४}{५}\div\frac{२}{३}}}}\times२+\dfrac{१}{१+\dfrac{१}{२\times\dfrac{१}{१-\frac{३}{५}}}}\times२\div\dfrac{१}{१-\dfrac{१}{१+\dfrac{१}{१+०}}}$ ।

छब्बीसवाँ अध्याय

भिन्न का रूपान्तर

१३४। उदाहरण १। ७ रु० ६० पै० के $\frac{३}{४}$ का मान बताओ। इस दी हुई मिश्र राशि को $\frac{३}{४}$ से गुणा करने के लिए उसको ४ से भाग दो और भागफल को ३ से गुणा करो। इस प्रकार—

$$७·६० \text{ रु०} \times \frac{३}{४} = १·९० \times ३ \text{ रु०}$$
$$= ५·७० \text{ रु०}$$
$$= ५ \text{ रु० } ७० \text{ पै०}$$

ध्यान रखो, यदि हमको $५\frac{३}{४}$ से गुणा देना है, तो प्रथम $\frac{३}{४}$ से गुणा दो (जैसे कि ऊपर के उदाहरण में) और फिर उस फल के नीचे ५ से गुणा देकर गुणनफल को रखो और फिर दोनों फलों को जोड़ो। यदि $६\frac{३}{४}$ अर्थात् $\frac{२७}{४}$ से गुणा देना है; तो ४ से भाग देकर भागफल को २७ के उत्पादकों द्वारा गुणा करो।

सूचना १—यदि किसी मिश्र राशि को $\frac{३}{४}$ से भाग देना है; तो उसको ३ से भाग देकर भागफल को ४ से गुणा दो।

उदाहरण २। १ रु० का $१\frac{१}{५}$ का $१\frac{१}{४}$ का मान बताओ।

१ रु० का $१\frac{१}{५}$ का $१\frac{१}{४}$ = १ रु० का $\frac{६}{५}$ का $\frac{५}{४}$ = $\frac{३}{२}$ रु० = १·५० रु० = १ रु० ५० पै०।

सूचना २—जब किसी मिश्र राशि को किसी भिन्न से, जिसके अंश और हर बड़ी संख्या हों, गुणा वा भाग देना हो, तो निम्नलिखित क्रिया करना उपयोगी होता है :—

उदाहरण ३। ११ रु० का $\frac{३११}{५५०}$ का मान बताओ।

क्रिया— ११ रु० का $\frac{३११}{५५०}$ = ११०० पै० का $\frac{३११}{५४०} = \frac{११०० \times ३११}{५५०}$ पै० = २ × ३११ पै० = ६२२ पै० = ६ रु० २२ पै०, उत्तर।

प्रश्नमाला ८८

इनका मान बताओ :—

(१) ६ रु० ६० पै० का $\frac{२}{३}$ । (२) १२ रु० का $\frac{५}{६}$ ।

(३) ३ रु० १५ पै० का $\frac{३}{५}$ । (४) १९ रु० ९८ पै० का $\frac{४}{९}$ ।

(५) ३ रु० २० पै० का $\frac{३}{८}$ । (६) ९६ पै० का $\frac{५}{८}$ ।

(७) १२ रु० ५५ पै० का $५\frac{३}{५}$ । (८) $\frac{३}{५}$ रु० + $\frac{६}{१०}$ रु० ।

(९) $२\frac{१}{२}$ रु० − $१\frac{१}{४}$ रु० । (१०) १३ रु० ८५ पै० × $३\frac{४}{५}$ ।

(११) १३ रु० ८० पै० × $१\frac{५}{१२}$ । (१२) २९ रु० ८ पै० ÷ $७\frac{६}{२७}$ ।

(१३) किलो ग्राम २ हेक्टो ग्राम का $३\frac{३}{८}$ ।

(१४) १२८ मीटर ३९ सें० मी० का $२\frac{२}{३}$ । (१५) १ घं० १ मि० १ से० का $\frac{५}{१२}$ ।

(१६) १२ रु० ८१ पै० का $३\frac{१}{२}$ का $३\frac{१}{३}$ ।

(१७) ७ रु० १९ पै० का $\frac{१}{४}$ का $\frac{३}{७}$ का $१\frac{१}{३}$ ।

(१८) ७ रु० ५९ पै० का $२\frac{१}{३}$ का $६\frac{२}{५}$ + २ रु० २४ पै० का $७\frac{३}{२०}$ ।

(१९) $१०\frac{५}{६}$ रु० का $१\frac{१२}{१३}$ − $\frac{१६}{३५}$ रु० + $\frac{३}{७}$ रु० का $३\frac{३}{४}$ ।

(२०) $२\frac{३}{४}$ रु० + $१\frac{२}{५}$ रु० का $५\frac{२}{७७}$ ÷ $\frac{२}{५}$ का $\frac{७}{१२}$ − $४\frac{१}{७}$ रु० ।

(२१) ५ रु० ५ पै० + $३\frac{१}{३}$ रु० × $४\frac{१}{५}$ − ७ रु० का $१\frac{१}{१४}$ ।

(२२) १४ रु० ४० पै० का $\frac{७}{८}$ − ९१ पै० का $\frac{४}{७}$ − $\frac{५}{९}$ रु० का $\frac{२}{३\frac{१}{३}}$ का $\frac{४}{\frac{६}{७}-\frac{२}{९}}$ ।

(२३) १६ रु० ४४ पै० का $\frac{२\frac{३}{४}}{७-\frac{१}{८}}$ + १७ रु० २५ पै० का $\frac{३\frac{७}{११}}{४\frac{२}{७}}$ का $\frac{१०\frac{५}{७}}{७\frac{१}{२}}$ ।

(२४) वह कौनसी धन संख्या है जिसका $\frac{५}{१२}$, ३ रु० ५५ पै० है ?

(२५) ५० रु० का $\frac{१\frac{१}{८} \div १\frac{१}{५}}{\frac{२}{३} \text{ का } \frac{५}{९} \div १०\frac{१}{३}}$ का $\frac{१\frac{१}{२} \text{ का } ४\frac{१}{६}}{६\frac{१५}{१६} \times ५\frac{१}{३}}$ का मान बताओ ।

(२६) इसको सरल करो—

$$२० \text{ रु० का } \frac{\frac{३\frac{१\frac{८}{१४}}{}}{४}}{२०} + १५ \text{ रु० का } \frac{१}{१+\frac{१}{९+\frac{३}{४}}} \text{ का } १\frac{४}{३९} + \frac{५-\frac{१}{४}}{१२} \text{ रु० ।}$$

१३५। एक राशि को दूसरी राशि की भिन्न के रूप में प्रकट करने की रीति—

उदाहरण १। २४ पै० को १ रु० की भिन्न के रूप में लिखो।

इष्ट भिन्न $=\frac{\text{२४ पै०}}{\text{१ रु०}}=\frac{\text{२४}}{\text{१००}}=\frac{\text{६}}{\text{२५}}$ ।

सूचना १—७ रु० ७५ पै० $=\text{७}\frac{\text{७५ पै०}}{\text{१ रु०}}=\text{७}\frac{\text{३}}{\text{४}}$ रु० ।

उदाहरण २। ४ रु० ६ पै० को ६ रु० ९ पै० की भिन्न के रूप में लाओ।

इष्ट भिन्न $=\frac{\text{४ रु० ६ पै०}}{\text{६ रु० ९ पै०}}=\frac{\text{४०६}}{\text{६०९}}=\frac{\text{२}}{\text{३}}$ ।

उदाहरण ३। ३५ रु० के $\frac{\text{२}}{\text{३}}$ को १३७ रु० के $\frac{\text{३}}{\text{४}}$ की भिन्न के रूप में लाओ।

इष्ट भिन्न $=\frac{\text{३५ रु० का }\frac{\text{२}}{\text{३}}}{\text{१३७ रु० का }\frac{\text{३}}{\text{४}}}=\frac{\text{३५}\times\frac{\text{२}}{\text{३}}}{\text{१३७}\times\frac{\text{३}}{\text{४}}}=\frac{\text{३५}\times\text{२}\times\text{४}}{\text{१३७}\times\text{३}\times\text{३}}=\frac{\text{२८०}}{\text{१२३३}}$ ।

सूचना २—ऊपर के प्रश्न नीचे लिखे रूपों में से किसी एक रूप में दिये जा सकते हैं—

(१) २ रु० को ५ रु० की भिन्न के रूप में लिखो।

(२) २ रु० को ५ रु० की भिन्न में रूपान्तर करो।

(३) २ रु०, ५ रु० का कौनसा भाग है ?

(४) २ रु०, ५ रु० की कौनसी भिन्न है ?

(५) २ रु० में ५ रु० कितनी बार सम्मिलित हैं ?

(६) २ रु० का क्या सांख्यमान होगा, यदि इकाई ५ रु० हो ?

(७) यदि इकाई ५ रु० हो, तो २ रु० किस संख्या के द्वारा प्रकट होंगे ?

उदाहरण ४। ८० रु० का $\frac{\text{२}}{\text{३}}$ + ३५ रु० का $\frac{\text{३}}{\text{७}}$ को १९१ रु० की भिन्न में रूपान्तर करो।

इष्ट भिन्न $=\frac{\text{८०}\times\frac{\text{२}}{\text{३}}+\text{३५}\times\frac{\text{३}}{\text{४}}}{\text{१९१}}$ रु० $=\frac{\text{८०}\times\text{२}\times\text{४}+\text{३५}\times\text{३}\times\text{३}}{\text{१९१}\times\text{१२}}$

$=\frac{\text{९५५}}{\text{१९१}\times\text{१२}}=\frac{\text{५}}{\text{१२}}$ ।

प्रश्नमाला ८९

(१) ३ रु० २५ पै० को १ रु० की भिन्न में लाओ।

(२) १ रु० १७ पै० को १२ पै० की भिन्न में रूपान्तर करो।

(३) ५ रु० ५ पै० को इसी प्रश्न के सबसे बड़े सिक्के की भिन्न से लिखो।

(४) २ रु० २० पै० को ३० पै० की भिन्न में लिखो।

(५) १ रु० ५ पै० को ७ रु० ४ पै० की भिन्न में परिवर्त्तन करो।

(६) १७ रु० ६८ पैं०, १९ रु० ९६ पै० का कौनसा भाग है?

(७) १ किलो ग्राम २४८ ग्राम का ११७ ग्राम कौनसा भाग है?

(८) ६ किलो मीटर का २ किलो मीटर ४४० मीटर कौनसा भाग है?

(९) ४५ लिटर, ८५ लिटर की कौनसी भिन्न है?

(१०) १७ किलो ग्राम ९२० ग्राम की १ किलो ग्राम २० ग्राग, कौनसी भिन्न है?

(११) १४ रु० ४४ पै०, १२ रु० १६ पैं० में कितनी बार मिश्रित हैं?

(१२) ३ दिन ७ घण्टे ८ मिनट, ८ दिन ७ घण्टे ३ मिनट में कितनी बार मिश्रित हैं?

(१३) $७\frac{१}{२}$ मीटर की $२\frac{५}{६}$ मीटर कौनसी भिन्न है?

(१४) ३९ रु० ३६ पै० को ९३ पै० की भिन्न में लिखो।

(१५) ९७ रु० ८६ पै० को १ रु० ८६ पै० की भिन्न में परिवर्त्तन करो।

(१६) ४ रु० ७१ पै० के $\frac{३}{४}$ को १३ रु० ४४ पै० की भिन्न में रूपान्तर करो।

(१७) १५ रु० ३६ पै० के $१\frac{३}{४}$ को २० रु० ५० पै० की भिन्न में परिवर्त्तन करो।

(१८) १४ रु० ५२ पै० के $\frac{७}{१२}$ को १८ रु० २० पै० की भिन्न में लिखो।

(१९) ३५ रु० के $\frac{३}{७}$ को ८० रु० के $\frac{१}{३}$ की भिन्न में लाओ।

(२०) २५ रु० के $३\frac{१}{२}$ को १२० रु० के $१\frac{५}{१६}$ की भिन्न में परिवर्त्तन करो।

(२१) २० रु० ५० पै० के $\frac{३}{४}$ के $\frac{२}{३}$ को ५ रु० ७६ पै० के $१\frac{१}{२}$ की भिन्न में लाओ।

(२२) २ किलो ग्राम २३२ ग्राम के $\frac{१}{५}$ का २९५ ग्राम कौनसा भाग है ?

(२३) ७९१ किलो ग्राम के $\frac{८}{९}$ का ३५ किलो ग्राम का $\frac{२}{७}$ कौनसा भाग है ?

(२४) ४ किलो ग्राम ४८० ग्राम के $\frac{१}{७}$ के $२\frac{१}{३}$ का ३३८ ग्राम का $\frac{८}{९}$ कौनसा भाग है ?

(२५) २२० मीटर का $१६\frac{१}{२}$ मीटर के $७\frac{१}{२}$ का $\frac{३}{५}$ कौनसा भाग है ?

(२६) ५५० मीटर के $\frac{५}{११}$ का एक मीटर कौनसा भाग है ?

(२७) ८ लिटर का $\frac{३}{४}$, १ लिटर के $\frac{२}{३}$ का कौनसा भाग है ?

(२८) १ घ० १५ मिनट के $\frac{५}{७}$ को एक दिन की भिन्न में परिवर्त्तन करो।

(२९) $७\frac{३}{४}$ रु० − ६ रु० का $\frac{३}{४}$ को १ रु० ६९ पैं० की भिन्न में परिवर्त्तन करो।

(३०) $७\frac{४}{५}$ रु० − ७ रु० का $\frac{४}{५}$ को ५ रु० की भिन्न में परिवर्त्तन करो।

(३१) २७ रु० के $\frac{२}{३}$ का कौनसा भाग { २० रु० का $\frac{३}{४}$ − ५ रु० का $\frac{८}{७}$ } का $\frac{३\frac{१}{२}}{४\frac{१}{२}}$ है ?

विविध प्रश्नमाला ९०

(१) $\frac{७}{३४}$, $\frac{३}{१४}$ और $\frac{१५}{६६}$ में से सबसे बड़ी और सबसे छोटी भिन्नों के अन्तर को शेष भिन्न की भिन्न में प्रकट करो।

(२) एक क्लर्क ने ५० रु० मासिक वेतन पर काम करना आरम्भ किया; यदि प्रति मास उसका वेतन गत मास के वेतन का $\frac{१}{५}$ और बढ़ा दिया जाय, तो उसके तीसरे मास का वेतन क्या होगा ?

(३) क ने १५० रु० का $\frac{२}{३}$ दे दिया; जो कुछ उसने दिया उसका $\frac{१}{४}$ उसने ख को दिया, $\frac{८}{९}$ ग को, और जो शेष बचा वह घ को; तो प्रत्येक को क्या मिला ?

(४) कुछ धन ३ मनुष्यों में बाँटा गया: पहले को उसका $\frac{१}{५}$ दिया गया, दूसरे को उसका $\frac{७}{१५}$ और १०० रु० जो बचे वह तीसरे को दिये गये; तो सम्पूर्ण धन कितना था ?

(५) क के पास २४० रु० हैं और यह उस धन का $३\frac{३}{४}$ गुना है; जो ख के पास है; तो ख के पास क्या है ?

(६) एक थैली में से कुल धन का $\frac{२}{५}$ निकालने के पश्चात् ज्ञात हुआ कि शेष का $\frac{२}{३}$, २०० रु० ७० पैं० है; तो थैली में कुल धन कितना था ?

(७) एक लकड़ी ३ भागों में बटी हुई है. पहला भाग कुल की लम्बाई का $\frac{१}{३}$ और दूसरा पहले का $\frac{३}{८}$ लम्बा है, और तीसरा भाग १ मीटर ३० सें० मी० लम्बा है; तो लकड़ी की कुल लम्बाई क्या है ?

(८) पाँच भाई मिलकर एक ऋण चुकाते हैं। सबसे बड़ा कुल का $\frac{१}{३}$ चुकाता है और शेष ऋण को दूसरे भाई समान भागों में चुकाते हैं। इस प्रकार प्रत्येक को बड़े भाई से ३६ रु० कम देने पड़ते हैं; तो कुल ऋण कितना है ?

(९) वह धन-संख्या बताओ जो ३६ रु० का वही भाग हो जो २२ मीटर, ३३ मीटर का है।

(१०) ३ रु० ५५ पैसे की कौनसी भिन्न १६ पैसे के $\frac{३\frac{१}{२}}{२\frac{१}{३}}$ के $(\frac{३}{४}+\frac{४}{३})$ में जोड़ी जाय कि योगफल १ रु० ९२ पैसे हो ?

(११) एक पीपे में २८५ लिटर शराब है: उसका कौनसा हिस्सा निकाल कि १० लिटर वाला बर्तन भर जावे ?

(१२) वह धन कौनसी सबसे बड़ी राशि है, जो ३ रु० १५ पैसे के $\frac{३}{३}$, १४ रु० ६० पैसे के $\frac{३}{४}$ और १ रु० ५ पैसे के $\frac{२}{५}$ में पूरी-पूरी बार मिश्रित है ?

(१३) वह धन की कौनसी सबसे छोटी राशि है जो १२० रु० के $\frac{७}{८}$, २५ रु० के $\frac{४}{५}$ और २४ रु० के $\frac{३}{४}$ से पूरी-पूरी बँट जाय ?

(१४) यदि एक धन की राशि में उसी का $\frac{१}{५}$ जोड़ दिया जाय, तो योगफल ७ रु० ३२ पै० होता है, वह धन-राशि क्या है ?

(१५) एक इकाई का $\frac{४}{५}$, पाँच इकाइयों का कौनसा भाग है ?

(१६) ३० मीटर लम्बी रस्सी में से $३\frac{१}{४}$ मीटर लम्बे इतने टुकड़े काटे गये जितने कट सके; तो बताओ कुल रस्सी का कौनसा भाग बच रहा।

सत्ताईसवाँ अध्याय

दशमलव भिन्न (आठवें अध्याय से आगे)

१३६। दशमलव भिन्न को समान सामान्य भिन्न के रूप में लाने की रीति।

उदाहरण। ·७१ और २·०१७ को सामान्य भिन्न के रूप में लिखो।

अनुच्छेद १३५ के अनुसार।

(१) ·७१ = ७१ ÷ १०० = $\frac{७१}{१००}$;

(२) २·०१७ = २०१७ ÷ १००० = $\frac{२०१७}{१०००}$;

वा २·०१७ = २ + ·०१७ = २ + १७ ÷ १००० = २$\frac{१७}{१०००}$ = $\frac{२०१७}{१०००}$।

इससे यह नियम सिद्ध होता है—दशमलव विन्दु को छोड़कर दी हुई संख्या को अंश बनाकर लिखो और दशमलव भिन्न में जितने अङ्क हों, १ पर उतने ही शून्य रख कर उसे हर बनालो।

१३७। सामान्य भिन्न को जिसका हर १० का कोई घात हो समान दशमलव भिन्न के रूप में लाने की रीति।

उदाहरण। $\frac{१२}{१०}$, $\frac{१२}{१००}$ और $\frac{१२}{१०००}$ को दशमलव भिन्न के रूप में लाओ।

(१) $\frac{१२}{१०}$ = १२ ÷ १० = १·२।

(२) $\frac{१२}{१००}$ = १२ ÷ १०० = ·१२।

(३) $\frac{१२}{१०००}$ = १२ ÷ १००० = ·०१२।

इससे यह नियम सिद्ध होता है—अंश को लो और हर में जितने शून्य हों, अंश में उतने ही अङ्कों के पीछे दाहिनी ओर से गिनकर दशमलव विन्दु रखो। यदि अंश के अङ्कों की संख्या हर के शून्यों की संख्या से कम हो, तो अंश के बाईं ओर में उतने ही शून्य बढ़ा लो जितने अङ्क कम हों।

प्रश्नमाला ९१

इनको सामान्य भिन्न के लघुत्तम रूप में लिखो—

(१) ·४। (२) ·८३। (३) ·०४।
(४) १·५। (५) ·०७४। (६) ·०१२५।
(७) ·००२५। (८) ·८७५। (९) २·८८।
(१०) ·७२५। (११) ४·००२५६। (१२) ७·२२५।
(१३) ·६२५। (१४) ·०६२५। (१५) १·११।
(१६) ·०००६८७५। (१७) ८१·०००५। (१८) ६·४३७५।
(१९) ५·००६६८७५। (२०) ७०·००००४।

इनको संयुक्त भिन्न के रूप में लिखो, परन्तु उनका भिन्न भाग लघुतम रूप में हो—

(२१) २·५। (२२) ७·२५। (२३) ८·१२५।
(२४) १·७५। (२५) २·०२५। (२६) ३·०५।

(२७) ९·०१२५ । (२८) ६·००७५ । (२९) ३·०००५ ।
(३०) ७·०६७५ । (३१) १२·२२५ । (३२) ११·१ ।
(३३) २·०००२१ । (३४) १·२२२१८७५ । (३५) १·०००८७२२५ ।
(३६) १२·०८०५६६४०६२५ ।

निम्नलिखित सामान्य भिन्नों को दशमलव रूप में लिखो—

(३७) $\frac{७}{१०}$ । (३८) $\frac{६०}{१००}$ । (३९) $\frac{१२०}{१०}$ । (४०) $\frac{२४०}{१००}$ ।
(४१) $\frac{३}{१०००}$ । (४२) $\frac{७२५०}{१००००००}$ । (४३) $\frac{३३६}{१००००}$ । (४४) $\frac{६००}{१००००}$ ।
(४५) $\frac{१२३४५}{१०००००}$ । (४६) $\frac{२०}{१००००}$ । (४७) $\frac{२०००३०}{१०००}$ । (४८) $\frac{१०००}{१०००००}$ ।
(४९) $\frac{१२५}{१००००}$ । (५०) $\frac{७६०}{१००००००}$ ।

१३८ । सामान्य भिन्न के अंश को हर से भाग देने से वह भिन्न दशमलव रूप में प्रकट की जाती है ।

उदाहरण । $\frac{५}{८}$ को दशमलव रूप में लाओ ।

क्रिया—८) ५·
·६२५, उत्तर ।

सूचना—निम्नलिखित फल उपयोगी हैं :—

$\frac{१}{२}$=·५; $\frac{१}{४}$=·२५; $\frac{३}{४}$=·७५; $\frac{१}{८}$=·१२५ ।

प्रश्नमाला ९२

इनको दशमलव में रूपान्तर करो—

(१) $\frac{१}{२}$ । (२) $\frac{१}{४}$ । (३) $\frac{३}{४}$ । (४) $\frac{१}{८}$ । (५) $\frac{३}{८}$ ।
(६) १$\frac{७}{१६}$ । (७) ३$\frac{३}{३२}$ । (८) ९$\frac{२१}{६४}$ । (९) ३$\frac{७}{२५}$ । (१०) $\frac{२०१}{७५}$ ।

इनको दशमलव में पाँच दशमलव अङ्कों तक रूपान्तर करो—

(११) $\frac{१}{३}$ । (१२) $\frac{१}{६}$ । (१३) $\frac{२}{७}$ । (१४) $\frac{३}{११}$ । (१५) $\frac{६}{१३}$ ।
(१६) १$\frac{४}{९}$ । (१७) ७$\frac{२}{११}$ । (१८) ८$\frac{७}{३१}$ । (१९) १०$\frac{१}{९९}$ । (२०) $\frac{७०१}{१३}$ ।

इनको दशमलव में चार दशमलव अङ्कों तक रूपान्तर करके मानानुसार क्रम से लिखो—

(२१) $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{४}{५}$ । (२२) $\frac{३}{११}$, $\frac{५}{१३}$, $\frac{७}{१४}$ । (२३) $\frac{११}{२०}$, $\frac{१६}{३०}$, $\frac{२१}{४०}$ ।
(२४) $\frac{५}{१६}$, $\frac{७}{३२}$, $\frac{३}{८}$ । (२५) $\frac{७}{२०}$, $\frac{११}{२५}$, $\frac{१३}{३०}$ । (२६) $\frac{३}{५}$, $\frac{५}{७}$, $\frac{७}{९}$ ।

इनको दशमलव में लाओ—

(२७) $\frac{४}{५}$ का ·०२७ । (२८) ·०२५ का ४$\frac{१}{३}$ ।
(२९) $\frac{१}{३}$ का $\frac{३}{४}$×८·३६ । (३०) $\frac{१}{५}$ का $\frac{१}{१०}$÷·०५ का २$\frac{१}{२}$ ।

१३९। दशमलवों का महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य।

दशमलवों का महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य निकालने के लिए, जहाँ आवश्यकता हो शून्य बढ़ालो, जिससे सम्पूर्ण दी हुई संख्याओं में दशमलव अङ्क बराबर हो जायँ, तत्पश्चात् पूर्णाङ्क संख्याओं की भाँति उनका महत्तम समापवर्त्तक वा लघुतम समापवर्त्य निकालो और प्राप्त फल में उतने ही अङ्कों को दशमलव अङ्क कर दो, जितने प्रत्येक दी हुई संख्या में दशमलव अङ्क हों।

उदाहरण। ३, १·२ और ·०६ का महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य निकालो।

दी हुई संख्या ३·००, १·२० और ·०६ के समान हैं।

३००, १२० और ६ का महत्तम समापवर्त्तक=६, इनका लघुतम समापवर्त्य=६००।

∴ इष्ट महत्तम समापवर्त्तक=·०६ और इष्ट लघुतम समापवर्त्य= ६·००=६।

प्रश्नमाला ६३

नीचे की संख्याओं का महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य निकालो :—

(१) ३·७५, ७·२५। (२) ७२·१२, ·०३। (३) ·०२, ·४, ·००८।

(४) १·२, ·२४, ६। (५) १·६, ·०४, ·००५। (६) २·४, ·३६, ७·२।

(७) ·०८, ·००२, ·०००१। (८) ३·९, ६·६, ८·२२। (९) ·६, ·०९, १·८।

(१०) ·१८, २·४, ६०। (११) २०, २·८, ·२५। (१२) १·५, ·२५, ·०७५।

अट्ठाईसवाँ अध्याय

आवर्त्ती दशमलव

१४०। सामान्य भिन्नों को दशमलव रूप में लाने की क्रिया में कभी-कभी ऐसा होता है कि भाग की क्रिया पूरी नहीं होती और भागफल के अन्त का अभाव होता है।

उदाहरण । $\frac{१९}{५५}$ को दशमलव रूप में लाओ ।

$$५५)\ \underline{१९\cdot००००००००}$$
$$\cdot३४५४५४५\ldots$$

१४१ । किसी मुख्य उदाहरण में पहले से ही बताया जा सकता है कि भाग की क्रिया पूरी होगी वा नहीं ।

दी हुई भिन्न को लघुतम रूप में करो; यदि हर के रूढ़ उत्पादक प्रत्येक २ वा ५ हों, तो भाग कार्य पूरा हो जायगा; अन्यथा नहीं, जैसे—

(१) $\frac{७}{३०}=(\frac{७}{२\times५\times३})$ से अन्त होनेवाला दशमलव प्राप्त होगा ।

(२) $\frac{७}{१२}=(\frac{७}{२\times२\times३})$ से अन्त न होनेवाला दशमलव प्राप्त होगा ।

प्रश्नमाला ६४

नीचे लिखी प्रत्येक अवस्था में बताओ कि दशमलव अन्त होने वाला निकलेगा वा नहीं—

(१) $\frac{१}{३}$ । (२) $\frac{३}{४}$ । (३) $\frac{७}{९}$ । (४) $\frac{२१}{२४}$ । (५) $\frac{७६}{१९}$ ।
(६) २$\frac{४६}{६३}$ । (७) $\frac{३३}{१२१}$ । (८) $\frac{१२}{१७०}$ । (९) $\frac{३४}{५१०}$ । (१०) $\frac{१०१}{१५५}$ ।
(११) ३$\frac{१६}{३२}$ । (१२) $\frac{६}{४५}$ । (१३) ७$\frac{१}{२}$ । (१४) $\frac{७२}{९६}$ । (१५) ११$\frac{१०}{१२}$ ।
(१६) १ और २० के बीच की वे संख्याएँ लिखो, जो भिन्नों के लघुतम रूप में हर होने से अन्त न होनेवाले दशमलव उत्पन्न करेंगी ।

१४२ । अन्त न होनेवाले दशमलवों में मुख्य अङ्क बार-बार अवश्य आते हैं ।

$\frac{५}{६}$ भिन्न पर ध्यान दो । भाग की क्रिया में शेषफल केवल १, २, ३, ४, ५ ही हो सकते हैं; इस कारण अधिक से अधिक पाँचवीं क्रिया के पश्चात् अवश्य वह ही शेषफल आवेगा जो पहले आ चुका है; इसलिए उस स्थान से शेषफलों का आवर्त्त अवश्य होगा और इसी कारण भागफल में भी अङ्कों का आवर्त्त होगा ।

उदाहरण १ । $\frac{२}{३}=\cdot६६६६६६६\ldots$ ।

उदाहरण २ । $\frac{१९}{५५}=\cdot३४५४५४५\ldots$ ।

सूचना—यह ध्यान रखना चाहिए कि ३ व ९ से भाग देने में (अनु० १४३ देखो) आवर्त्ती एक अङ्क का होता है; ११ से भाग देने में दो अङ्कों का, ७ वा १३ से भाग देने में छः अङ्कों का ।

१४३। दशमलव जिन में कुछ अङ्क बार-बार आते हैं, 'आवर्त्ती दशमलव' कहलाते हैं।

सूचना—वह दशमलव भिन्न जिनमें कुछ अङ्क बार-बार आते हैं; मिलकर 'परिवर्त्ती' वा 'आवर्त्त' कहलाते हैं; जैसे, ·६६६६...में परिवर्त्ती ६ है; ·३४५४५४५...में परिवर्त्ती ४५ हैं।

१४४। आवर्त्ती दशमलवों के लिखने में आवर्त्ती अङ्कों को एक बार लिखकर पहले और पिछले अङ्क के ऊपर एक-एक विन्दु रख देते हैं।

जैसे, ·६६६६६६६...को ·६̇ के द्वारा प्रकट करते हैं;

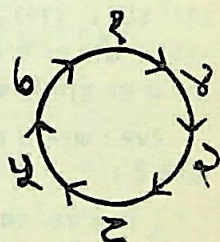
·३७३७३७...को ·३̇७̇ के द्वारा प्रकट करते हैं;

·३४५४५४५...को ·३४̇५̇ के द्वारा प्रकट करते हैं;

·३४५७६५७६...को ·३४̇५७६̇ के द्वारा प्रकट करते हैं।

'शुद्ध आवर्त्ती दशमलव' वह होता है, जिसमें दशमलव विन्दु के पश्चात् पहले ही अङ्क से परिवर्त्ती आरम्भ हो जाती है, जैसे, ·६̇, ·३̇७̇।

'मिश्र आवर्त्ती दशमलव' वह होता है, जिसमें परिवर्त्ती से पूर्व एक वा अधिक अङ्क होते हैं, जैसे, ·३४̇५̇, ३४̇५७६̇।

सूचना—विदित हो कि जो दशमलव ७ हर रखनेवाली भिन्नों के समान होते हैं, वे शुद्ध आवर्त्ती दशमलव होते हैं और उन सब में एक ही अङ्क १४२८५७ होते हैं। यदि ये अङ्क एक वृत्त में क्रम से लिखे जायँ, जैसा कि इस चित्र में है, तो इनसे वह दशमलव निकल सकते हैं, जो क्रम से $\frac{१}{७}$, $\frac{२}{७}$, $\frac{३}{७}$, $\frac{४}{७}$, $\frac{५}{७}$, $\frac{६}{७}$ के समान हैं; यदि हम क्रम से १, २, ४, ५, ७, ८ से आरम्भ करें और अन्य अङ्कों को क्रम से तीरों की ओर को लेते जायँ।

जैसे, $\frac{१}{७}$=·१̇४२८५७̇; $\frac{२}{७}$=२̇८५७१४̇; $\frac{३}{७}$=४̇२८५७१̇, इत्यादि।

प्रश्नमाला ९५

इनमें से प्रत्येक को आवर्त्ती दशमलव के रूप में लाओ—

(१) $\frac{१}{३}$। (२) $\frac{२}{९}$। (३) $\frac{५}{७}$। (४) $\frac{७}{६}$। (५) $\frac{१३}{११}$।

(६) $\frac{२०}{१३}$। (७) $\frac{७}{१५}$। (८) $\frac{१}{१११}$। (९) $\frac{५}{१८}$। (१०) ३$\frac{३}{१३}$।

(११) [illegible]। (१२) [illegible]। (१३) [illegible]। (१४) [illegible]। (१५) [illegible]।

(१६) $\frac{३०२}{३७}$ । (१७) $५\frac{३}{७}$ । (१८) $१०\frac{१}{१३}$ । (१९) $७\frac{२}{१५}$ । (२०) $\frac{६}{१४}$ ।
(२१) $\frac{५०६}{५०५}$ । (२२) $\frac{७२५}{५३}$ । (२३) $४\frac{९५}{५६}$ । (२४) $\frac{३५४२}{१०३५}$ । (२५) $५\frac{११}{११०}$ ।
(२६) २ ÷ ३ । (२७) ४६÷७ । (२८) १९÷२२ । (२९) ८÷६३ । (३०) ४४÷९ ।
(३१) $\frac{१}{६}$ । (३२) $\frac{१}{६६}$ । (३३) $\frac{१}{६६६}$ । (३४) $\frac{१}{६६६६}$ । (३५) $\frac{१}{६६६६६}$ ।
(३६) $८\frac{८}{७५}$ । (३७) $३\frac{२४}{१७५}$ । (३८) $\frac{१}{१७}$ । (३९) $\frac{४०}{११}$ । (४०) $\frac{२}{३३}$ ।
(४१) १·२÷·११ । (४२) १÷१०·०१ । (४३) ·३÷·१३ । (४४) $\frac{·२}{·०७}$ ।
(४५) $\frac{·०३}{·००११}$ । (४६) $२+\frac{·३}{१·१}$ । (४७) $७+\frac{२}{२·३}$ । (४८) $१+\frac{१·१}{·०७}$ ।
(४९) $३+\frac{४}{१·३}$ । (५०) $\frac{४\frac{१}{२}}{·००७}$ । (५१) $\frac{३·७}{४\frac{१}{५}}$ । (५२) $\frac{·००४}{५\frac{१}{२}}$ ।

१४५ । किसी दिये हुए आवर्त्ती दशमलव में बार-बार आने वाले अङ्कों में प्रथम अङ्क के पश्चात् किसी अङ्क से परिवर्त्ती आरम्भ हुई समझी जा सकती है ।

जैसे, ·३२७२७२७... = ·३२̇७̇ = ३२७̇२̇ = ·३२७२̇७̇ = इत्यादि ।

इसके सिवाय आवर्त्ती दशमलव की परिवर्त्ती के अङ्कों की गणना दूनी, तिगुनी...की· जा सकती है और दशमलव का मान न्यूनाधिक नहीं होता; जैसे, ·३२̇७̇ = ·३२̇७२७̇ = ·३२̇७२·७२७̇ = इत्यादि ।

१४६ । आवर्त्ती दशमलव परस्पर सदृश कहे जाते हैं, जब उनमें अनावर्त्ती अङ्कों की संख्या बराबर होती है और आवर्त्ती अङ्कों की संख्या भी बराबर होती है; जैसे, ·३̇ और ·६̇ परस्पर सदृश आवर्त्ती दशमलव हैं और इसी प्रकार ·३२̇७̇ और २·४५̇६̇ भी ।

१४७ । दो या अधिक दिए हुए आवर्त्ती दशमलव सर्वदा सदृश रूप में किये जा सकते हैं ।

२·३̇, ·२४̇५̇ और ·२५७̇६८̇ आवर्त्त दशमलवों को लो ।

इन संख्याओं में अनावर्त्ती अङ्कों की संख्या सबसे अधिक २ है और परिवर्त्तियों में अङ्कों की संख्या क्रम से १, २, ३ हैं, जिनका लघुतम समापवर्त्य ६ है । इसलिए दिये हुए आवर्त्ती दशमलव परस्पर सदृश किये जा सकते हैं, यदि प्रत्येक को आठ दशमलव अङ्क तक बढ़ा दिया जावे, जिनमें प्रथम के दो अङ्क अनावर्त्त और शेष ६ अङ्क आवर्त्त हों ।

जैसे— २·३̇ = २·३३३̇३३३३३̇;
·२४̇५̇ = ·२४५̇४५४५४̇;
·२५७̇६८̇ = ·२५७̇६८७६८̇ ।

प्रश्नमाला ६६

नीचे लिखे हुए प्रत्येक आवर्त्ती दशमलव में चौथे दशमलव अङ्क से परिवर्त्ती आरम्भ करो—

(१) ·२३̇४५̇ । (२) ·३४७̇६̇ । (३) ·६̇७̇ । (४) ·२३४̇५̇ ।

(५) ·००१̇२३̇ । (६) ·१२̇३४५̇ । (७) ·१̇२३४̇ । (८) ·१२̇३४५६̇ ।

(९) ·३४̇, ·२̇४̇ और ·२६̇७८̇ को ऐसे फैलाओ कि उनके परिवर्त्तियों में बराबर-बराबर अङ्क हो जायँ ।

(१०) ·१०̇२̇, ·१२̇३४̇ और ·३̇७६५̇ को इतना फैलाओ कि सब में बार-बार आनेवाले अङ्कों की गणना बराबर-बराबर हो जाय ।

निम्नलिखित आवर्त्ती दशमलवों को सदृश करो :—

(११) ·२३̇, ·७̇८̇ ।

(१२) ·३४̇५̇, ·७̇६̇, ·७२̇ ।

(१३) ·३०७̇, ·७̇६̇ ।

(१४) ·०७̇६̇, ·७̇, ·०००̇१२३̇ ।

(१५) ·२३८̇, ·१̇२३४̇, ·०२̇३̇ ।

(१६) ·३̇, ·७̇६̇, ·७̇२३०̇ ।

(१७) ·७̇, १२̇४̇, ·२४७̇२३̇ ।

(१८) ३·४̇, ·२६̇८̇, ·१̇२३̇ ।

(१९) ३·४०२̇, ·७८२̇३̇, ·३१̇ ।

(२०) ·४२̇३̇, ·७̇२̇, ·१२̇०३̇ ।

१४८ । आवर्त्ती दशमलव को सामान्य भिन्न में रूपान्तर करने की क्रिया—

उदाहरण १ । ·५̇ = ·५५५५५...

अब, ·५̇ का १० गुना = ५·५५५५...

और ·५̇ = ·५५५५...

घटाने से, ·५̇ का ९ गुना = ५;

∴ ·५̇ = $\frac{५}{९}$ ।

उदाहरण २ । ·२३४̇५̇ = २३४५४५४५...

अब, ·२३४̇५̇ का ·१०००० गुना = २३४५·४५४५...

अब ·२३४̇५̇ का १०० गुना = २३·४५४५...

घटाने से, ·२३४̇५̇ का ९९०० गुना = २३४५ − २३;

∴ ·२३४̇५̇ = $\frac{२३४५-२३}{९९००}$ ।

उदाहरण ३ । $३\cdot ६\dot{२} = ३\cdot ६२२२२२२\ldots$

अब, $३\cdot ६\dot{२}$ का १०० गुना $= ३६२\cdot २२२२\ldots$

और $३\cdot ६\dot{२}$ का १० गुना $= ३६\cdot २२२२\ldots$

घटाने से $३\cdot ६\dot{२}$ का ९० गुना $= ३६२ - ३६$;

$$\therefore ३\cdot ६\dot{२} = \frac{३६२ - ३६}{९०} ।$$

१४९ । इससे आवर्त्ती दशमलवों को सामान्य भिन्न में रूपान्तर करने का नीचे लिखा नियम सिद्ध होता है :—

अंश बनाने के लिए वह पूर्ण राशि लो, जो प्रथम परिवर्ती के अन्त तक के अङ्कों से बने और उसमें से वह पूर्ण राशि घटाओ, जो प्रथम परिवर्ती के पूर्व जो अङ्क हों, उनसे बने (यदि हों तो) और हर बनाने के लिए वह संख्या लो जिसमें इतने "नौ" के अङ्क हों, जितने की परिवर्ती में अङ्क हैं और उनके दाहिनी ओर इतने शून्य हों, जितने कि दशमलव विन्दु और परिवर्ती के बीच अङ्क हों ।

उदाहरण १ । $\cdot\dot{३}$ के समान सामान्य भिन्न बनाओ ।

क्रिया—$\cdot\dot{३} = \frac{३}{९} = \frac{१}{३}$, उत्तर ।

उदाहरण २ । $\cdot ४\dot{५}$ को सामान्य भिन्न में रूपान्तर करो ।

क्रिया—$\cdot ४\dot{५} = \frac{४५ - ४}{९०} = \frac{४१}{९०}$, उत्तर ।

उदाहरण ३ । $\cdot ०४\dot{७}\dot{६}$ को सामान्य भिन्न बनाओ ।

क्रिया—$\cdot ०४\dot{७}\dot{६} = \frac{४७६ - ४}{९९००} = \frac{४७२}{९९००} = \frac{११८}{२४७५}$, उत्तर ।

उदाहरण ४ । $\cdot ००\dot{२}७\dot{१}$ को सामान्य भिन्न के रूप में लिखो ।

क्रिया—$\cdot ००\dot{२}७\dot{१} = \frac{२७१}{९९९०००}$, उत्तर ।

उदाहरण ५ । $२\cdot ३\dot{७}$ की विषम भिन्न बनाओ ।

क्रिया—$२\cdot ३\dot{७} = \frac{२३७ - २३}{९०} = \frac{२१४}{९०} = \frac{१०७}{४५}$, उत्तर ।

उदाहरण ६ । $२\cdot ३\dot{७}$ की संयुक्त भिन्न बनाओ ।

क्रिया—$२\cdot ३\dot{७} = २ + \cdot ३\dot{७} = २ + \frac{३७ - ३}{९०} = २ + \frac{१७}{४५} = २\frac{१७}{४५}$, उत्तर ।

सूचना—इस नियम से यह विदित है कि $\cdot\dot{९} = \frac{९}{९} = १$; इसी प्रकार $\cdot ०\dot{९} = \cdot १$ और $\cdot ००\dot{९} = \cdot ०१$ और इसलिए $२\cdot\dot{९} = ३$, $२\cdot ३\dot{९} = २\cdot ४$, $२\cdot ३४५\dot{९} = २\cdot ३४६$; इत्यादि और $\cdot\dot{९}\dot{९} = १$, $\cdot\dot{९}९\dot{९} = १$, $\cdot २\dot{९}\dot{९} = \cdot ३$, इत्यादि ।

इसलिए जब आवर्ती भाग में केवल ९ का अङ्क हो, तो आवर्ती भाग को छोड़ देना चाहिए और पूर्व के अङ्क में एक बढ़ा देना चाहिए।

प्रश्नमाला ९७

नीचे लिखे आवर्ती दशमलवों को सबसे छोटी सामान्य भिन्न के रूप में लाओ :—

(१) ·६̇ । (२) ·१̇८̇ । (३) ·१̇४२८५७̇ । (४) ·७̇६९२३०̇ ।
(५) ·२७̇ । (६) ·२७२̇ । (७) ·३७̇८̇ । (८) ·०४̇२̇ ।
(९) ·००७̇८५̇ । (१०) ·००८२̇३̇ । (११) ·००१०६̇४̇ । (१२) ·०८̇१̇ ।
(१३) ३·०̇१३̇ । (१४) ३·४३̇२̇ । (१५) ७·०२̇८̇ । (१६) ३१·००७̇ ।
(१७) ·५९̇२५̇ । (१८) ·०५̇ । (१९) २·६̇१९०४७̇ । (२०) १०·२५६̇७̇ ।
(२१) ·००१२३̇ । (२२) ·०११३̇६̇ । (२३) ·००७̇२९̇ । (२४) ·३८१̇४८̇ ।
(२५) ·००६̇७५̇ । (२६) ·०२̇४̇ । (२७) ·०̇३७८̇ । (२८) ·०२२̇७३̇ ।
(२९) ·०००̇२५̇ । (३०) ·१०००̇१̇ । (३१) ३·००̇०७̇ । (३२) ·०२१̇७६̇ ।

इनको सबसे छोटी विषम भिन्न के रूप में लाओ—

(३३) ३·६̇ । (३४) ७·१̇८̇ । (३५) १·३४̇ । (३६) २·७६̇ ।
(३७) १·०७२̇ । (३८) ३·०३६̇ । (३९) १०·२७̇५̇ । (४०) ४·००̇८६̇ ।
(४१) ७·१२३̇०̇ । (४२) ७·६५̇३१̇ । (४३) २०·४६९̇००̇ । (४४) १४·०१̇३१̇ ।
(४५) १०·०२२̇७̇ । (४६) १३·९४२̇३०७६९̇ ।
(४७) ११·००१̇२००̇ । (४८) १००·००१̇००̇ ।

(४९) सिद्ध करो कि १/९ = ·१̇/१ = ·२̇/२ = ·३̇/३ = ·४̇/४ = ·५̇/५ = ·६̇/६ = ·७̇/७ = ·८̇/८ ।

(५०) सिद्ध करो कि १/११ = ·०̇९̇/१ = ·१̇८̇/२ = ·२̇७̇/३ = ·३̇६̇/४ = ·४̇५̇/५ = ·५̇४̇/६ ।

(५१) सिद्ध करो कि १/१३ = ·०̇७६९२३̇/१ = ·१̇५३८४६̇/२ = ·२̇३०७६९̇/३ = ·३̇०७६९२̇/४

(५२) सिद्ध करो कि ·१̇०१̇/१ = ·२̇०२̇/२ = ·३̇०३̇/३ = ·४̇०४̇/४ = ·५̇०५̇/५ ।

इनको अनावर्ती दशमलव भिन्न में लिखो—

(५३) ·०९̇ । (५४) ·३५७९̇ । (५५) १·६९̇ । (५६) ·०००९̇ ।
(५७) ·२९̇९̇ । (५८) ३·९̇९̇ । (५९) ३·९९̇९̇ । (६०) ९·९̇९९̇ ।

१५० । आवर्त्ती दशमलव का जोड़ और व्यवकलन ।

जोड़ने के नियम—दशमलवों को परस्पर सदृश करो, साधारण रीति से जोड़ो और योगफल के अन्त के अङ्क में वह अङ्क (यदि कोई हो) जोड़ दो, जो परिवर्त्ती के अङ्कों की प्रथम खड़ी पंक्ति में से हाथ लगा है ।

बाक़ी निकालने की भी यही रीति है । केवल इतना भेद है कि शेषफल के अन्त के अङ्क में से जोड़ने के बदले हाथ लगे हुए अङ्क को घटा देते हैं ।

उदाहरण १ । २·३७̇५̇, ·८१̇७३̇ और ४·३१ को जोड़ो ।

क्रिया—२·३७̇५̇ = २·३७̇५७५७५७̇
·८१̇७३̇ = ·८१७̇३१७३१̇
४·३१ = ४·३१

७·५०३०७४८८
१

७·५०३̇०७४८९̇, उत्तर ।

उदाहरण २ । ७·६३४̇ और ·८५̇२̇ को जोड़ो ।

क्रिया—७·६३४̇ = ७·६३४̇४̇
·८५̇२̇ = ·८५२̇५̇

८·४८ = ९̇९̇, उत्तर ।

उदाहरण ३ । ·७६८̇, ·०७̇ और १·०३̇ को जोड़ो ।

क्रिया— ·७६८̇ = ·७६ ८̇
·०७̇ = ·०७ ७̇
१·०३̇ = १·०३ ३̇

१·८७ ८
१

१·८७९̇ = १·८८, उत्तर ।

उदाहरण ४ । ·७८३̇७२̇ को ४·०७̇१̇ में से घटाओ ।

क्रिया—४·०७̇१̇ = ४·०७ १̇७१७१७̇
·७८३̇७२̇ = ·७८ ३̇७२३७२̇

३·२८ ७९९३४५
१

३·२८ ७९९३४४̇, उत्तर ।

उदाहरण ५ । ६·७४५̇ में से ·८६̇२̇ को घटाओ ।

क्रिया—६·७४५̇=६·७४ ५̇५̇
·८६̇२̇= ·८६ २̇६̇
५·८८२̇९̇, उत्तर ।

प्रश्नमाला ९८

नीचे लिखे उदाहरण में उचित क्रिया करो—

(१) ३·७६̇=·०२̇ । (२) ८८̇९̇+·००३̇ ।
(३) १·०४̇+२·०३̇+८·०१७̇ । (४) ३·०७२̇+३·४+·०१̇२३̇ ।
(५) ३·४५+·६̇+·७१̇२̇ । (६) ·०३१२+·०२३̇१̇+·९̇७६̇ ।
(७) २·८२̇+·०३̇४̇+·००१̇४̇ । (८) ८·३१̇+·६̇+·००२̇ ।
(९) १०·०१̇+·०००५̇+·३̇ । (१०) ७·३९२+·३७̇+·२३̇२̇ ।
(११) ·००७̇+·८̇२̇+·०१̇२३̇ । (१२) १·१२३̇+३·७̇६̇+·४̇५७६̇ ।
(१३) १·३०१०३+९·७̇+८·०९̇३४̇ । (१४) ·००३̇+·००̇३̇+·०̇०३̇ ।
(१५) १·३̇+·०२̇३̇+·१̇२३४̇+९·७̇ । (१६) ·००४+·३̇७̇+·२̇३४̇+१·१̇ ।
(१७) ७·३१२̇३४७६̇+१·६८७̇६५२३̇ । (१८) ·७̇४̇+६·००१̇+२·१२३४̇ ।
(१९) ७२+३·०१̇२३̇+·००१̇२३४̇ । (२०) १·३४̇५६३̇+२·६̇५४३̇ ।
(२१) ३·१̇३३७̇+७·०३̇२̇×·०७̇+१·३४५+·००७̇९̇ ।
(२२) १·३७̇६̇+·२३७̇०२̇+·०००१+·६̇+·३̇७̇ ।
(२३) ४·०३̇४५̇+७·२३४+८१+·०४̇६६७̇+·०३̇+·१̇२̇ ।
(२४) ३·७६̇—·००७̇२̇ । (२५) ४·१३̇०२̇—१·०५̇२̇ । (२६) ·४̇३२५̇—·०३७̇६४ ।
(२७) २—·७̇६̇—·३̇२१̇ । (२८) ३·४६—·०७२३̇४̇ । (२९) ३·४७̇६८̇—१·००४ ।
(३०) ७—·२३४̇७६̇ । (३१) ·९—·००८̇९̇ । (३२) ९·४६८̇—३·१२३ ।
(३३) २·४̇६७९̇—·००३̇४५̇ । (३४) १—·१̇०२̇—·४६̇ ।
(३५) ३·८९̇७२̇—·००३̇४̇ । (३६) ·७̇२८४̇—·०१̇२३̇ ।
(३७) ३·७̇६̇—·१̇२३४५̇ । (३८) ·१२̇३४५̇—·०००३̇७̇ ।
(३९) ७८९·०७३̇८̇—१८·०००३२̇५६̇ । (४०) ३०—·३७६९̇८०३४̇ ।

१५१ । आवर्त्ती दशमलव का गुणन और भाग ।

नियम—दशमलवों को सामान्य भिन्न के रूप में लाओ और सामान्य भिन्न की रीति के अनुसार गुणनफल तथा भागफल निकालो और उसको फिर सामान्य दशमलव के रूप में करलो; परन्तु भाग करने

में यदि भाजक और भाज्य दोनों आवर्त्ती दशमलव हों; तो वह उपयोगी होगा कि सामान्य भिन्न में रूपान्तर करने से पूर्व दशमलवों को परस्पर सदृश कर लिया जावे।

उदाहरण १। $\cdot\dot{०}\dot{९}$ को $७\cdot\dot{३}$ से गुणा करो।

क्रिया— $\cdot\dot{०}\dot{९} \times ७\cdot\dot{३} = \frac{९}{९९} \times \frac{७३-७}{९} = \frac{१}{११} \times \frac{२२}{३} = \frac{२}{३} = \cdot\dot{६}$, उत्तर।

उदाहरण २। $\cdot\dot{६}$ को $\cdot७५$ से भाग दो।

$\cdot\dot{६} \div \cdot७५ = \frac{६}{९} \div \frac{७५}{१००} = \frac{२}{३} \times \frac{४}{३} = \frac{८}{९} = \cdot\dot{८}$, उत्तर।

उदाहरण ३। $\cdot७\dot{३}\dot{२}$ को $\cdot०२\dot{७}$ से भाग दो।

$\cdot७\dot{३}\dot{२} \div \cdot०२\dot{७} = \cdot७\dot{३}२\dot{३} \div \cdot०२\dot{७}\dot{७} = \frac{७३२५०}{९९९००} \div \frac{२७५}{९९००}$

$= \frac{७२५०}{२७५} = \frac{२९०}{११} = २६\cdot\dot{३}\dot{६}$, उत्तर।

प्रश्नमाला ९९

इनका मान बताओ—

(१) $\cdot०\dot{३} \times \cdot०\dot{६}$। (२) $४\cdot\dot{८} \times \cdot\dot{२}\dot{४}$। (३) $\cdot\dot{२}\dot{७} \times ४\cdot\dot{९}\dot{०}$।

(४) $\cdot\dot{१}\dot{२} \times १\cdot\dot{३}$। (५) $२\cdot\dot{४} \times \cdot०\dot{४}$। (६) $७\cdot\dot{६} \times ६\cdot\dot{७}$।

(७) $\cdot\dot{३} \div \cdot\dot{६}$। (८) $\cdot३\dot{४} \div \cdot००\dot{३}\dot{२}$। (९) $८\cdot०\dot{२} \div \cdot००\dot{३}\dot{४}$।

(१०) $\cdot३\dot{४}५\dot{६} \div \cdot२२\dot{७}\dot{६}$। (११) $३\cdot९\dot{२} \div १\cdot४०\dot{३}$। (१२) $\cdot\dot{१}४२८५\dot{७} \div \cdot\dot{१}\dot{८}$।

(१३) $\cdot०\dot{८}\dot{१} \div \cdot\dot{३}४\dot{६}$। (१४) $\cdot०\dot{२}३\dot{४} \div \cdot\dot{२}\dot{८}$। (१५) $\cdot३\dot{१}२\dot{३} \div \cdot\dot{०}०४\dot{५}$।

१५२। मिश्र भिन्न जिनमें दशमलव हों।

उदाहरण। $\frac{\cdot\dot{३} \text{ का } \frac{५}{९}}{\cdot\dot{५} \times \cdot\dot{१}} + \frac{\cdot३\dot{५}}{\cdot०\dot{८}}$ को सरल करो।

$$\frac{\cdot\dot{३} \text{ का } \frac{५}{९}}{\cdot\dot{५} \times \cdot\dot{१}} + \frac{\cdot३\dot{५}}{\cdot०\dot{८}} = \frac{\frac{१}{३} \times \frac{५}{९}}{\frac{५}{९} \times \frac{१}{९}} + \frac{\frac{३२}{९०}}{\frac{८}{९०}} = \frac{१}{३} \times \frac{५}{९} \times \frac{९}{५} \times \frac{९}{१} + \frac{३२}{९०} \times \frac{९०}{८}$$

$= ५ + ४ = ९$, उत्तर।

प्रश्नमाला १००

सरल करके प्रत्येक का उत्तर दशमलवों में दो—

(१) $\frac{\cdot००७५ \times २\cdot१}{\cdot०१७५}$। (२) $\frac{४\cdot२५५ + \cdot००६४}{\cdot०००३२}$। (३) $\frac{\cdot००\dot{३} \times \cdot०५}{\cdot००२२}$।

(४) $\dfrac{\text{६·२७}\times\text{०·५}}{(\frac{\text{१}}{\text{३}}\text{ का }\frac{\text{३}}{\text{४}})\times\text{८·३६}}\div\dfrac{(\frac{\text{१}}{\text{४}}\text{ का }\frac{\text{१}}{\text{१०}})\times(\text{·७५ का २१·}\dot{\text{३}})}{(\frac{\text{१}}{\text{३}}\text{ का }\frac{\text{५}}{\text{६}})+\text{१·}\dot{\text{४}}}$ ।

(५) $\dfrac{\text{४·}\dot{\text{२}}-\text{३·१}\dot{\text{४}}}{\text{१·३}+\text{२·}\dot{\text{१}}\text{०}\dot{\text{२}}}\text{ का }\dfrac{\text{१·३ का ४}}{\text{·३७ का ८·}\dot{\text{८}}\dot{\text{१}}}$ । (६) $\dfrac{\text{१·८}\dot{\text{३}}+\text{२·०४१}\dot{\text{६}}+\text{·}\dot{\text{३}}-\text{३}\frac{\text{१}}{\text{३}}}{\text{१·००२५}+\text{·०६२५}-\text{१}\frac{\text{१}}{\text{१६}}}$ ।

(७) $\dfrac{\text{·१२ का (·०१०४}-\text{·००२)}+\text{·३६}\times\text{·००२}}{\text{·१२}\times\text{·१२}}$ ।

(८) $\dfrac{\text{३·१२५}}{\text{२·१६}}\text{ का }\dfrac{\text{·२}\dot{\text{४}}}{\text{·१२५}}\div\dfrac{\text{२·}\dot{\text{२}}}{\text{१·५}}\text{ का }\dfrac{\text{१८७·५}}{\text{३·४२}}$ ।

(९) $\left\{\text{३७}+\dfrac{\text{३·७०}\dot{\text{३}}\dot{\text{७}}}{\text{१००}}\right\}+\text{·५४}$ । (१०) $\dfrac{\frac{\text{५}}{\text{६}}\text{ का }\frac{\text{१८}}{\text{२५}}+\frac{\text{१}}{\text{७}}\times\text{२·}\dot{\text{३}}}{\text{३}-(\frac{\text{३}}{\text{५}}+\frac{\text{७}}{\text{१०}})\div\text{२·}\dot{\text{३}}\dot{\text{६}}}$ ।

(११) $\dfrac{\text{·१}\times\text{·१}\times\text{·१}+\text{·०१}\times\text{·०१}\times\text{·०१}}{\text{·२}\times\text{·२}\times\text{·२}+\text{·०२}\times\text{·०२}\times\text{·०२}}$ । (१२) $\dfrac{\text{·०४४}\times\text{२·१}}{\text{·००००३५}}\div\dfrac{\text{३·}\dot{\text{०}}\text{७६९२}\dot{\text{३}}}{\text{२·}\dot{\text{३}}\times\text{५·}\dot{\text{६}}}$ ।

(१३) $\dfrac{\text{२·८ का २·}\dot{\text{२}}\dot{\text{७}}}{\text{१·}\dot{\text{३}}\dot{\text{६}}}+\left\{\dfrac{\text{४·}\dot{\text{४}}-\text{२·८}\dot{\text{३}}}{\text{१·}\dot{\text{३}}+\text{२·६२}\dot{\text{९}}}\text{ का ८·२}\right\}$ ।

(१४) $\dfrac{\text{·१७५}-\text{११६ का }\dfrac{\text{१}\frac{\text{१}}{\text{५}}}{\text{३}\frac{\text{१}}{\text{२}}}}{\text{·०८३ का }\dfrac{\text{१}\frac{\text{५}}{\text{७}}}{\text{२}\frac{\text{६}}{\text{७}}}+\text{·५५}}$ । (१५) $\dfrac{\text{·}\dot{\text{०}}\text{७६९२}\dot{\text{३}}}{\text{·}\dot{\text{३}}\dot{\text{७}}}\times\dfrac{\text{९९९}}{\text{·}\dot{\text{२}}\dot{\text{७}}}\times\dfrac{\text{·८०१}}{\text{१११}}\times\dfrac{\text{१३}}{\text{·}\dot{\text{०}}\text{०}\dot{\text{९}}}$ ।

(१६) $\dfrac{\text{९·}\dot{\text{६}}}{\text{३·३}}\times\dfrac{\text{१४·०२}\dot{\text{३}}}{\text{·९}}\times\text{१}\frac{\text{१}}{\text{३९}}\times\text{·}\dot{\text{३}}\times\text{१·}\dot{\text{७}}\text{४}\dot{\text{१}}\div\text{·}\dot{\text{०}}\text{०}\dot{\text{६}}\times\text{४}\frac{\text{३०}}{\text{२०७}}$ ।

उन्तीसवाँ अध्याय

दशमलव का रूपान्तर

१५३ । उदाहरण १ । ३·४ रु० को पैसे में रूपान्तर करो ।

क्रिया—
$$\begin{array}{r}\text{३·४ रु०}\\ \text{१००}\\ \hline \text{३४० पैसे}\end{array}$$

उदाहरण २ । ५ रु० का ·५२२ में कितने रुपये, पैसे हैं ?

क्रिया—
$$\begin{array}{r}\text{·५२२}\\ \text{५}\\ \hline \text{२·६१०़ रु०}\end{array}$$

∴ ५ रु० का ·५२२ = २ रु० ६१ पैसे ।

उदाहरण ३। १६ रु० ५० पैसे का ·२३̇ का मान बताओ।

क्रिया—१६ रु० ५० पैसे का ·२३̇ = १६ रु० ५० पैसे का $\frac{७}{३०}$, इत्यादि।

प्रश्नमाला १०१

रूपान्तर करो—

(१) ७·१५ रु० को पैसे में। (२) १ रु० का ·०२५ को पैसे में।

(३) ८ रु० का ·०३१२५ को पैसे में।

(४) ·८९५ किलो ग्राम को ग्रामों में। (५) ३·९८५ मीटर को सें० मी० में।

इनको मिश्र राशि में लिखो—

(६) ७·३२५ रु०। (७) २·०२ रु०।

(८) १५ रु० का २·५७२। (९) १३·५ रु० का ·०६।

(१०) ९·२ रु० का ३·७२५। (११) १२ मीटर का ·०३२।

(१२) ·२३४ किलो ग्राम।

इनका मान बताओ—

(१३) २ रु० ४४ पै० का ·६२५। (१४) १५० रु० का ·७२५।

(१५) १४ रु० ६० पै० × १·३५। (१६) १० रु० ६० पै० का ·६।

(१७) ३ रु० का ३·९। (१८) ३५·५ रु० का ·०७२।

(१९) २ किलो ग्राम ४१ ग्राम × ३·२४। (२०) ४ किलो ग्राम ८८० ग्राम × ·६५।

(२१) १ दिन ३ घं० ३ मि० ७ से० × ·८२५। (२२) २ रु० २५ पै० का ६·४̇।

(२३) १ रु० २० पै० ÷ ·०६̇। (२४) ६ रु० ३३ पै० ÷ ·४२२।

(२५) १२ रु० ४८ पै० का ११·१३७५ − १४ रु० ४० पै० का ·५६।

(२६) ४ रु० ८० पै० का ·८३̇ + ९ रु० का ·६ + ५ रु० का २·०५।

(२७) १७ रु० २८ पै० का ·३७५ + १ रु० २० पै० का ·८३̇ − ६ पै० का ·६̇।

(२८) ४९९ रु० ५० पै० का ·०१६̇ + २६ रु० ६४ पै० का ·३̇५१̇ + १५ रु० १५ पै० का १·००̇०३३̇।

इनको मानानुसार क्रम से लिखो—

(२९) ३५७ रु० का $\frac{११}{१३}$, १६१० रु० का ·०२५, ८८ रु० का ·२२̇।

(३०) २४० रु० का ·००३४̇, १२ रु० का ·२५६, १ रु० का ३$\frac{१}{१२}$।

(३१) वह कौनसी राशि है, जिसका ·७५, ६ रु० ८६ पै० है ?

(३२) किसी धन के ·७२ का $\frac{१}{५}$ = ४२ पै० है, तो उस धन का ·०३̇ क्या है ?

(३३) ४ रु० ५० पै० का $\dfrac{\cdot१४७\times४\cdot\dot{४}}{११\cdot१}$ का $\dfrac{\cdot३}{\cdot\dot{७}३\dot{५}}$ का $\dfrac{३\cdot\dot{३}}{\cdot०८}$ का $\cdot४२\dot{६}$ को सरल करो।

(३४) १·५ किलो ग्राम का $\cdot\dot{०}\dot{६}$ + २·२५ किलो ग्राम का $\cdot\dot{२}\dot{७}$ + ७·७५ किलो ग्राम का $\cdot\dot{६}\dot{३}$ + ·७ किलो ग्राम का $\cdot\dot{४}\dot{५}$ का मान बताओ।

१५४। नीचे के उदाहरणों से इसकी उलटी क्रिया विदित होती है।

उदाहरण। १००० पै० को रुपयों के रूप में लाओ।

$$१००० \text{ पै०} = \tfrac{१०००}{१००} \text{ रु०} = १० \text{ रु०} ।$$

उदाहरण। २ रु० ३४ पै० का $\cdot\dot{३}$ को ५८ पै० के दशमलव के रूप में लाओ।

$$\text{इष्ट दशमलव} = \frac{२ \text{ रु० } ३४ \text{ पै० का } \cdot\dot{३}}{५८ \text{ पै०}} = \frac{२३४\times\frac{१}{३}}{५८}$$

$$= \frac{२३४}{५८\times३} = \frac{३९}{२९} = १\cdot३४४८... ।$$

प्रश्नमाला १०२

रूपान्तर करो—

(१) ३३३३ पै० को रुपयों में। (२) १०००० ग्राम को किलो ग्राम में।

(३) ९०००० सें० मी० को किलो मीटर में। (४) ६६६६६६ सेकण्डों को दिनों में।

नीचे लिखे हुओं में से प्रत्येक को उसमें की सबसे उच्च श्रेणी के दशमलवों में लिखो :—

(५) ७ रु० ७५ पै०। (६) ८ रु० ५० पै०।

(७) १ किलो ग्राम १५ ग्राम। (८) ५ मीटर ४ सें० मी०।

(९) ७ दिन ५$\frac{३}{४}$ घण्टा। (१०) ७ डिगरी २ मिनट २० सेकण्ड।

नीचे के उदाहरणों में दो दी हुई राशियों में से प्रथम को दूसरी के दशमलव में लाओ :—

(११) ३ रु० २५ पै०; ५ रु०।

(१२) १ रु० १२ पै०; १ रु० ३५ पै०।

(१३) १४ रु० ६२ पै०; २३ रु० ५६ पै०।

(१४) ८० पै०; १ रु० ८७ पै०।

(१६) ६ रु० ८४ पैसे का $\frac{७}{८}$; ५ रु० ७६ पैसे।

(१७) २० रु० ५० पैसे का ·३७५; ७ रु० ३५ पैसे।

(१८) १ रु० १६ पैसे, ६ रु० २४ पैसे का ·३८̇।

(१९) ४० पैसे का ·२५; ५६७६ पैसे का ·०६̇।

(२०) ·०५ रु० $\frac{३}{८}$ + २५ पैसे का $\frac{७}{१०}$ + १ रु० का $\frac{३}{५}$ को $\frac{२१}{३०}$ रुपये के दशमलव में परिवर्त्तन करो।

(२१) ६ रु० ८४ पै० की कौनसी दशमलव भिन्न ६६ पै० के ·०७̇५̇ में जोड़ी जाय कि योगफल १२ पै० हो।

विविध प्रश्नमाला १०३

(१) ·०२०७३ में प्रत्येक संख्या ज्ञापक अङ्क का स्थानीय मान बताओ।

(२) २·७̇६̇ और २·७६ के अन्तर को—[१] आवर्त्ती दशमलव के रूप में, [२] सामान्य भिन्न के रूप में प्रकाशित करो।

(३) $\frac{१}{३}(३\frac{१}{३}+२\frac{२}{३}-४)$ को दशमलव और ·६ + $\frac{२}{११}$ का ·०२५ + ३·०६̇ को सामान्य भिन्न के रूप में लाओ।

(४) $\frac{३}{३५}$ का २·३५ ÷ १००० को दशमलव में परिवर्त्तन करो।

(५) वह कौनसी सबसे छोटी संख्या है, जो यदि २·३६ और ३·००२ के योगफल में से घटाई जाय तो शेष पूर्णाङ्क रहे?

(६) ३२१ मीटर कपड़े का मोल ११·२५ रु० मीटर की दर से क्या होगा?

(७) यदि एक बोरी तोल में १३·७५ किलो ग्राम हो, तो ३२४ बोरियों का क्या बोझ होगा?

(८) ३$\frac{५}{८}$ को किस दशमलव से भाग देने से भागफल ७·५ होगा?

(९) ७२० रु० कितने का ·०८ है?

(१०) यदि भाजक २·३६ हो और भागफल भाजक का ·१२५ हो, तो भाज्य क्या होगा?

(११) ६४·०९ को ४९·३ से भाग दो और भाजक, भाज्य और भागफल को क्रम से मानानुसार लिखो।

(१२) यदि एक पैसे का व्यास १·५ सें० मी० हो, तो २२ किलो मीटर ८०९ मीटर ६० सें० मी० के अन्तर पर है, कितने पैसे एक सीधी रेखा में एक दूसरे से मिलाकर रखे जायेंगे?

(१३) ६०००० किलो मीटर की दूरी में २·७५ मीटर घेरे का पहिया कितने

(१४) एक बरतन में ३·२५६ लिटर आते हैं; ९६ लिटर के पीपे में से वह कितनी बार पूरा भरा जा सकता है? क्या कुछ शेष बच रहेगा?

(१५) ६५·२३ में से ३·०१ कितनी बार घटाया जा सकता है और शेष क्या रहेगा?

(१६) $\frac{३}{८}$, $\frac{२\frac{१}{३}+१\cdot५}{८\cdot७५}$ और $\frac{२\frac{१}{१}\frac{१}{२}}{\cdot६}$ के संलग्न गुणनफल को दशमलव रूप में करो।

(१७) १०२ रु० ५० पै० प्रति एकर की दर से ३२·२५ एकर का क्या लगान होगा?

(१८) यदि ·०६४ और एक दूसरी संख्या के गुणनफल को ·००००८ से भाग देने से भागफल ३४०४ हो, तो वह संख्या क्या है?

(१९) २१९ पन्ने की एक पुस्तक १·३४ सें० मीटर मोटी है; यदि ·०६ सें० मी० पट्ठ के वास्ते छोड़ दिया जाय; तो प्रत्येक पन्ने की मोटाई पाँच दशमलव अङ्क तक निकालो।

(२०) एक बेलन, जिसका घेरा ४·०३ मीटर है, मैदान के एक किनारे से दूसरे किनारे तक लुढ़कने में ३४·०४ चक्कर करता है; तो मैदान की लम्बाई क्या है?

(२१) २ मीटर लम्बी लकड़ी में से ·०६३ सें० मी० लम्बे कितने टुकड़े काटे जा सकते हैं और बची हुई लकड़ी की लम्बाई क्या होगी?

(२२) वह कौनसी दशमलव है, जिसमें और $\frac{१७}{६१}$ में $\frac{१}{१००००}$ से कम का अन्तर है?

(२३) ९·०३६ को इतने ही से दो पंक्तियों में गुणा करो।

(२४) ३७·०५६ को १२·१०४११ से तीन पंक्तियों में गुणा करो।

(२५) यदि एक वस्तु का मोल २·३७५ रु० हो, तो उन वस्तुओं की वह कौनसी सबसे छोटी संख्या है, जो रुपये की पूर्ण संख्या से मोल ली जा सकती है?

(२६) क ने एक काम का ·०२५ किया और ख ने उसका ·८२५; तो कितना काम करने को बच रहा?

(२७) एक लड़के ने अपने पास के रुपये का ·८ एक साथी को दे दिया और शेष का ·८ दूसरे को और ... उसके पास बच रहे,

(२८) एक मनुष्य को एक जायदाद के $·३\dot{८}$ का $·०\dot{३}$ मिला और अपने बाँट का $·\dot{३}$ उसने ६५० रुपये को बेच डाला; इसी दर से कुल जायदाद का क्या मोल होगा ?

(२९) क की अवस्था ख की अवस्था से ·७५ गुनी है, ग की अवस्था ख की अवस्था से $·७\dot{५}$ गुनी है और की अवस्था १५ वर्ष की है; तो ग की अवस्था क्या है ?

(३०) ४ घण्टे जो क्रम से १·३, १·४, १·५ और १·६ सेकण्ड के अन्तर से बजते हैं, एक साथ बजना आरम्भ हुए; तो कितनी देर पश्चात् वह फिर एक साथ बजेंगे ?

(३१) ५० रु० को ऐसे दो भागों में बाँटो कि एक भाग दूसरे का $·\dot{६}$ हो।

(३२) ५२ रु० को क, ख और ग में इस प्रकार विभाग करो कि ख को क का $·\dot{३}$ मिले और ग को ख का $·\dot{३}$ मिले।

(३३) $\frac{८\frac{११}{१२}}{\frac{७}{८}\text{का}२·२५}$ का $\frac{·१६२५}{\frac{१}{१५}\text{का}५\frac{४}{७}}\div\left(\frac{२}{२१}+\frac{७}{८१}\right)$ को $\left\{३७+\frac{३·७\dot{०}३\dot{७}}{१००}\right\}$ के ·५४ की भिन्न के रूप में लाओ।

तीसवाँ अध्याय

दशमलव की संक्षिप्त क्रिया

१५५। किसी दी हुई संख्या के समान ठीक दशमलव का प्राप्त करना बहुधा करके कठिन होता है और सर्वदा सम्भव भी नहीं होता। ऐसी अवस्था में दशमलव की थोड़े अंकों तक निकालकर पश्चात् विन्दुओं (...) द्वारा यह प्रकट कर देते हैं कि कार्य अभी समाप्त नहीं हुआ; जैसे, $\frac{२२}{२३}$ $=·९५६\dot{५}२...$। यदि किसी मुख्य स्थान पर कार्य को पूरा करके शुद्धफल के निकटतम का फल लेना चाहें, तो अन्त के उस अङ्क में जो रखा जाय १ जोड़ देना चाहिये, यदि छोड़े हुए अङ्कों में पहला अङ्क ५ वा ५ से अधिक हो; जैसे, $\frac{२२}{२३}=·९५७$ जो तीन दशमलव अङ्क तक शुद्ध है, वा $\frac{२२}{२३}=·९५६५$ जो चार दशमलव अङ्कों तक शुद्ध है।

सूचना १—यह सुगमता से समझ में आ जायगा कि ·९५७ और ·९५६५२...का अन्तर, ·९५६५२...और ·९५६ के अन्तर से कम है। इसलिए ·९५६५२...को ·९५६ की अपेक्षा ·९५७ से प्रकट करना अधिक शुद्ध है। यह

बात ध्यान में रखनी चाहिए कि निकटतम फल वास्तविक फल से उस समय कम होता है, जबकि छोड़ा हुआ अङ्क ५ से कम हो; परन्तु उस समय अधिक होता है, जबकि छोड़ा हुआ अङ्क ५ से बड़ा हो।

सूचना २—कल्पना करो कि ·३६ दो दशमलव स्थान तक शुद्ध दिया हुआ है। यह दशमलव के यथार्थ मूल्य से उस दशमलव के योग वा अन्तर से प्राप्त हुआ है जो अधिक से अधिक ·००५ हो, परन्तु इससे अधिक न हो; अतएव ·३६ को दशमलव मानने की अशुद्धता + ·००५ और − ·००५ के अन्तर्गत है, अर्थात् वह अशुद्धता + ·००५ से अधिक और − ·००५ से न्यून नहीं है, अर्थात् अशुद्धता + ·००५ और − ·००५ ही के अन्तर्गत हो सकती है; इसलिए दो स्थान तक ठीक-ठीक दशमलव की अशुद्धियों की सीमा ± ·००५ है। इसी प्रकार तीन स्थान तक ठीक दशमलव की अशुद्ध सीमा ± ·०००५ और इसी प्रकार।

सूचना ३—कभी-कभी यथार्थ निकटतम मान संख्या-ज्ञापक अङ्कों की किसी विशेष संख्या तक प्रकट किये जाते हैं; जैसे, ३४६२७१ पाँच अङ्क शुद्ध स्थानों तक = ३४६२७०; चार आवश्यकीय शुद्ध स्थानों तक = ३४६३००; ७·९२८४ चार आवश्यकीय शुद्ध स्थानों तक = ७·९२८; तीन आवश्यकीय शुद्ध स्थानों तक = ७·९३; दो आवश्यकीय शुद्ध स्थानों तक = ७·९ और एक आवश्यकीय शुद्ध स्थान तक = ८; ४·००९२३ चार आवश्यकीय शुद्ध स्थानों तक = ४·००९ व तीन आवश्यकीय शुद्ध स्थानों तक = ४·०१ और दो आवश्यकीय शुद्ध स्थानों तक = ४·० या ४; ·००५२९३ तीन आवश्यकीय शुद्ध स्थानों तक = ·००५२९ वा दो आवश्यकीय शुद्ध स्थानों तक = ·००५३ और एक आवश्यकीय शुद्ध स्थान तक = ·००५।

१५६। संक्षिप्त जोड़ और व्यवकलन।

उदाहरण १। ·२३६७, ·३१७८ और १·६२ को चार दशमलव अङ्क तक शुद्ध जोड़ो।

प्रत्येक दशमलव को ७ अङ्कों तक रखकर योगफल को पाँच अङ्कों तक निकालो। इष्टफल पाँचवें स्थान के अङ्कों को छोड़ देने से प्राप्त होगा।

```
 ·२३६७|६७६
 ·३१७८|१७८
१·६२  |
------
२·१७४५|८... = २·१७४६, उत्तर।
```

उदाहरण २। ·६३२१̇ और ·००८̇ का अन्तर पाँच दशमलव अङ्क तक शुद्ध निकालो।

क्रिया—

·६३२१३ | २१३
·००८८८ | ८८८
·६२३२४ | ३... = ·६२३२४, उत्तर।

उदाहरण ३। ७२·६̇५̇, ८·७६̇६८̇ और ४·०२ को चार अङ्क शुद्ध दशमलव तक जोड़ो।

क्रिया—

७२·६५६५ | ६५६
८·७६६८ | ६६८
४·०२ |
८५·४७३४ | ६... = ८५·४७३५, उत्तर।

उदाहरण ४। $१ + \frac{१}{१\times२} + \frac{१}{१\times२\times३} + \ldots$ का मूल्य दशमलव के तीन शुद्ध स्थान तक निकालो।

$$१ = १ = १·०००|०००$$
$$\therefore \frac{१}{१\times२} = \frac{१}{२} = ·५००|०००$$
$$\therefore \frac{१}{१\times२\times३} = \frac{·५}{३} = ·१६६|६६६$$
$$\therefore \frac{१}{१\times२\times३\times४} = \frac{·१६६६६६}{४} = ·०४१|६६६$$
$$\therefore \frac{१}{१\times२\times३\times४\times५} = \frac{·०४१६६६}{५} = ·००८|३३३$$
$$\therefore \frac{१}{१\times२\times३\times४\times५\times६} = \frac{·००८३३३}{६} = ·००१|३८८$$
$$\therefore \frac{१}{१\times२\times३\times४\times५\times६\times७} = \frac{·००१३८८}{७} = ·०००|१९८$$
$$\therefore \frac{१}{१\times२\times३\times४\times५\times६\times७\times८} = \frac{·०००१९८}{८} = ·०००|०२४$$
$$\therefore \frac{१}{१\times२\times३\times४\times५\times६\times७\times८\times९} = \frac{·००००२४}{९} = ·०००|००१$$

∴ योगफल = १·७१८२...

= १·७१८ तीन दशमलव अङ्क तक।

यहाँ पर हम $\frac{१}{१×२×३×४×५×६×७×८×९}$ पर ठहर जाते हैं, क्योंकि आगे के भिन्न के समान दशमलवों में छः अङ्कों तक शून्य आवेंगे।

प्रश्नमाला १०४

(१) ४० को १९ से भाग देकर भागफल को ४ दशमलव अङ्क तक शुद्ध निकालो।

(२) $\frac{१}{१७}$ के समान दशमलव ५ अङ्क तक शुद्ध निकालो।

(३) $\cdot०३१२+\cdot०२\dot{३}\dot{१}+\cdot\dot{६}७\dot{६}$ का मान ४ दशमलव अङ्क तक शुद्ध बताओ।

(४) ७२, $३\cdot\dot{१}२\dot{३}$ और $\cdot००\dot{१}२३\dot{७}$ का योगफल तीन दशमलव अङ्क तक शुद्ध निकालो।

(५) $\cdot\dot{४}३२\dot{५}$ और $\cdot०\dot{३}७६\dot{४}$ के अन्तर को चार दशमलव अङ्क तक शुद्ध निकालो।

निम्नलिखित भिन्नों का मान दो दशमलव अङ्क तक शुद्ध निकालो:—

(६) $१+\frac{१}{१०}+\frac{१}{१००}+\frac{१}{१०००}+\ldots$। (७) $१+\frac{१}{२}+\frac{१}{४}+\frac{१}{८}+\frac{१}{१६}+\ldots$।

(८) $१+\frac{१}{३}+\frac{१}{९}+\frac{१}{२७}+\ldots$। (९) $१+\frac{१}{४}+\frac{१}{१६}+\frac{१}{६४}+\ldots$।

निम्नलिखित भिन्नों का मान तीन दशमलव अङ्क तक शुद्ध निकालो:—

(१०) $१+\frac{१}{५}+\frac{१}{५^२}+\frac{१}{५^३}+\ldots$। (११) $१+\frac{१}{७}+\frac{१}{७^२}+\frac{१}{७^३}+\ldots$।

इनका मान पाँच दशमलव अङ्क तक शुद्ध निकालो:—

(१२) $\cdot२५+(५२५)^३+(\cdot२५)^५+\ldots$।

(१३) $१+\frac{१}{१×३}+\frac{१}{१×३×५}+\frac{१}{१×३×५×७}+\ldots$।

(१४) $\frac{१}{१}×\frac{१}{२^२}+\frac{१}{२}×\frac{१}{२^४}+\frac{१}{३}×\frac{१}{२^६}+\frac{१}{४}×\frac{१}{२^८}+\ldots$।

[प्रथम $\frac{१}{२^२}$, $\frac{१}{२^४}$, $\frac{१}{२^६}$,..., को दशमलव रूप में लाओ, फिर उन फलों को क्रम से १, २, ३..., से भाग देकर योग करो।]

(१५) $\frac{१}{१}×\frac{१}{५}+\frac{१}{३}×\frac{१}{५^३}+\frac{१}{५}×\frac{१}{५^५}+\frac{१}{७}×\frac{१}{५^७}+\frac{१}{९}×\frac{१}{५^९}+\ldots$।

निम्नलिखित का मूल्य तीन दशमलव अङ्क तक शुद्ध निकालो :—

(१५अ) $१-\frac{१}{१०}+\frac{१}{१०^२}-\frac{१}{१०^३}+\ldots$।

(१५ब) $१-\frac{१}{१\times२}+\frac{१}{१\times२\times३}-\frac{१}{१\times२\times३\times४}+\ldots$।

(१५स) $\frac{१}{१}\times\frac{१}{५}-\frac{१}{२}\times\frac{१}{५^२}+\frac{१}{३}\times\frac{१}{५^३}-\frac{१}{४}\times\frac{१}{५^४}+\ldots$।

(१६) निम्नलिखित में से प्रत्येक का मूल्य चार आवश्यकीय शुद्ध स्थान तक निकालो :—

(१) ३७८३६१ । (२) ७३५९८२ ।

(३) ·५२०६८१ । (४) ७·३८५१२ ।

(५) २·००९७२ । (६) २·०००२३ ।

(७) ·०३४०७१ । (८) ·००९०६२८ ।

(१७) ३४५६७९२ को लगभग सैकड़े तक और ८००५७१२३ को लगभग हज़ार तक ठीक-ठीक प्रकट करो ।

(१८) ३·९२८१ का लगभग मूल्य, (१) शुद्ध इकाई तक, (२) लगभग शुद्ध दहाई तक, (३) लगभग शुद्ध सैकड़े तक ज्ञात करो ।

(१९) ऐसा दशमलव ज्ञात करो जो $\frac{१}{७}$ का ·००१ के अन्तर्गत हो ।

(२०) ऐसा दशमलव ज्ञात करो, जो $\frac{३५५}{११३}$ का $\frac{१}{१०००००}$ के अन्तर्गत हो ।

सूचना—निम्नलिखित बीजगणितीय प्रयोग उपयोगी सिद्ध होगा, जबकि क्रम का प्रत्येक भाग पहले भाग और किसी लगातार भिन्न का गुणनफल हो, चाहे वह धनात्मक हो या ऋणात्मक ।

उदाहरण १ । चार अङ्क शुद्ध दशमलव स्थान तक मूल्य निकालो:—

$$१+\frac{१}{२५}+\frac{१}{२५^२}+\frac{१}{२५^३}+\ldots।$$

कल्पना करो कि स क्रम का योगफल है, इसीलिए

$$स=१+\frac{१}{२५}+\frac{१}{२५^२}+\frac{१}{२५^३}+\ldots।$$

दोनों ओर को $\frac{१}{२५}$ (लगातार गुणक) से गुणन करके फल

$$=स\frac{१}{२५}=\frac{१}{२५}+\frac{१}{२५^२}+\frac{१}{२५^३}+...।$$

∴ घटाने से, $स-\frac{१}{२५}स=१$, या $\frac{२४}{२५}स=१$;

∴ $स=\frac{२५}{२४}=१\cdot०४१७$, उत्तर।

उदाहरण २। तीन दशमलव स्थान तक शुद्ध निकालो—

$$१-\frac{१}{२}+\frac{१}{४}-\frac{१}{८}+...।$$

कल्पना करो कि स क्रम का योगफल है, इसलिए

$$स=१-\frac{१}{२}+\frac{१}{४}-\frac{१}{८}+......;$$

दोनों ओर को $-\frac{१}{२}$ (लगातार गुणक) से गुणन करके फल

$$-\frac{१}{२}स=-\frac{१}{२}+\frac{१}{४}-\frac{१}{८}+......;$$

∴ घटाने से, $स+\frac{१}{२}स=१$,

अथवा $\frac{३}{२}स=१$;

∴ $स=\frac{२}{३}=\cdot६६७$, उत्तर।

प्रश्नमाला १०४ अ

निम्नलिखित का पाँच शुद्ध दशमलव स्थान तक मूल्य बताओ :—

(१) $१+\frac{१}{८}+\frac{१}{८^२}+\frac{१}{८^३}+......।$

(२) $१+\frac{१}{५०}+\frac{१}{५०^२}+\frac{१}{५०^३}+......।$

(३) $१-\frac{१}{६}+\frac{१}{६^२}-\frac{१}{६^३}+......।$

(४) $१-\frac{१}{२०}+\frac{१}{२०^२}-\frac{१}{२०^३}+......।$

संक्षिप्त गुणन

१५७। यदि गुणनफल किसी मुख्य दशमलव अङ्क तक निकालना हो तो नीचे की विधि से गुणन की क्रिया संक्षिप्त हो सकती है।

नियम—मानलो कि दशमलव अङ्कों तक गुणनफल रखना है—

"गुणक को उलटा करो, दशमलव विन्दुओं को निकाल दो और गुणक को गुण्य के नीचे इस भाँति रखो; जिससे उसके इकाई के स्थान का अङ्क गुण्य के पाँचवें दशमलव अङ्क के नीचे आवे और यदि आवश्यकता हो, तो गुण्य की दाहिनी ओर शून्य रख लो, जिससे गुणक के प्रत्येक अङ्क के ऊपर अङ्क हो जाय। अब गुणक के प्रत्येक अङ्क से उस अङ्क को जो गुण्य में उसके स्थान से दाहिनी ओर के स्थान में हो, गुणा करना आरम्भ करो; इस गुणनफल को मत लिखो; परन्तु उसकी सबसे निकट की दहाइयों*को हाथ लगाकर गुणा करते जाओ। सब पंक्तियों के प्रथम अङ्कों को एक दूसरे के नीचे रखो; साधारण रीति में योग करो और दाहिनी ओर से पाँच अङ्क गिनकर दशमलव विन्दु लगा दो।"

उदाहरण १। ७·२०७८ को २·३०७२ से गुणा करो और दशमलव पाँच अङ्कों तक रखो; ·००७०५३२८ को १२·३०५२३ से गुणा करो; दशमलव छः अङ्कों तक रखो; और २९·८२ को ·००७२७ से चार दशमलव अङ्कों तक गुणा करो।

(१)	(२)	(३)
७२०७८०	७०५३२८	२९८२०
२७०३२	३२५०३२१	७२७००
१४४१५६०	७०५३३	२०८७
२१६२३४	१४१०६	६०
५०४५	२११६	२०
१४४	३५	·२१६७
१६·६२९८३	१	
	·०८६७९१	

*अर्थात् एक हाथ लगाना चाहिए। जब गुणनफल ५ से लेकर १४ तक हो; २, यदि वह १५ से लेकर २४ तक हो; ३, जो वह २५ से ३४ तक हो; इत्यादि। जो गुणनफल ४ वा उससे कम होता है, तो उसे छोड़ देते हैं।

सूचना—इस प्रकार से गुणनफल निकलता है, उसके अन्त का अङ्क सर्वदा ठीक नहीं होता; इसलिए उसको ठीक प्राप्त करने के लिए इष्ट अङ्कों से एक अङ्क अधिक तक क्रिया करके गुणनफल के अन्त का अङ्क छोड़ देना चाहिए।

उदाहरण २। ·३̇४̇ को ४·७̇५̇ से दशमलव के पाँच स्थान तक गुणा करो। ४·०३७२१ को ·०१२०७ से दशमलव के पाँच स्थान तक गुणा करो, ४०८६ को २०५७६ से लगभग हज़ार तक के स्थान तक।

(१)	(२)	(३)
३४३४३४ ३	४०३७२१	४०८६०
७५७५७४	७०२१	७५०२
१३७३७३७	४०३७२	८१७२०
२४०४०४	८०७४	२०४३
१७१७२	२८२	२८६
२४०४	·०४८७३, उत्तर।	८४०५ हज़ार;
१७२		या ८४०५०००,
२४		उत्तर।
२		
१·६३३९१५, =१·६३३९२, उत्तर।		

संक्षिप्त भाग

१५८। निम्नलिखित नियम से भाग की क्रिया संक्षिप्त हो सकती है, यदि भागफल किसी मुख्य दशमलव अङ्क तक निकालना हो।

भाजक को पूर्ण संख्या कर लो और देखने (अथवा भाग की साधारण रीति में प्रथम क्रिया करने) से निश्चय करो कि भागफल के पूर्णाङ्क भाग में कितने अङ्क होंगे, भाजक में (बाईं ओर से) इतने अङ्क रख लो जितने सम्पूर्ण भागफल में अङ्क हों (पूर्णाङ्क और दशमलव दोनों); शेष अङ्कों को अलग कर दो। इस नये भाजक से भाग को प्रथम क्रिया करो; परन्तु उसके पहले अङ्क और भागफल के अङ्क का जो गुणनफल हो, उसमें उसके पहले अङ्क के गुणनफल में जो सबसे निकट दहाई हो वह जोड़ दो। शेषफल में दूसरा अङ्क उतारने के बदले भाजक में से और एक अङ्क अलग कर दो और पूर्वलिखित रीति से क्रिया करते जाओ, यहाँ तक कि भाजक में कोई अङ्क न रहे।

यदि भाजक में अङ्कों की संख्या उन अङ्कों की संख्या से कम हो जो भागफल में लेने हों, तो साधारण रीति से क्रिया करना आरम्भ करो। जब कि भागफल के उन अङ्कों की संख्या जो अभी और निकालनी है, भाजक के अङ्कों की संख्या से एक कम रह जाय, तो शेषफल में नया अङ्क न उतार कर भाजक के अन्त में से एक अङ्क अलग कर दो और फिर पूर्वलिखित रीति से क्रिया करते चले जाओ। जब देखने से यह ज्ञात हो कि भजनफल में पूर्णाङ्क नहीं है और दशमलव के पश्चात् तुरन्त ही शून्य हैं, तो अभीष्ट दशमलव में से शून्यों को घटाओ और शेष को भजनफल के अभीष्ट स्थान दशमलव जानो और फिर उपरोक्त क्रिया करो।

उदाहरण १। २९·४३१५४२ को ३·२५३४८ से तीन दशमलव अङ्क तक और ६७३·१४८९ को ·४१४३२ से दो दशमलव अङ्क तक भाग दो।

(१) ३͵ २͵ ५͵ ३४~~८~~) २९४३१५४·२ (९·०४६
२९२८१
१५०
१३०
२०
१९
१

(२) ४͵ १͵ ४͵ ३२) ६७३१४८९०· (१६२४·७०
४१४३२
२५८८२८
२४८५९२
१०२३६
८२८६
१९५०
१६५७
२९३
२९०
३

उदाहरण २। ४·००६५४ को ३२९२·६५ से दशमलव के पाँच दशमलव स्थान तक भाग दो।

३ २ ९ ४̸९̸५̸) ४००·६५४ (१२१
३२९
७१
६६ यहाँ पर दशमलव के पाँच अंकों में से दो
५ शून्य हैं, शेष तीन अंकों को हम संक्षिप्त
३ रीति से निकाल लेते हैं।
२ उ० = ·००१२१।

सूचना—संक्षिप्त रीतियों में पूर्ण शुद्धता की सर्वदा आशा नहीं की जा सकती और उनसे प्राप्त फल कभी-कभी साधारण रीति द्वारा प्राप्त किये हुए फल से भिन्न होता है।

प्रश्नमाला १०४ क

गुणा करो—

(१) २१·१३२४ को ·३४५७२१ से	३ दशमलव अङ्क तक।			
(२) ·३२५०४ को १३·०२५४ से	३	,,	,,	,,
(३) ·४५ ३ को ·०१६९४ से	४	,,	,,	,,
(४) ३७५·७६८४३ को ३·१४१५९ से	४	,,	,,	,,
(५) ७१·०३२७५१ को २·६७१९२३८ से	५	,,	,,	,,
(६) ६५·००७६३ को ·९८७६ से	५	,,	,,	,,
(७) ·०३२८१६ ७४ को २३४·७८१ से	६	,,	,,	,,
(८) ·०००८१२७ को ४८३·२७१६ से	६	,,	,,	,,
(८अ) ४·५६̇२̇ को ·०७४०८ से	५	,,	,,	,,
(८ब) ६·२४३८ को ३·८३०̇६̇ से	५	,,	,,	,,
(९) ४·६८३̇ को १४·२̇९३̇ से	३	,,	,,	,,
(१०) १·८̇२३५७̇ को ·०७̇८५̇ से	६	,,	,,	,,
(१०अ) ·०१३८५ को ६१·३७ से	४	,,	,,	,,
(१०ब) ·३४६८७५ को ·११९८०८ से	४	,,	,,	,,
(१०स) ३२·३५ को ·३२०५६ से	३	,,	,,	,,
(१०द) ·३४२ को ३·२५̇३̇ से	३	,,	,,	,,
(१०य) ·००९२६३४७ को २८०·४३५ से	४	,,	,,	,,

(१०फ) ४२१·६१९ को ·५४७ से निकटतम पूर्णाङ्क तक।

(१०ज) ७०८७००९६ को ४०४ से निकटतम दस लाख तक।

भाग दो—

(११) ७६·२३०७ को ४७·१२३४५ से	३ दशमलव अङ्क तक।	
(१२) ३·३७०६ को ६·७८४६ से	३	,, ,, ,,
(१३) ३२·७६१ को २६·६७ से	३	,, ,, ,,
(१४) ३७८·३२५ को ३०·७३२ से	३	,, ,, ,,
(१५) ३६·७८०२ को ३१२·३२ से	४	,, ,, ,,
(१६) ७२८·३८६ को ३·७६ से	४	,, ,, ,,
(१७) ३८६२·७६२ को ७·३४३ से	५	,, ,, ,,
(१८) २३·७८६३४ को ·००२८६ से	५	,, ,, ,,
(१९) १३·२३४६८६१ को ·०१२३४०३१ से	६	,, ,, ,,
(२०) १३२·४०५६७८ को ·०००१२२१३४ से	७	,, ,, ,,
(२०अ) ·५ को ७६·६१३४२ से	४	,, ,, ,,
(२०ब) ·०००३७३८०२८ को ·०४७६ से	५	,, ,, ,,
(२१) ३·७२५ को १३·२३४ से	३	,, ,, ,,
(२२) १·८२३५७ को ·०७८५ से	६	,, ,, ,,
(२३) ·३२१६५ को ·३५२१६ से	४	,, ,, ,,
(२४) १·५६५८७ को ४·३०६२ से	३	,, ,, ,,

१५६। जब कोई निकटतम दशमलव इकाई से कम या इकाई से बड़े अङ्क से गुणा या भाग किया जाता है, तो उत्तर में प्रत्यक्ष रूप में अशुद्धि कम रह जाती है। इस नियम का उपयोग निम्नलिखित उदाहरण में किया जाता है।

उदाहरण १। १२·७०५३, ·००३७२५ और ४·५३२ का गुणनफल दशमलव के तीन स्थानों तक निकालो।

१२·७०५३ को जिसमें कि सबसे अधिक आवश्यकीय अङ्क हैं, गुण्य के स्थान में रक्खो। दूसरे गुणक ४·५३२ से दशमलव स्थान को बाईं ओर इतना हटाओ कि प्रथम मुख्य अङ्क प्रथम के दशमलव स्थान पर हो जाय और गुणक इकाई से कम हो जाय और गुणनफल में दशमलव के स्थान एक को अङ्क दाहिनी ओर हटाकर न्यूनता पूर्ण करो।

इस प्रकार हमको गुणनफल प्राप्त करना है—

१२७·०५३ × ·००३७२५ × ·४५३२

१२७·०५३

५२७३
३८१२

८८६
२५
६

·४७३ तीन शुद्ध स्थान तक।

२३५४
१८६२

२३७
१४
१

·२१४ तीन शुद्ध स्थान तक, उत्तर।

उदाहरण २। दशमलव के चार शुद्ध स्थान तक मूल्य बताओ।

$\frac{०·३४५६७ \times ०·७३४५६}{०·६७३४५}$ (कलकत्ता यूनी० १९१८।)

हर अंश में दशमलव विन्दु को एक अङ्क दाहिनी ओर हटाओ जिससे हर में एक पूर्णाङ्क संख्या हो जाय और इस प्रकार वह इकाई से बड़ा हो जाय। अब हमको ०·३४५६७ × ७·३४५६ ÷ ६·७३४५ का मूल्य निकालना है।

·३४५६७
६५४३७

२४१९६९
१०३७०
१३८२
१७३
२०

२·५३९१ दशमलव के चार शुद्ध स्थान तक।

६‸७‸३‸४‸५) २५३९१·० (·३७७०२ या ·३७७० चार शुद्ध स्थान तक, उत्तर।
२०२०३५
―――――
५१८७५
४७१४२
―――――
४७३३
४७१४
―――――
१९
१३
―――――
६

प्रश्नमाला १०४ ख

तीन दशमलव स्थान तक शुद्ध मूल्य निकालो—

(१) ·०२३०४५×२·०३×१·३२।

(२) ·१५३०४×१०·२५×१·२०६।

(३) $\frac{३२·३०२ \times २३·५४}{३६·४०३}$।

(४) $\frac{·१२३४५ \times ·५१२३४}{·४५१२३}$।

(५) $\frac{·३४८६६२}{·२८५०१ \times ·६०८१७५}$।

संकेत—·३४८६६२ और ·६०८१७५ को ३·४८६६२ और ६·०८१७५ में क्रम से परिवर्त्तन करो। ३·४८६६२ को ·२८५०१ से दशमलव के तीन शुद्ध स्थान तक भाग दो और भागफल को ६·०८१७५ से शुद्ध तीन दशमलव स्थान तक भाग दो।

(६) $\frac{·१२३४५}{·२३४५१ \times ·३४५१२}$।

इकत्तीसवाँ अध्याय

व्यवहारगणित

१६० । किसी राशि का समानांश वह राशि है, जो उस राशि को ऐसी भिन्न के रूप में प्रकट हो सके, जिसका अंश १ हो ।

जैसे २५ पै० १ रु० का ¼ होने के कारण १ रु० का समानांश है; २ शिलिङ्ग ६ पें० जो १ पौं० का ⅛ है, १ पौं० का समानांश है ।

१६१ । किसी अमिश्र राशि का मोल समानांश द्वारा निकालने की सुगम रीति को 'सरल व्यवहार गणित' कहते हैं, जब कि उसी जाति को उस इकाई की राशि का मोल जिसमें कि वह राशि प्रकट की गई है, दिया हो ।

उदाहरण । ३ रु० ५० पै० प्रति हण्डर के भाव से ३२ हण्डर गेहूँ के क्या दाम होंगे ?

किसी मिश्र राशि का मोल समानांश द्वारा निकालने की सुगम रीति को मिश्र व्यवहार गणित कहते हैं, जब कि उन इकाइयों में से एक का मोल दिया हो; जिनके द्वारा वह मिश्र राशि प्रकट की गई है ।

उदाहरण । ३ रु० ५० पै० प्रति हण्डर के भाव से ७ हं० ३ का० गेहूँ का मोल बताओ ।

सरल व्यवहारगणित

नीचे के उदाहरणों से सरल व्यवहारगणित की रीति अच्छी प्रकार विदित होगी ।

उदाहरण १ । ३ रु० ८० पै० प्रति किलो ग्राम के भाव से २३ किलो ग्राम चावल के दाम बताओ ।

	रु० पै०	
	२३·०० = मोल १ रु० किलो ग्राम की दर से	
	३	
	६९·०० = मोल ३ रु०	,, ,, ,,
५० पै० = १ रु० का $\frac{1}{2}$	११·५० = मोल ५० पै०	,, ,, ,,
२५ पै० = ५० पै० का $\frac{1}{2}$	५·७५ = मोल २५ पै०	,, ,, ,,
५ पै० = २५ का $\frac{1}{5}$	१·१५ = मोल ५ पै०	,, ,, ,,
	८७·४० = मोल ३ रु० ८० पै०	,, ,,

सूचना १—क्योंकि ४ रु० और २० पै० का अन्तर ३.रु० ८० पै० है इसलिए एक छोटी रीति और हो सकती है अर्थात् २० पै० मन की दर से दाम निकाल कर इसको ४० रु० मन की दर से निकाले हुए मोल में से घटा देना चाहिये।

अतः— रु० पै०

२३·०० = मोल १ रु० किलो ग्राम की दर से
४

९२·०० = मोल ४ रु० ,, ,,
४·६० = मोल २० पै० ,, ,,

८७·४० = मोल ३ रु० ८० पै० ,, ,,

उदाहरण २। १० पौं० १२ शि० ६ पें० प्रति वस्तु की दर से ९ वस्तुओं का मोल बताओ।

	पौं० शि० पें०	
	९ ० ० = मोल १ पौं० प्रति वस्तु की दर से	
	१०	
	९० ० ० = मोल १० पौं०	,, ,,
१० शि० = १ पौं० का $\frac{1}{2}$	४ १० ० = मोल १० शि०	,, ,,
२ शि० = १० शि० का $\frac{1}{5}$	० १८ ० = मोल २ शि०	,, ,,
६ पें० = २ शि० का $\frac{1}{4}$	० ४ ६ = मोल ६ पें०	,, ,,
	९५ १२ ६ = मोल १० पौं० १२ शि० ६ पें० प्रति वस्तु की दर से।	

सूचना २—संक्षिप्त रीति से इस प्रकार १० शि० = १ पौं० का $\frac{१}{२}$, २ शि० ६ पें० = १० शि० का $\frac{१}{४}$ ।

उदाहरण ३ । ७ रु० ६० पै० प्रति हण्डर की दर से १३$\frac{१}{२}$ हण्डर के दाम बताओ ।

	रु० पै०	
	१३·५० = मोल १ रु० हण्डर की दर से	
	७	
	९४·५० = मोल ७ रु०	,, ,,
५० पै० = १ रु० का $\frac{१}{२}$	६·७५ = मोल ५० पै०	,, ,,
१० पै० = ५० पै० का $\frac{१}{५}$	१·३५ = मोल १० पै०	,, ,,
	१०२·६० = मोल ७ रु० ६० पै० प्रति हण्डर की दर से,	

उदाहरण ४ । १६ शि० २$\frac{३}{४}$ पें० प्रति वस्तु की दर से ४२$\frac{२}{३}$ वस्तुओं का मूल्य बताओ ।

	पौं०	शि०	पें०	
	४२	१३	४	= मोल १ पौं० प्रति वस्तु की दर से
१० शि० = १ पौं० का $\frac{१}{२}$	२१	६	८	= मोल १० शि० ,, ,, ,,
५ शि० = १० शि० का $\frac{१}{२}$	१०	१३	४	= मोल ५ शि० ,, ,, ,,
१ शि० = ५ शि० का $\frac{१}{५}$	२	२	८	= मोल १ शि० ,, ,, ,,
२ पें० = १ शि० का $\frac{१}{६}$	०	७	१$\frac{१}{३}$	= मोल २ पें० ,, ,, ,,
$\frac{१}{२}$ पें० = २ पें० का $\frac{१}{४}$	०	१	९$\frac{१}{३}$	= मोल $\frac{१}{२}$ पें० ,, ,, ,,
$\frac{१}{४}$ पें० = $\frac{१}{२}$ पें० का $\frac{१}{२}$	०	०	१०$\frac{५}{६}$	= मोल $\frac{१}{४}$ पें० ,, ,, ,,
	३४	१२	५$\frac{१}{३}$	= मोल १६ शि०, २$\frac{३}{४}$ पें० प्रति वस्तु की दर से ।

प्रश्नमाला १०५

व्यवहारगणित की रीति से मोल निकालो :—

(१) ३ रु० २५ पै० प्रति वस्तु की दर से ४०० वस्तुओं का ।

(२) २ पौं० ५ शि० की दर से ३७५ का ।

(३) १ पै० की दर से ७८९ का।
(४) ३ पें० की दर से ७२८ का।
(५) १० पै० की दर से ४३९ का।
(६) ४ पौं० ४ शि० की दर से ३९९ का।
(७) ३५ पै० की दर से ८७४ का।
(८) १५ शि० की दर से ७२३ का।
(९) २ रु० ६५ पै० की दर से ९३९ का।
(१०) ४ पें० की दर से २७५ का।
(११) ६० पै० की दर से ४७५ का।
(१२) २ शि० ६ पें० की दर से ३४२ का।
(१३) ४७ पै० की दर से ५०० का।
(१४) ७ शि० ३ पें० की दर से ९४२ का।
(१५) ६४ पै० की दर से ७०० का।
(१६) ५$\frac{१}{३}$ पें० की दर से ३७४ का।
(१७) २ रु० ३५ पै० की दर से ३२१ का।
(१८) ७ पौं० १० शि० ६ पें० की दर से २३० का।
(१९) ७ रु० ७२ पै० की दर से ३६६ का।
(२०) १० पौं० ८ शि० ८ पें० की दर से ७६७ का।
(२१) ५ रु० ८५ पै० की दर से ८३९ का।
(२२) १४ शि० १०$\frac{१}{४}$ पें० की दर से ३३९ का।
(२३) १५ रु० ४७ पै० की दर से ४५४ का।
(२४) ५० पौं० ११ शि० ९$\frac{३}{४}$ पें० की दर से ९०० का।
(२५) ४२ रु० ६६ पै० की दर से ९०० का।
(२६) ५५ पौं० १९ शि० १$\frac{१}{३}$ पें० की दर से ५०१३ का।
(२७) १९ रु० ६१ पै० की दर से ७६८ का।
(२८) ११ पौं० ११ शि० ११$\frac{३}{४}$ पें० की दर से १०१० का।
(२९) २१ रु० ९० पै० की दर से [illegible] का।

(३०) १२ शि० $\frac{3}{4}$ पें० की दर से ४५९६ का।

(३१) ८९ रु० २१ पै० की दर से ५५५ का।

(३२) १२ पौं० १२ शि० ३$\frac{3}{4}$ पें० की दर से ३१११ का।

(३३) ८० रु० ५१ पै० की दर से ८००१ का।

(३४) ७ पौं० १० शि० ११$\frac{1}{3}$ पें० की दर से १०००० का।

(३५) ८ रु० ६२ पै० की दर से ३४६$\frac{1}{3}$ का।

(३६) ८ पौं० १६ शि० ७$\frac{3}{4}$ पें० की दर से २७$\frac{3}{5}$ का।

(३७) २९ रु० ८० पै० की दर से ७०३$\frac{1}{3}$ का।

(३८) २ पौं० १५ शि० ७$\frac{3}{4}$ पें० की दर से ३०१$\frac{1}{4}$ का।

(३९) ४१ रु० २४ पै० की दर से ८२१$\frac{3}{4}$ का।

(४०) ७६ पौं० २ शि० ४$\frac{3}{4}$ पें० की दर से ४४२$\frac{3}{8}$ का।

(४१) १२ रु० ७० पै० की दर से ६००$\frac{3}{10}$ का।

(४२) २० पौं० २ शि० ८$\frac{1}{4}$ पें० की दर से २४९$\frac{7}{10}$ का।

(४३) १ रु० ९० पै० की दर से ३९·५ का।

(४४) २ पौं० १५ शि० ९ पें० की दर से ८४·७५ का।

(४५) १० रु० की दर से १०१·७५ का।

(४६) २ पौं० १७ शि० १०$\frac{1}{4}$ पें० की दर से १०·८७५ का।

मिश्र व्यवहारगणित

१६२। मिश्र व्यवहारगणित की क्रिया निम्नलिखित उदाहरणों से प्रकाशित होगी :—

उदाहरण १। ६ कुन्तल ५० किलो ग्राम के २·३० रु० कुन्तल की दर से क्या दाम होंगे ?

रु० पै०

२·३० = १ कुन्तल का मूल्य।

६

१३·८० = ६ " "

५० किलो ग्राम = १ कुन्तल का $\frac{1}{2}$ | १·१५ = ५० किलो० "

१४·९५ = ६ कुन्तल ५० कि० ग्रा० के दाम।

उदाहरण २। २ टन ३ हण्डर ३ क्वा० ५ पौं० के, १५ पौं० १७ शि० प्रति हण्डर की दर से क्या दाम होंगे ?

२ टन ३ हण्डर = ४३ हं० ।

	पौं०	शि०	पें०	
	१५	१७	०	= १ हण्डर का मूल्य ।
			१०	
	१५८	१०	०	= १० हण्डर का मूल्य ।
			४	
	६३४	०	०	= ४० हण्डर का मूल्य ।
	४७	११	०	= ३ ,, ,, ,,
	६८१	११	०	= ४३ ,, ,, ,,
२ क्वा० = १ हं० का $\frac{१}{२}$	७	१८	६	= २ क्वा० का मूल्य ।
१ क्वा० = २ क्वा० का $\frac{१}{२}$	३	१९	३	= १ ,, ,, ,, ।
४ पौं० = १ क्वा० का $\frac{१}{७}$		११	३$\frac{६}{७}$	= ४ पौं० ,, ,, ।
१ पौं० = ४ पौं० का $\frac{१}{४}$		२	९$\frac{२७}{२८}$	= १ ,, ,, ,, ।
	६९४	२	१०$\frac{२३}{२८}$	= २ टन ३ हण्डर ३ क्वा० ५ पौं० का मूल्य ।

उदाहरण ३। २५ बोरे मैदे के, जब प्रत्येक बोरे में १ कुन्तल ५० किलो ग्राम हैं, १७ रु० ५० पै० कुन्तल की दर से क्या दाम होंगे ?

	रु० पै०	
	१७·५०	= १ कुन्तल का मूल्य
५० कि० ग्राम = १ कुन्तल का $\frac{१}{२}$	८·७५	= ५० किलो० ,, ,,
	२६·२५	= १ बोरे ,, ,,
	५	
	१३१·२५	= ५ बोरों ,, ,,
	५	
	६५६·२५	= २५ बोरों ,, ,,

प्रश्नमाला १०६

व्यवहारगणित की रीति द्वारा मूल्य बताओ—

(१) ७ कुन्तल ६० किलो ग्राम का २२ रु० ५० पै० कुन्तल की दर से ।

(२) ९ कुन्तल २० किलो ग्राम का ४ रु० ... पै० कुन्तल की दर से ।

(३) २० हण्डर २ क्वार्टर ७ पौं० का ३ पौं० ७ शि० ६ पें० हण्डर की दर से।

(४) ११ टन १४ हण्डर का ५ पौं० १७ शि० ६ पें० टन की दर से।

(५) १० टन १५ हण्डर २ क्वा० २१ पौं० का ३ पौं० १५ शि० ९ पें० हण्डर की दर से।

(६) ६ टन ३ हण्डर २ क्वा० २४ पौं० का १७ शि० ७ पें० हण्डर की दर से।

(७) २ टन १३ हण्डर ३ क्वा० ७ पौं० का १ पौं० १ शि० ४ पें० हण्डर की दर से।

(८) १ कुन्तल ७० किलो ग्राम का २६ रु० ५० पै० कुन्तल की दर से।

(९) २ कुन्तल ९० किलो ग्राम का ३३ रु० ६० पै० कुन्तल की दर से।

(१०) ३ कुन्तल २० किलो ग्राम का ४७ पै० किलो ग्राम की दर से।

(११) ५५ किलो ग्राम ५०० ग्राम का ४८ पै० किलो ग्राम की दर से।

(१२) ४ हण्डर ३ क्वा० १४ पौं० का १ पौं० १३ शि० ४ पें० टन की दर से।

(१३) ७ हण्डर २ क्वा० २१ पौं० का ६ पौं० टन की दर से।

(१४) ३ टन १७ हण्डर ३ क्वा० १३ पौं० १२ औंस का १ पौं० १८ शि० ९ पें० हण्डर की दर से।

(१५) १ कुन्तल ५८ ग्राम का ३७ पौं० १० शि० कुन्तल की दर से।

(१६) २ टन ७ हण्डर १ क्वा० १४ पौं० का ९ रु० ७० पै० क्वा० की दर से।

(१७) ७ बोरे मैदा का; जो प्रत्येक बोरे में १ कुन्तल २५ किलो ग्राम है, १८ रु० १२ पै० कुन्तल की दर से।

(१८) २४ गाँठ रुई का, जो प्रत्येक गाँठ में ५ हण्डर २ क्वा० है, १० शि० ७$\frac{3}{4}$ पें० हण्डर की दर से।

(१९) ३५ सन्दूक़ चाय का, जो प्रत्येक सन्दूक़ में ५८ किलो ग्राम ५० ग्राम है, २ रु० प्रति किलो ग्राम की दर से।

(२०) ३२१ सन्दूक़ क़हवे का, जो प्रत्येक सन्दूक़ में १ हण्डर २ क्वा० २१ पौं० है, ७ पौं० १८ शि० हण्डर की दर से।

(२१) २८ मीटर ५ डेसी मीटर रेशमी कपड़े का मूल्य ७ शि० १०½ पें० मीटर के भाव से क्या होगा ?

(२२) २३१ गठरी कपड़े में कितना बोझ होगा, जब प्रत्येक गठरी तोल में २ हं० २ क्वा० १४ पौं० हो ?

(२३) ३२९ सन्दूक़ों में कितना बोझ होगा; जब प्रत्येक सन्दूक़ ३ क्विन्टल ५० किलो ग्राम भारी हो ?

(२४) ३२९ पौं० १५ शि० पर क्या टैक्स होगा, जब १ पौं० पर १ शि० ७½ पें० हो ?

(२५) २२५ हं० के २१ पौं० ५ शि० ७ पें० प्रति टन के भाव से क्या दाम होंगे ?

(२६) २५७ वस्तुओं का क्या मोल होगा, जबकि १० उनमें से ३ रु० ६० पै० की हों ?

(२७) ३ रु० ४५ पै० एअर के हिसाब से २७५·३६ एअर का लगान निकटतम पैसे तक बताओ।

(२८) १ टन ११ हण्डर १ क्वार्टर ११ पौं० के दाम ६·२८५ पौं० प्रति टन के भाव से क्या होंगे ?

(२९) ५१४६ रु० ७५ पैसे पर डिविडेण्ड (बँटवारा) बताओ; जबकि १ रु० ९० पैसे डिविडेण्ड हो।

(३०) यदि कोई मनुष्य ३७९२५ रु० ८७ पै० का ऋणी हो और १ रु० में २० पै० भुगतान करे तो उसके महाजन को क्या मिलेगा ?

बत्तीसवाँ अध्याय

वर्गमूल

१६३। कोई संख्या अपने वर्ग की 'वर्गमूल' कहलाती है; जैसे, २ वर्गमूल ४ का है और ३ वर्गमूल ९ का।

किसी संख्या का वर्गमूल इस √ चिह्न द्वारा प्रकट किया जाता है,

जो कि उससे पहले रखा जाता है; जैसे √४ से ४ का वर्गमूल अर्थात् २ प्रकट होता है।

१६४। उस संख्या को जिसका वर्गमूल पूर्णाङ्क राशि वा भिन्न द्वारा ठीक प्रकट किया जा सके, 'पूर्ण वर्ग' कहते हैं।

सूचना—इसका ध्यान रखना चाहिए कि जिस संख्या के अन्त में २ वा ३ वा ७ वा ८ हों, चाहे वह संख्या पूर्णाङ्क हो वा दशमलव, वह पूर्ण वर्ग नहीं होती।

१६५। जब किसी पूर्णाङ्क राशि का, जो पूर्ण वर्ग है; वर्गमूल २० से अधिक न हो, तो उसको गुणनपाटी द्वारा जान सकते हैं, जैसे, पाटी से हम जानते हैं कि ८१ का वर्गमूल ९ है, १६९ का १३ है; परन्तु एक नियम है, जिसके द्वारा किसी संख्या का, जिसमें २ से अधिक अङ्क हों; वर्गमूल निकाल सकते हैं।

१६६। यह बात विदित है कि १०० का वर्गमूल १० है, १०००० का १०० और १०००००० का १००० इत्यादि, इससे यह फल निकलता है कि १०० से कम जो संख्या हो उसके वर्गमूल में एक अङ्क होता है, १०० और १०००० के बीचवाली किसी संख्या के वर्गमूल में दो अङ्क और १०००० और १०००००० के बीचवाली किसी संख्या के वर्गमूल में तीन अङ्क होते हैं, इत्यादि। इसलिए यदि किसी संख्या के इकाई के अङ्क से आरम्भ करके प्रत्येक दूसरे अङ्क के ऊपर विन्दु रखा जाय, तो उस विन्दु संख्या के समान वर्गमूल के अङ्कों की संख्या होगी, जैसे, ३१३६ के वर्गमूल में दो अङ्क, १५६२५ के वर्गमूल में तीन अङ्क होंगे।

१६७। अब कल्पना करो कि हमको ३१३६ का वर्गमूल निकालना है। प्रथम इकाई* के अङ्क से आरम्भ करके प्रत्येक दूसरे अङ्क के ऊपर विन्दु रखते जाओ; इस प्रकार संख्या को दो-दो अङ्कों के अंशों से बाँट लो।

```
      ३१३६ (५६
      २५
  १०६) ६३६
       ६३६
```

*(नोट) इस बात का ध्यान रखो कि प्रत्येक अंश में एक तो वह अङ्क होता है जिस पर विन्दु रखा जाता है और दूसरा उसकी बाईं ओर का; यहाँ पहला अंश ३१ है और दूसरा ३६। पहले अंश में केवल एक अङ्क भी हो सकता है।

फिर यह विदित होता है कि सबसे बड़ी संख्या '५' है, जिसका वर्ग पहले अंश में सम्मिलित है। यह वर्गमूल का पहला अङ्क है, इस '५' के वर्ग '२५' को पहले अंश में से घटाओ और शेष '६' पर दूसरे अंश को उतारो, इस भाँति नया भाज्य ६३६ हो गया। फिर इस संख्या के अन्तिम अङ्क को छोड़कर उसे इस निकले हुए वर्गमूल के दूने से भाग दो (अर्थात् ६३ को १० से) और भागफल '६' को निकले हुए वर्गमूल की दाहिनी ओर रखो और जाँच भाजक १० में लगा दो जो १०६ हो गया; फिर भाजक १०६ को वर्गमूल के उस अङ्क से जो पीछे रखा है, गुणा करो; अब इस गुणनफल को ६३६ में से घटाने से शेष कुछ नहीं रहता है, इससे ज्ञात हुआ कि ५६ वर्गमूल ३१३६ का है।

यदि अधिक अंश उतारने हों, तो पूर्व विधि-अनुसार क्रिया करते जाओ; जैसे, १५६२५ के वर्गमूल ज्ञात करने में की गई है।

```
      १५६२५ (१२५
      १
२२) ५६
     ४४
२४५) १२२५
      १२२५
```

इसमें जब दो अङ्क वर्गमूल में निकल आये, तो शेष १२ रह गये। इसमें तीसरे अंश को मिलाने से १२२५ भाज्य बन गया; इस संख्या के दाहिने अन्तिम अङ्क को छोड़कर प्रथम निकले हुए मूल्य के दुगुने से भाग दो (अर्थात् १२२ को २४ से), ५ भागफल निकला, फिर ५ को वर्गमूल और जाँच भाजक दोनों की दाहिनी ओर रख दो, इत्यादि।

१६८। भाग द्वारा वर्गमूल के दूसरे अङ्क निकालने में कभी ऐसा भागफल प्राप्त होता है, जो ठीक उत्तर से कहीं अधिक होता है; ऐसी दशा में वर्गमूल का अङ्क जाँच से प्रतीत होता है, जैसा कि नीचे के दो उदाहरणों से विदित होगा :—

(१)
```
     २२५ (१५
     १
२५) १२५
     १२५
```
यहाँ १२ को २ से भाग देने से भागफल ६ होता है; ६ को इष्ट अङ्क मानने से प्रतीत होता है कि गुणनफल (२६ × ६), १२५ से अधिक है; इस कारण ५ को ले लिया जो इष्ट वर्गमूल अङ्क पाया जाता है।

(२)
```
     ३६१ (१९
     १
२९) २६१
     २६१
```
यहाँ भाग देने से १३ आते हैं, जो प्रत्यक्ष में नहीं लिए जा सकते; जाँच से इष्ट ९ मूल अङ्क निकलता है।

१६९। जब जाँच भाजक उस संख्या से बड़ा हो; जिसको इससे भाग देना है (वा जब भागफल १ हो, परन्तु उत्तर अधिक हो जाय), तो वर्गमूल में शून्य रखकर भाजक में शून्य बढ़ा देते हैं और दूसरे अंश को उतार लेते हैं और साधारण रीति से क्रिया करते हैं।

नीचे के उदाहरणों से यह विधि विदित होगी :—

```
(१)        ४१२०९ (२०३
           ४
४०३)    १२०९
          १२०९
           ×
```

```
(२)        ४४०१६०४ (२०९८
           ४
४०९)    ४०१६
          ३६८१
४१८८)  ३३५०४
          ३३५०४
           ×
```

१७०। वर्गमूल निकालने की क्रिया में ऐसा शेष भी बहुधा करके रह जाता है, जो भाजक से अधिक होता है। नीचे के उदाहरण में दूसरा भाग शेष ३५, भाजक २९ से अधिक है :—

```
        ३९६०१ (१९९
        १
२९)  २९६
       २६१
३८९)  ३५०१
        ३५०१
         ×
```

प्रश्नमाला १०७

इनका वर्गमूल निकालो—

(१) ४४१। (२) ५७६। (३) ७२९। (४) ९६१।
(५) १०२४। (६) ३५६१। (७) ५६२५। (८) ९२१६।
(९) २७२२५। (१०) ५४७५६। (११) ४९२८४। (१२) १८२२५।
(१३) ११९०२५। (१४) १९३६०० । (१५) ६४६४१६। (१६) ७१७४०९।
(१७) ४९३७२८४। (१८) २८१९०४१। (१९) १००२००१। (२०) १५२२७५६।
(२१) ८२२६४९०० । (२२) ६२५०४८३६। (२३) ९७५३५३७६।
(२४) २१२२४४४९। (२५) ३२२६६९४४१६। (२६) ६४०७५२२२०९।
(२७) २३६१४४६८९।
(२८) ३६०११७६०९६०४।
(२९) २९५०६६२४०००० ।
(३०) १५२४१५७८७५०१९०५२१।

(३१) कुछ मनुष्यों ने १६८१ रुपये खर्च कर डाले, प्रत्येक मनुष्य ने उतने ही रुपये खर्च किये जितने मनुष्य थे; तो बताओ कितने मनुष्य थे।

(३२) कुछ मनुष्यों में से हर एक ने चन्दे के लिये उतने पैसे देना स्वीकार किया जितने कि चन्दा देनेवाले मनुष्य थे और कुल चन्दा ६४ रु० हुआ; तो बताओ कितने चन्दा देने वाले थे।

(३३) एक माली ने एक वाटिका में ५७७६ वृक्ष लगाये और उनको इस भाँति से लगाया कि वृक्षों की पंक्ति की संख्या प्रत्येक पंक्ति में के वृक्षों की संख्या के समान थी; तो कितनी पंक्तियाँ थीं ?

(३४) एक सेनापति ने जिसकी आज्ञा में ११०२५ मनुष्य थे, उनको वर्गाकार रूप में समान पंक्तियों में खड़ा किया; तो अगली पंक्ति की मनुष्य-संख्या बताओ।

(३५) एक सेनापति ने अपने मनुष्यों से, जिनकी संख्या ६३५१० थी, ठोस वर्गाकार रचना की, तत्पश्चात् विदित हुआ कि ६ मनुष्य बच रहे; तो अगली पंक्ति में कितने आदमी थे ?

(३६) वह कौनसा सबसे छोटा पूर्णाङ्क है, जिसको ४२३० में से घटाने से शेष पूर्ण वर्ग रह जाय ?

१७१। जब एक संख्या के जो ठीक वर्ग राशि हो आसानी से रूढ़ उत्पादक निकल सकें; तो उसका वर्गमूल दृष्टि ही से जाना जा सकता है।

जैसे, $\sqrt{८१००} = \sqrt{२^2 \times ५^2 \times ३^2 \times ३^2} = २ \times ५ \times ३ \times ३ = ९०$ ।

उदाहरण। वह कौनसी सबसे छोटी पूर्ण राशि है, जिससे १२६० को गुणा करने से पूरी वर्ग राशि बन जाय ?

क्योंकि $१२६० = २^2 \times ३^2 \times ५ \times ७$; $\therefore$ इष्ट राशि $= ५ \times ७ = ३५$ ।

प्रश्नमाला १०८

उत्पादकों द्वारा इनका वर्गमूल निकालो—

(१) ९०० । (२) १६०० । (३) ३२४ । (४) ५७६ । (५) १२९६ ।

(६) ४०९६ । (७) १७६४ । (८) ७०५६ । (९) ११०२५ ।

(१०) ५३३६१ । (११) ९९२२५ । (१२) ·५७१५३६ । (१३) २७×१२×१४×५६ ।

(१४) १८२ × ७७ × ६६ × ३६ । (१५) ६०६ × २६० × १६५ × १५४ ।

(१६) वह कौनसी सबसे छोटी पूर्ण राशि है, जिससे ४५० को गुणा करने से पूरी वर्ग राशि बन जाय?

(१७) वह कौनसी सबसे छोटी राशि है, जिससे २९४० को गुणा करने से पूरी वर्ग राशि बन जाय?

(१८) वह सबसे छोटी संख्या बताओ, जिससे ९९८ को भाग देने से पूरी वर्ग संख्या बन जाय?

(१९) वह कौनसी सबसे छोटी वर्ग राशि है, जो १०, १६ और २४ से विभाज्य है?

(२०) एक रेजीमेएट में सिपाहियों की कम-से-कम क्या संख्या होनी चाहिए जिसमें १०, १५ वा २५ की पंक्तियाँ और ठोस वर्ग भी बन जावें?

१७२। दशमलव भिन्न का वर्गमूल निकालने की रीति—

दशमलव भिन्न के वर्गमूल निकालने में वही क्रिया की जाती है, जो पूर्ण राशि के वर्गमूल निकालने में। विन्दु रखने में पहला विन्दु इकाई के अङ्क पर रखना चाहिए या रखा हुआ कल्पना कर लेना चाहिए। वर्गमूल में दशमलव विन्दु पूर्णाङ्क भाग के वर्गमूल के पश्चात् ही रख देना चाहिए।

यह ज्ञात होगा कि यदि किसी दशमलव का वर्ग निकाला जाय, तो फल दशमलव स्थानों की संख्या सम होगी। इस कारण दशमलव भिन्न में (अपनी साधारण अवस्था में) वर्ग राशि होने के लिए दशमलव स्थानों की सम संख्या होनी चाहिए और वर्गमूल में दशमलव स्थानों की संख्या वर्ग संख्या से आधी होनी चाहिए।

यदि दी हुई दशमलव भिन्न पूरी वर्ग राशि न हो (जैसा सर्वदा होता है जबकि दशमलव अपनी साधारण अवस्था में दशमलव अङ्कों की विषम संख्या रखता हो), तो वर्गमूल अनन्त दशमलव होगा और वर्गमूल जितने दशमलव अङ्कों तक चाहें निकाला जा सकता है।

दशमलव के वर्गमूल निकालने में दशमलव अङ्कों की संख्या सम होनी चाहिए और यदि आवश्यकता हो तो शून्य बढ़ा देने चाहिए।

उदाहरण १। ११·९०२५ और ·५६२५ का वर्गमूल निकालो :—

११·९०२५ (३·४५, उत्तर।
९
६४) २९०
२५६
६८५) ३४२५
३४२५

·५६२५ (·७५, उत्तर।
४९
१४५) ७२५
७२५

उदाहरण २। ·०४५ का तीन दशमलव अङ्कों तक वर्गमूल निकालो:—

इसमें तीन दशमलव अङ्कों तक वर्गमूल निकालना है, इसलिए दी हुई संख्याओं में दशमलव अङ्क ६ बना लिए।

·०४५००० (·२१२..., उत्तर।
४
४१) ५०
४१
४२२) ९००
८४४
५६

उदाहरण ३। ३ का वर्गमूल दो दशमलव अङ्कों तक निकालो :—

३·०००० (१·७३..., उत्तर।
१
२७) २००
१८९
३४३) ११००
१०२९
७१

प्रश्नमाला १०९

इनका वर्गमूल निकालो—

(१) ११·५६। (२) ४·७०८९। (३) ३९·०६२५। (४) ८२·४४६४।

(५) ·००६४। (६) ·००५३२९। (७) १०८२·४१। (८) ५·७७४४०९।

(९) ·०००५३६१। (१०) ·०००२०२५। (११) २३६·१४४६८९।

(१२) ·८०४६०९ । (१३) ·०००००३४१८८०१ ।

(१४) १·००२००१ । (१५) ९३८७०३·०६९९१५६१ ।

इनका वर्गमूल ४ दशमलव अङ्कों तक निकालो—

(१६) ७६१·९ । (१७) १·७ । (१८) २३७·६१५ । (१९) ५ ।

(२०) ८७६·५३५ । (२१) ·१ । (२२) ·५ । (२३) २३·१ । (२४) ·९ ।

(२५) २० । (२६) ·०१६ । (२७) ·०००६४ । (२८) ७ । (२९) ६६ । (३०) १३ ।

१७३ । सामान्य भिन्न का वर्गमूल निकालने का नियम—

सामान्य भिन्न का वर्गमूल उसके अंश के वर्गमूल को उसके हर के वर्गमूल से भाग देने से प्राप्त होता है।

उदाहरण १ । $\sqrt{\frac{१६}{२५}}=\frac{\sqrt{१६}}{\sqrt{२५}}=\frac{४}{५}$ ।

उदाहरण २ । $\sqrt{२\frac{१}{४}}=\sqrt{\frac{९}{४}}=\frac{\sqrt{९}}{\sqrt{४}}=\frac{३}{२}=१\frac{१}{२}$ ।

उदाहरण ३ । $\sqrt{\frac{३}{४}}=\frac{\sqrt{३}}{\sqrt{४}}=\frac{१·७३...}{२}=·८६...$ ।

यदि हर पूरी वर्ग राशि न हो, तो यह सुगम होगा कि उसको गुणा देकर वर्ग राशि बना लिया जाय।

उदाहरण ४ । $\sqrt{\frac{१}{६}}=\sqrt{\frac{१\times ६}{६\times ६}}=\frac{\sqrt{६}}{\sqrt{३६}}=\frac{२·४४९...}{६}=·४०८...$ ।

उदाहरण ५ । $\sqrt{\frac{५}{१८}}=\sqrt{\frac{५\times २}{१८\times २}}=\frac{\sqrt{१०}}{\sqrt{३६}}=\frac{३·१६२२...}{६}=·५२७०...$ ।

सूचना—भिन्न का वर्गमूल, भिन्न की दशमलव में परिवर्त्तन करके फिर दशमलव का वर्गमूल निकालने से भी निकल सकता है।

प्रश्नमाला ११०

इनका वर्गमूल निकालो :—

(१) $\frac{१९६}{५६२५}$ । (२) $५५१३\frac{१}{१६}$ । (३) $३२\frac{३२}{४९}$ । (४) $१०१\frac{१}{४००}$ । (५) $\frac{८}{४\frac{१}{२}}$ ।

(६) $२·\dot{७}$ । (७) $२८·\dot{४}$ । (८) $३·३६\dot{१}$ । (९) $८·०२\dot{७}$ । (१०) $·०७\dot{१}$ ।

इनका वर्गमूल तीन दशमलव अङ्क तक निकालो—

(११) $\frac{७}{४}$ । (१२) $\frac{५}{७}$ । (१३) $\frac{२}{३}$ । (१४) $\frac{५}{८}$ । (१५) $\frac{७}{१२}$ ।

(१६) $\cdot\dot{३}$ । (१७) $\cdot४१\dot{६}$ । (१८) $\frac{१\cdot२३}{\cdot५}$ । (१९) $\frac{१}{२\cdot५}$ । (२०) $\frac{५\cdot०४}{\cdot०१२}$ ।

(२१) $\sqrt{(७५\frac{१}{९})} \times \sqrt{(१\cdot\dot{७})} \div \sqrt{(२\frac{३४}{८१})}$ को सरल करो ।

१७४ । जब वर्गमूल के अङ्कों की आधे से अधिक संख्या साधारण रीति से प्राप्त हो जाय, तो शेष अङ्क केवल भाग द्वारा प्राप्त हो सकते हैं ।

उदाहरण १ । ·१८९४७५२२५ का वर्गमूल निकालो :—

इसमें प्रथम के ३ अङ्क साधारण रीति से निकाल लेते हैं; शेष दो अङ्क भाग द्वारा निकालने के लिए उस वर्गमूल का दूना जो निकल आया है, भाजक बनाने के लिए ले लेते हैं, फिर पिछले शेषफल में ऊपर से एक अङ्क उतार लेते हैं और भाग देते हैं, फिर नये शेष में ऊपर से दूसरा अङ्क उतार लेते हैं और भाग देते हैं, भागफल जो इस भाँति निकलता है, वही मूल के शेष दो अङ्क हैं ।

```
      १८९४७/५२२५(१३७/६५, उत्तर ।
      १
     ----
२३)  ८९
     ६९
२६७) २०४७
     १८६९
    ------
२७४) १७८५ (६५
     १६४४
     -----
     १४१२
     १३७०
     -----
       ४२
```

सूचना—इस क्रिया से निस्सन्देह यह बात प्रतीत नहीं होती कि दी हुई राशि पूरी वर्ग राशि है वा नहीं; परन्तु यह क्रिया आगे की दशाओं में अति उपयोगी होती है ।

उदाहरण २। २ का वर्गमूल ७ दशमलव अङ्कों तक निकालो :—

इसमें वर्गमूल के ५ अङ्क साधारण रीति से निकाल लो और शेष ३ भाग द्वारा

```
                 २·(१·४१४/१३५..., उत्तर।
                 १
          २४)    १००
                 ९६
         २८१)    ४००
                 २८१
        २८२४)    ११९००
                 ११२९६
       २८२८२)    ६०४००
                 ५६५६४
      २८२८४)     ३८३६० (१३५
                 २८२८४
                 १००७६०
                 ८४८५२
                 १५९०८०
                 १४१४२०
                 १७६६०
```

प्रश्नमाला १११

इनका वर्गमूल ६ दशमलव अङ्कों तक निकालो—

(१) ५। (२) १७। (३) ७६१·९। (४) ·०००३८४१।
(५) $\frac{3}{5}$। (६) ३। (७) ·०७। (८) ·८५।
(९) ७९१९। (१०) $\frac{5}{6}$। (११) २७३·६१५। (१२) १·७।
(१३) $\frac{5}{7}$। (१४) २३·८३६९। (१५) ·०००९४३। (१६) १०।

तेतीसवाँ अध्याय

घनमूल

१७५। किसी राशि को उसके घन का 'घनमूल' कहते हैं; जैसे २ घन-मूल ८ का है, और ३ घनमूल २७ का।

किसी राशि का घनमूल इस चिह्न $\sqrt[3]{}$ द्वारा प्रकट किया जाता है जो उससे पहले लिखा जाता है; जैसे $\sqrt[3]{}$ ८, ८ का घनमूल अर्थात् २ प्रकट करता है।

उस राशि को, जिसका घनमूल पूर्ण राशि द्वारा व भिन्न द्वारा प्रकट किया जा सकता है, 'पूरी घन संख्या' कहते हैं।

१, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ के घन क्रम से
१, ८, २७, ६४, १२५, २१६, ३४३, ५१२, ७२९ हैं।

[यह फल कण्ठस्थ कर लेने चाहिये।]

१७६। किसी राशि के घनमूल निकालने की रीति नीचे लिखी जाती है।

उदाहरण १। १३८२४ का घनमूल निकालो।

क्रिया— १३८२४ (२४, उत्तर।

```
                      ८
२² × ३०० = १२००  |  ५८२४
२ × ३० × ४ =  २४०  |
       ४² =   १६  |
            ----- |
            १४५६  |  ५८२४
```

संख्या को प्रत्येक ३ अङ्कों के अंशों में बाँट लो, यही विन्दु संख्या घनमूल अङ्कों की संख्या है।

अब देखते हैं कि २ सबसे बड़ी संख्या है, जिसका घन प्रथम अंश से न्यून है, इसलिए यही घनमूल का पहला अङ्क है; २ के घन को प्रथम अंश में से घटाओ और शेष में दूसरे अंश को उतार लो।

फिर २ (अर्थात् घनमूल के प्रथम अङ्क) के वर्ग को ३०० से गुणा करो और गुणनफल १२०० रख दो, यह जाँच भाजक है: अब ५८२४ को (जाँच भाजक से) भाग देने से ४ भागफल आया, यह दूसरा अङ्क घनमूल का है। अब घनमूल के प्रथम अङ्क को ३० मे गुणा किया और इस गुणनफल को घनमूल के दूसरे अङ्क से गुणा करके इस फल को जाँच कर भाजक के नीचे रख दिया और इसके नीचे घनमूल के दूसरे अङ्क का वर्ग का रखा, इन तीनों के जोड़ने से ४५६ भाजक बन गया; फिर इसको मूल के दूसरे अङ्क से गुणा किया और गुणनफल को ५८२४ में से घटाया, जिसमें शेष कुछ न रहा; अन्त में २४ घनमूल १३८२४ का निकला।

यदि घनमूल में तीन वा तीन से अधिक अङ्क हों, तो ऊपर लिखी हुई क्रिया के अनुसार कार्य करते जाना चाहिए।

उदाहरण २। ३३०७६१६१ का घनमूल निकालो।

क्रिया— ३३०७६१६१ (३२१, उत्तर।

	२७
$३^२ \times ३००$ = २७००	६०७६
$३ \times ३० \times २$ = १८०	
$२^२$ = ४	
२८८४	५७६८
$३२^२ \times ३००$ = ३०७२००	३०८१६१
$३२ \times ३० \times १$ = ९६०	
$१^२$ = १	
३०८१६१	३०८१६१

सूचना—अनुच्छेद १७२, १७३ और १७४ में वर्गमूल की क्रिया के विषय में जो नियम दिये गये हैं, वे घनमूल की क्रिया में भी ठीक बठते हैं।

प्रश्नमाला ११२

इनका घनमूल निकालो—

(१) १३३१। (२) १५६२५। (३) ४६६५६। (४) ११०५९२।
(५) ११७६४९। (६) ३७३२४८। (७) २१९७। (८) १८५१९३।
(९) ७०४९६९। (१०) ९१२६७३। (११) १५०६९२२३।
(१२) १०५८२३८१७। (१३) ८४३६०८६२५। (१४) ८७३७२२८१६।
(१५) २१९३६५३२७७९१। (१६) १६७२८४१५१। (१७) ७३११८९१८७७२९।
(१८) १०९७०६४५०४८। (१९) ९३१६२९८१९४१०३७।
(२०) १३७१७४२१०८३६७६२६८९०२६०६३१।

१७७। दशमलव भिन्न में (अपनी साधारण अवस्था में) पूरी घन संख्या होने के लिए ३, ६, ९,...दशमलव स्थान होने चाहिए; अर्थात् इसमें दशमलव स्थानों की संख्या ३ का कोई अपवर्त्य होना चाहिए; यदि दशमलव स्थानों की संख्या ३ का अपवर्त्य न हो, तो घनमूल जितने दशमलव स्थानों तक निकालना चाहें, निकाल सकते हैं; दशमलव का घनमूल निकालने में दशमलव अङ्कों की संख्या ३ का कोई अपवर्त्य बना लेना चाहिए; इसमें यदि शून्य लगाने की आवश्यकता हो, तो लगा देना चाहिए।

सामान्य भिन्न का घनमूल उसके अंश के घनमूल को उसके हर के घनमूल से भाग देने से निकलता है।

प्रश्नमाला ११३

इनका घनमूल निकालो—

(१) १७·५७६। (२) १३२·६५१। (३) ·४९३०३९।
(४) ६९४८१·२०१। (५) १८·६०९६२५। (६) ·००७६४५३७३।
(७) ·८७६४६७४९३। (८) ·००१०३०३०१। (९) $\frac{६४}{३४३}$।
(१०) $\frac{७२९}{१४०६०८}$। (११) ४९$\frac{८}{२७}$। (१२) ७५५८$\frac{१९७}{५१२}$।
(१३) $\cdot\dot{०}३\dot{७}$। (१४) $१५८७\cdot\dot{९}६\dot{२}$। (१५) $३८४५\cdot\dot{२}९\dot{६}$।
(१६) ४६$\frac{८२}{१२५}$। (१७) २०$\frac{५१}{६४}$। (१८) $२\cdot\dot{३}७\dot{०}$।

इनका घनमूल ३ दशमलव अङ्कों तक निकालो—

(१९) ३·५३९। (२०) ११। (२१) २४। (२२) ७·५२। (२३) ·८।
(२४) ·२७। (२५) $\frac{१}{१०}$। (२६) $\frac{१}{५}$। (२७) ·००४७। (२८) ५$\frac{४}{९}$।

१७८। जब किसी संख्या के घनमूल के अङ्कों की कम-से-कम आधे से एक अधिक संख्या साधारण रीति से निकल आवे, तो मूल के शेष अङ्क केवल भाग की रीति से निकल सकते हैं।

सूचना—इस अवस्था में घनमूल के निकले हुए भाग के वर्ग के ३०० गुने को भाजक बना लेते हैं और शेष क्रिया इसी भाँति की जाती है, जैसी १७८ अनुच्छेद में है।

प्रश्नमाला ११४

इनका घनमूल ६ दशमलव अङ्कों तक प्राप्त करो—

(१) ३·५३९। (२) २४। (३) ७·५२।
(४) ·००२। (५) ·००३। (६) १८$\frac{७}{१३}$।

१७९। किसी राशि का चतुर्थ मूल उस राशि के वर्गमूल का वर्गमूल निकालने से प्राप्त होता है।

किसी राशि का छठा मूल उस राशि के वर्गमूल का घनमूल निकालने से प्राप्त होता है।

किसी राशि का नवाँ मूल उस राशि के घनमूल का घनमूल निकालने से प्राप्त होता है।

प्रश्नमाला ११५

इनका चतुर्थ मूल निकालो—

(१) २५६। (२) २३४२५६। (३) १६७९६१६। (४) १५७५·२९६१।

इनका छठा मूल निकालो—

(५) ५६१४४१। (६) ३०८·९१५७७६। (७) २४७९४९११२९६।

इनका नवाँ मूल निकालो—

(८) २६२१४४। (९) १९५३१२५। (१०) ३०००।

चौंतीसवाँ अध्याय

क्षेत्रफल निकालने की रीति

१८०। अङ्कगणित में केवल 'आयत' के क्षेत्रफल से काम पड़ता है।

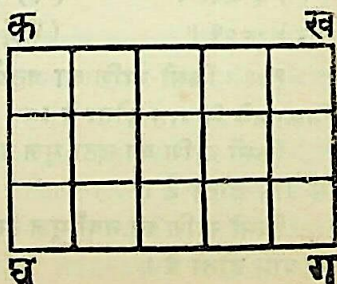
उदाहरण। साधारण कमरे का फ़र्श, छत और प्रत्येक भीत, काग़ज़ के ताव; वा सन्दूक़ का प्रत्येक तल, यह सब आयताकार धरातल होते हैं।

किसी आयत की लम्बाई-चौड़ाई को उसके 'परिमाण' कहते हैं।

१८१। 'धरातल की इकाई' वह वर्गक्षेत्र होता है जिसकी भुजा लम्बाई की इकाई होती है।

'क्षेत्र' वा 'धरातल' धरातल की इकाइयों की संख्या द्वारा; जो उसमें सम्मिलित होती हैं नापा जाता है; जिस प्रकार की लम्बाई, लम्बाई की इकाइयों की संख्या द्वारा, जो उनमें सम्मिलित होती है, नापी जाती है।

१८२। आयत का क्षेत्रफल निकालना।

कल्पना करो कि क ख ग घ एक आयत है, जिसकी लम्बाई क ख ५ मीटर और चौड़ाई क घ ३ मीटर है। यदि लम्बाई की इकाई १ मीटर हो, तो क ख की माप ५ और क घ की ३ है।

क ख और क घ को क्रम से ५ और ३ समान भागों में विभाग करो और भाग स्थान के विन्दुओं से क ख और क ख के समानान्तर रेखाएँ क्रम से खींचो; इस प्रकार आयत क ख ग घ, ५×३ समान वर्ग क्षत्रों में विभाग हो जाता है, जिनमें से प्रत्येक की एक भुजा १ मीटर लम्बी है।

अब इनमें से प्रत्येक वर्गक्षेत्र धरातल की इकाई है; इसलिए क ख ग घ आयत के क्षेत्रफल की माप (जो इन वर्गक्षेत्रों की संख्या के बराबर है) ५×३ वा १५ है।

∴ क ख ग घ का क्षेत्रफल = १५ वर्ग मीटर।

और नियम से किसी आयत में

क्षेत्रफल की माप = लम्बाई की माप × चौड़ाई की माप,

वा, अधिक संक्षेपता से;

क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई।

जिससे,

लम्बाई = क्षेत्रफल ÷ चौड़ाई;

चौड़ाई = क्षेत्रफल ÷ लम्बाई।

सूचना—एक वर्ग मीटर से अभिप्राय एक वर्गक्षेत्र है जिसकी एक भुजा एक मीटर हो।

"३ वर्ग मीटर" और "३ मीटर वर्ग" का अन्तर स्मरण रखना चाहिए। तीन वर्ग मीटर से वह क्षेत्रफल प्रकट होता है, जो एक वर्ग मीटर से तीन गुना बड़ा है। तीन मीटर वर्ग से उस वर्ग का क्षेत्रफल प्रकट होता है, जिसकी एक भुजा ३ मीटर है।

उदाहरण १। एक कमरे का फ़र्श का क्षेत्रफल बताओ, जिसकी लम्बाई १० मीटर ५० सें० मी०, चौड़ाई ६ मीटर ४० स० मी० है।

कमरे की लम्बाई = १०·५० मीटर

„ „ चौड़ाई = ६·४० मीटर

∴ „ का क्षेत्रफल = १०·५० × ६·४० वर्ग मीटर

= ६७·२० वर्ग मीटर।

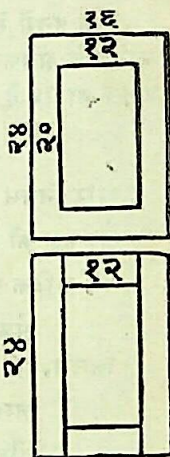
उदाहरण २ । एक आयताकार बग़ीचे के चारों ओर जो २४ मीटर लम्बा और १६ मीटर चौड़ा है, एक मार्ग लगातार २ मीटर चौड़ाई का उसके भीतर है; तो मार्ग का क्षेत्रफल निकालो ।

बग़ीचे का क्षेत्रफल = २४ × १६ वर्ग मीटर ।
= ३८४ वर्ग मीटर ।

मार्ग के कारण लम्बाई (२ + २) मीटर और चौड़ाई (२ + २) मीटर कम हो जाती है,

∴ भीतर के बग़ीचे की लम्बाई = २० मीटर,
और „ „ „ चौड़ाई = १२ मीटर;
∴ „ „ का क्षेत्रफल = २० × १२ व० मी०
= २४० व० मी०;

∴ मार्ग का क्षेत्रफल = (३८४ − २४०) व० मी०
= १४४ व० मी०

वा इस प्रकार है—
मार्ग की लम्बाई = (२४ × २ + १२ × २) मीटर
= ७२ मीटर,
∴ मार्ग का क्षेत्रफल = ७२ × २ व० मी०
= १४४ व० मी० ।

उदाहरण ३ । एक आँगन का क्षेत्रफल ४२·८८ वर्ग मीटर और लम्बाई ८ मीटर है; तो उसकी चौड़ाई बताओ ।

क्षेत्रफल = ४२·८८ वर्ग मीटर
लम्बाई = ८ मीटर;

∴ चौड़ाई = $\frac{४२·८८}{८}$ = ५·३६ मीटर ।

उदाहरण ४ । तीसरे उदाहरण में जो आँगन है, उसमें पत्थरों का फ़र्श कराने के लिए ·३२ मीटर लम्बे और ·२० मीटर चौड़े कितने पत्थरों की आवश्यकता होगी ?

आँगन का क्षेत्रफल = ४२·८८ वर्ग मीटर
एक पत्थर का क्षेत्रफल = ·३२ × ·२० वर्ग मीटर
= ·०६४० वर्ग मीटर

∴ पत्थरों की इष्ट संख्या $= \frac{४२\cdot८८}{\cdot०६४०} = ६७०$ ।

उदाहरण ५ । उदाहरण १ में १ रु० ५० पै० वर्ग मीटर की दर से चटाई लगाने का व्यय बताओ ।

क्रिया—व्यय $= ४२\cdot८८ \times १\cdot५०$ रु० ।

$= ६४$ रु० ३२ पै० ।

प्रश्नमाला ११६

नीचे लिखे परिमाण के आयतों का क्षेत्रफल निकालो :—

(१) लम्बाई १५ मीटर और चौड़ाई १२ मीटर ।

(२) लम्बाई २० मीटर और चौड़ाई १६ मीटर ।

(३) लम्बाई १३·६ मीटर और चौड़ाई ८·८ मीटर ।

(४) लम्बाई ९·१ मीटर और चौड़ाई ६·७ मीटर ।

(५) लम्बाई १०·७ मीटर और चौड़ाई ७·४ मीटर ।

(६) लम्बाई २९ मीटर और चौड़ाई २२ मीटर ।

उस कमरे की चौड़ाई बताओ जिसका—

(७) क्षेत्रफल $=$ ३६३ मीटर और लम्बाई $=$ ३३ मीटर ।

(८) क्षेत्रफल $=$ ९·२४ वर्ग मीटर और लम्बाई $=$ ३·३ मीटर ।

(९) क्षेत्रफल $=$ ५ एअर ५० वर्ग मीटर और लम्बाई $=$ ११ मीटर ।

(१०) क्षेत्रफल $=$ १ डेका एअर ५, एअर २५ वर्ग मीटर और लम्बाई $=$ ६१ मीटर ।

(११) एक वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल बताओ, जिसकी एक भुजा २३·५ मीटर है ।

(१२) एक वर्गाकार कमरे का क्षेत्रफल निकालो, जिसकी एक भुजा १३·५ मीटर है ।

(१३) एक वर्गाकार आँगन में, जिसकी एक भुजा २१ मीटर है, फ़र्श कराने में ७० सेंटी मीटर लम्बे और ३० सेंटी मीटर चौड़े कितने पत्थर के टुकड़े लगेंगे ?

(१४) एक कमरे का, जो २० मीटर लम्बा और १३·५ मीटर चौड़ा है, फ़र्श कराने में ५ मीटर लम्बे और ३ मीटर चौड़े कितने दरी के टुकड़े लगेंगे ?

(१५) एक कमरे में, जो ३·७२ मीटर लम्बा और २·२५ मीटर चौड़ा है, २० रु० प्रति वर्ग मीटर की दर से ग़लीचे का बिछौना कराने में क्या व्यय होगा ?

(१६) १५ पै० प्रत्येक वर्ग सें० मी० की दर से, ३६ सें० मी० लम्बे और ३० सें० मी० चौड़े सङ्गमरमर के टुकड़े को चिकना कराने में क्या दाम ख़र्च होंगे ?

(१७) एक कमरे के जो ७ मीटर लम्बा और ६ मीटर चौड़ा है, चारों ओर रङ्गीन किनारा ·७५ मीटर चौड़ा है; तो रङ्गीन भाग का क्षेत्रफल निकालो।

(१८) भूमि का एक आयताकार टुकड़ा ८८ मीटर लम्बा है और ४८·४० एअर उसमें भूमि है, उसके भीतर चारों ओर पगडण्डी २ मीटर चौड़ी बनी हुई है; तो पगडण्डी का क्षेत्रफल बताओ।

(१९) एक आयताकार बाग़ आधा किलो मीटर लम्बा और चौथाई किलो मीटर चौड़ा है, उसके चारों ओर २ मीटर चौड़ा एक रास्ता है, इस रास्ते का फ़र्श कराने में १ मीटर लम्बा और $\frac{1}{4}$ मीटर चौड़े कितने पत्थर लगेंगे ?

(२०) १०० मीटर लम्बे और ७५ मीटर चौड़े एक आयताकार बाग़ के भीतर चारों ओर १·७५ मीटर चौड़ा एक कंकड़ का रास्ता है; तो १ रु० २५ पै० वर्ग मीटर की दर से उनके बनाने का व्यय बताओ।

(२१) उस कमरे के लिए कितने वर्ग मीटर चटाई की आवश्यकता होगी, जो १०·५० मीटर लम्बा और ७·२० मीटर चौड़ा है; और २५ पै० प्रत्येक वर्ग मीटर की दर से उसमें क्या व्यय होगा ?

(२२) यदि एक आँगन के फ़र्श में ·६० मीटर वर्ग के १२०० पत्थर लगें, तो उसका क्षेत्रफल क्या है ?

(२३) ३३ पै० वर्ग मीटर की दर से ८ मीटर लम्बे कमरे में फ़र्श कराने में ६·६० रु० लगते हैं; तो कमरे की चौड़ाई बताओ।

(२४) एक बाग़ का बेलन १·३० मीटर चौड़ा है और उसका घेरा (परिधि) २·६० मीटर है, तो एक पूरा चक्कर करने में वह कितने वर्ग मीटर भूमि पर होकर जायगा ?

(२५) एक काग़ज़ ५० सें० मी० लम्बा और ४५ सें० मी० चौड़ा है; उसकी चौड़ाई कितनी कम की जावे कि उसका क्षेत्रफल २००० वर्ग सें० मी० रह जाय ?

(२६) एक तख़्ते में से, जो ५० सें० मी० चौड़ा है; कितना लम्बा टुकड़ा काटा जाय; कि क्षेत्रफल १ वर्ग मीटर हो जाय ?

(२७) एक मकान में १०० खिड़कियाँ हैं, जिनमें से ६० खिड़कियों में ८-८ शीशे लगे हैं और प्रत्येक शीशा २२·५ सें० मी० लम्बा, १५·०सें०मी० चौड़ा है, शेष खिड़कियों में प्रत्येक में १० शीशे प्रत्येक ६० सें० मी० वर्ग के लगे हैं; तो सम्पूर्ण शीशों पर १ रु० २० पै० वर्ग मीटर की दर से रङ्ग कराने का व्यय बताओ।

(२८) उस भूमि के टुकड़े की, जो १६ मीटर चौड़ा है, लम्बाई क्या होगी, जबकि वह उसी प्रकार के भूमि के टुकड़े से, जो २० मीटर लम्बा और २० मीटर चौड़ा है, बदला जा सकता है ?

(२९) उस वर्ग का क्षेत्रफल बताओ जिसकी चारों भुजाओं का योग उस आयत की चारों भुजाओं के योग के बराबर है, जिसकी लम्बाई ४८ मीटर है और लम्बाई, चौड़ाई से तीन गुनी है।

(३०) ५·७६ मीटर लम्बे और ४·१५ मीटर चौड़े पत्थर के कितने टुकड़ों की आवश्यकता होगी; यदि हम १२·४५ मीटर चौड़े रास्ते का फ़र्श उनका करावें, जो १३७·३१ मीटर लम्बे और १२५·७९ मीटर चौड़े आयताकार बाग़ को चारों ओर से घेरे हुए हैं ?

(३१) एक कमरा, जो भीतर से १४·५ मीटर लम्बा और ७·७५ मीटर चौड़ा है, जिसकी दीवार ·७५ मीटर मोटी है, एक ३·५ मीटर चौड़े बरामदे से घिरा हुआ है; इस बरामदे को खपरैल से पाटने का व्यय बताओ, प्रत्येक खपरैल ·७ मीटर लम्बी और ·१५ मीटर चौड़ी है, और प्रत्येक का मूल्य ३६ पै० है।

१८३। उदाहरण १। एक वर्ग की, जिसका क्षेत्रफल १३२२५ वर्ग सेंटी मीटर है, एक भुजा बताओ।

क्षेत्रफल = १३२२५ वर्ग सेंटी मीटर,

∴ भुजा की लम्बाई = $\sqrt{१३२२५}$ सें० मी० = ११५ सें० मी० = १·१५ मीटर।

उदाहरण २। एक आयताकार खेत का विकर्ण बताओ, जो १६ मीटर लम्बा और १२ मीटर चौड़ा है।

रेखागणित प्रथम पुस्तक साध्य ४७ से,

विकर्ण $= \sqrt{१६^२ + १२^२}$ मीटर $= \sqrt{२५६ + १४४}$ मीटर
$= \sqrt{४००}$ मीटर $=$ २० मीटर।

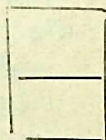
उदाहरण ३। एक कमरे की लम्बाई, चौड़ाई से दूनी है; उसका क्षेत्रफल २४२ वर्ग मीटर है, तो लम्बाई निकालो।

कुल कमरा २ समान वर्गों में विभाग किया जा सकता है जिसकी प्रत्येक भुजा कमरे की चौड़ाई के बराबर होगी।

प्रत्येक वर्ग का क्षेत्रफल = १२१ वर्ग मीटर;

∴ प्रत्येक वर्ग की भुजा $= \sqrt{१२१}$ मीटर = ११ मीटर;

∴ कमरे की चौड़ाई = ११ मीटर;

और कमरे की लम्बाई = २२ मीटर।

प्रश्नमाला ११७

(१) एक वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल ४८४ एअर है; तो उसकी एक भुजा बताओ।

(२) एक वर्गाकार कमरे का क्षेत्रफल ७५·६९ वर्ग मीटर है; तो उसकी प्रत्येक भुजा निकालो।

(३) एक वर्गाकार बाग़ को चारों ओर से घेरने के लिए कितने मीटर तार की आवश्यकता होगी, यदि बाग़ का क्षेत्रफल ७ हेक्टो एअर ८ डेका एअर ४ एअर हो?

(४) एक आयताकार खेत ४० मीटर लम्बा और ३० मीटर चौड़ा है; तो एक कोने से दूसरे कोने तक की दूरी बताओ।

(५) एक वर्ग की भुजा ४ मीटर है; उसका विकर्ण बताओ।

(६) एक वर्ग का क्षेत्रफल ९०० वर्ग मीटर है; उसका विकर्ण बताओ।

(७) एक कमरे के फ़र्श का क्षेत्रफल १६२ वर्ग मीटर है और लम्बाई, चौड़ाई से दूनी है; लम्बाई बताओ।

(८) एक आयताकार खेत की लम्बाई निकालो, जिसका क्षेत्रफल ७६८ वर्ग मीटर है और लम्बाई, चौड़ाई से तीन गुनी है।

(९) एक कमरे की लम्बाई चौड़ाई से ड्योढ़ी (१½ गुनी) है और उसका क्षेत्रफल ६९·३५ वर्ग मीटर है; तो भुजाओं का योगफल क्या होगा?

(१०) दो वर्गों की भुजाएँ क्रम से २७·९३ मीटर और २·८० मीटर है; उस वर्ग की भुजा क्या होगी, जिसका क्षेत्रफल दोनों वर्गों के क्षेत्रफलों के जोड़ के बराबर हो ?

१८४। किसी कमरे के फ़र्श पर ग़लीचा बिछाना और दीवारों को काग़ज़ से मढ़ना।

उदाहरण १। एक ९ मीटर लम्बे और ६ मीटर चौड़े कमरे के लिए ·९० मीटर चौड़ा कितना लम्बा ग़लीचा आवश्यक होगा ?

ग़लीचे का क्षेत्रफल जो बिछेगा वही होगा जो कमरे का है।

कमरे का क्षेत्रफल $=९\times६=५४$ वर्ग मीटर;

$\therefore$ ग़लीचे की इष्ट लम्बाई $=\frac{५४}{·९०}$ मीटर $=६०$ मीटर।

उदाहरण २। एक आयताकार कमरे की चारों दीवारों का क्षेत्रफल निकालो; कमरा ८ मीटर लम्बा, ६ मीटर चौड़ा और ४ मीटर ऊँचा है।

आयताकार कमरे की दीवारों का क्षेत्रफल लम्बाई और चौड़ाई के दो गुने को ऊँचाई से गुणा करने से प्राप्त होता है।

लम्बाई और चौड़ाई का दो गुना $=(८+६)\times२$ मीटर $=२८$ मीटर।

$\therefore$ चारों दीवारों का क्षेत्रफल $=२८\times४$ व० मीटर $=११२$ वर्ग मीटर।

मढ़ने के लिए जो काग़ज़ आवश्यक होगा, उसकी लम्बाई निकालने के लिए ऊपर के उदाहरण की रीति से क्रिया करो।

सूचना १—काग़ज़ की लम्बाई निकालने में दरवाज़े, खिड़की और अग्निस्थान, इत्यादि की कमी कर देनी चाहिए।

सूचना २—ग़लीचा वा काग़ज़ की लागत मिश्र गुणन द्वारा निकल सकती है।

प्रश्नमाला ११८

ग़लीचे की लम्बाई बताओ, जो नीचे लिखे परिमाणों के कमरों के लिए आवश्यक होगी:—

(१) कमरा ९ मीटर लम्बा, ५ मीटर चौड़ा; ग़लीचा १ मीटर ५० सें० मी० चौड़ा।

(२) कमरा ७ मीटर लम्बा, ४·५० मीटर चौड़ा; ग़लीचा ६० सें० मी० चौड़ा।

(३) कमरा ११·०६ मीटर लम्बा, ७·३८ मीटर चौड़ा; ग़लीचा १·२६ मीटर चौड़ा।

एक कमरे में ग़लीचा बिछवाने की लागत बताओ—

(४) जो ६ मीटर लम्बा और ३·५० मीटर चौड़ा है; ग़लीचा १ मीटर चौड़ा, दर २० रु० ५० पै० मीटर।

नीचे लिखे आयताकार कमरों की दीवारों का क्षेत्रफल निकालो :—

(५) लम्बाई ७ मीटर, चौड़ाई ५·५० मीटर, ऊँचाई ३ मीटर।

(६) लम्बाई ५·५० मीटर, चौड़ाई ४ मीटर, ऊँचाई ३ मीटर।

(७) लम्बाई ८ मीटर, चौड़ाई ५·५० मीटर, ऊँचाई ३·५० मीटर।

काग़ज़ की लम्बाई बताओ, जो नीचे लिखे कमरों की दीवारों के लिए आवश्यक होगी :—

(८) ८ मीटर लम्बा, ७ मीटर चौड़ा, ४ मीटर ऊँचा; काग़ज़ ४० सें० मी० चौड़ा।

(९) ५ मीटर लम्बा, ३ मीटर चौड़ा, २·५० मीटर ऊँचा; काग़ज़ ३० सें० मी० चौड़ा।

(१०) ९ मीटर लम्बा, ६ मीटर चौड़ा, ३·७५ मीटर ऊँचा; काग़ज़ ३६ सं० मी० चौड़ा; दो दरवाज़े २·२५ मीटर ऊँचे, १·६० मीटर चौड़े छोड़कर।

(११) ९ मीटर लम्बा, ६ मीटर चौड़ा, ३ मीटर ऊँचा; काग़ज़ २५ सें० मी० चौड़ा; एक दरवाज़ा २ मीटर ऊँचा, १ मीटर चौड़ा और एक खिड़की १ मीटर ऊँची और ७५ सें० मी० चौड़ी छोड़कर।

नीचे लिखे कमरों की दीवारों को, मढ़ने में जितना काग़ज़ लगेगा उसके क्या दाम होंगे :—

(१२) कमरे की लम्बाई ७ मीटर, चौड़ाई ५·५० मीटर, ऊँचाई ३ मीटर; काग़ज़ ४० सें० मी० चौड़ा दर ५० पै०।

(१३) कमरे की लम्बाई १७ मीटर, चौड़ाई १२ मीटर, ऊँचाई ६ मीटर; काग़ज़ ३६ सें० मी० चौड़ा, दर १·२० रु० मीटर।

(१४) कमरे की लम्बाई ६ मीटर, चौड़ाई ५ मीटर, ऊँचाई ३ मीटर; कागज़ ४० सें० मी० चौड़ा, दर १ रु० १५ पै०; ३ दरवाज़े प्रत्येक २ मीटर ऊँचा, १ मीटर चौड़ा; २ खिड़कियाँ प्रत्येक १ मीटर ऊँची, १ मीटर चौड़ी और एक अँगीठी २ मीटर ऊँची, १·५० मीटर चौड़ी छोड़कर।

(१५) दो फ़र्शों में, जो प्रत्येक ९ मीटर लम्बी और ७ मीटर चौड़ी हैं, ८० सें० मी० चौड़ी चटाई बिछवानी है; १०० मीटर चटाई में से कितनी चटाई बच रहेगी ?

(१६) एक वर्गाकार कमरा, जिसका फ़र्श १०·२४ वर्ग मीटर ३ मीटर ऊँचा है; उसकी छत और दीवारों पर २५ पै० वर्ग मीटर के हिसाब से सफ़ेदी कराने में क्या व्यय होगा।

(१७) एक कमरे में, जो १२ मीटर लम्बा और ८ मीटर चौड़ा है, ग़लीचे का फ़र्श कराने में ४०८ रु० व्यय पड़ते हैं, ग़लीचा १ मीटर चौड़ा है; ग़लीचे का मूल्य प्रति मीटर बताओ।

(१८) १० मीटर लम्बे और ८ मीटर चौड़े कमरे में ५० सें० मी० चौड़ा कागज़ २७ पै० प्रति मीटर के भाव का मढ़वाने में ४८·६० रु० ख़र्च पड़ते हैं, कमरे की ऊँचाई बताओ।

(१९) ६ मीटर लम्बे और ३·५० मीटर चौड़े कमरे में ६ रु० प्रति मीटर के भाव के ग़लीचे का फ़र्श कराने में १८० रु० ख़र्च पड़ते हैं; ग़लीचे की चौड़ाई बताओ।

(२०) यदि १ पै० का डाकख़ाने का टिकट २·४ सें० मी० लम्बा और २ सें० मी० चौड़ा हो, तो एक कमरे की दीवारों को जो ५ मीटर लम्बी, ४ मीटर चौड़ी और ३ मीटर ऊँची है, इन टिकटों से मढ़ने में क्या ख़र्च पड़ेगा ?

(२१) एक कमरा ८ मीटर लम्बा, ७ मीटर चौड़ा और ५ मीटर ऊँचा है, उसमें दो दरवाज़े प्रत्येक २·७५ मी० ऊँचा और १·८० मीटर चौड़ा है; इस कमरे को ८५ सें० मी० चौड़े कागज़ के टुकड़ों से मढ़ने में क्या ख़र्च पड़ेगा; एक टुकड़ा कागज़ का २ मीटर लम्बा है और ४ रुपये को आता है और एक टुकड़े के मढ़ने में २५ पै० लगते हैं।

(२२) एक बड़ा कमरा (हाल) जिसकी लम्बाई, चौड़ाई से तीन गुनी है, २·५० रु० प्रति वर्ग मीटर के हिसाब से चटाई का फ़र्श कराने में

७५० रु० लगते हैं, और दीवारों पर प्रति वर्ग मीटर २५ पै० के हिसाब से रङ्ग कराने में ९० रु० लगते हैं; कमरे की ऊँचाई बताओ।

(२३) एक हौज़ ३ मीटर लम्बा, २ मीटर चौड़ा और १ मीटर गहरा है, उसके भीतर की ओर शीशे की तह लगाने में क्या ख़र्च पड़ेगा; जब शीशा १ रु० प्रति किलो ग्राम हो और १ वर्ग मीटर शीशा तोल में २७ किलो ग्राम हो.?

(२४) एक कमरा ६ मीटर लम्बा, ४ मीटर चौड़ा और ३ मीटर ऊँचा है और उसमें एक दरवाज़ा २ मीटर ऊँचा, १.५० मीटर चौड़ा और ३ खिड़की प्रत्येक १ मीटर ऊँची, १ मीटर चौड़ी है। इस कमरे को १ मीटर चौड़े काग़ज़ से, जो ६० पै० प्रति मीटर आता है, मढ़वाने में क्या दाम लगेंगे? दीवारों में १ मीटर ऊँचे तक सफ़ेदी हो रही है, उस पर काग़ज़ नहीं मढ़ा जायगा।

(२५) एक तख़्ते का जो १ सें० मी० मोटा है, एक डिब्बा ढकनेदार बनाया गया। डिब्बा बाहर से १८ सें० मी० लम्बा, १२ सें० मी० चौड़ा और ९ सें० मी० ऊँचा है: उसमें कितने वर्ग सें० मी० तख़्ता लगा होगा?

(२६) एक कमरे की लम्बाई ११ मीटर है; उसकी दीवारों पर २.७५ रु० प्रति वर्ग मीटर के हिसाब से काग़ज़ मढ़वाने में ४६७.५० रु० लगते हैं और उसी का ४.५० रु० प्रति वर्ग मीटर के हिसाब से ग़लीचे का फ़र्श कराने में २९७ रु० उठते हैं; तो कमरे की ऊँचाई और चौड़ाई बताओ।

(२७) एक कमरे के अन्दर की छत पर और दीवारों पर बाहर-भीतर सफ़ेदी कराने का ख़र्च १० पै० प्रति वर्ग मीटर के हिसाब से बताओ। कमरा ७ मीटर लम्बा, ४ मीटर चौड़ा और ६ मीटर ऊँचा है और दीवारों की मोटाई ५० सें० मी० है और दीवारें बाहर की ओर १ मीटर अधिक ऊँची हैं।

पैंतीसवाँ अध्याय

घनफल निकालने की रीति

१८५। जिसमें लम्बाई, चौड़ाई और मोटाई वा ऊँचाई वा गहराई हो उसे 'घन' वा 'पिण्ड' कहते हैं। घन के ऊपरी भाग को 'पृष्ठ' वा

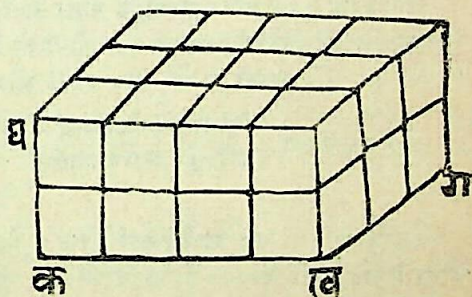
'भूमि' वा 'तल' कहते हैं। जिस घन में छः पृष्ठ हों और उसके सामने के दो-दो पृष्ठ समान्तर हों, उसे 'समान्तर भौमिक घन' कहते हैं। जिस समान्तर भौमिक घन के पृष्ठ समकोण चतुर्भुज वा आयत क्षेत्र हों, उसे 'समकोण समान्तर भौमिक घन' कहते हैं। जिस घन में लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई समान हों (अर्थात् जो छः समान वर्ग क्षेत्रों से घिरा हो), उसे 'समघन' वा 'क्यूब' कहते हैं।

उदाहरण। साधारण सन्दूक़, ईंट, समकोण समान्तर भौमिक घन हैं।

अङ्कगणित में केवल समकोण, 'समान्तर भौमिक घनों' के घनफलों पर विचार किया जाता है।

१८६। 'घन की इकाई' वह समघन होती है, जिसकी प्रत्येक भुजा लम्बाई की इकाई होती है। 'घन' वा 'पिण्ड', घन की इकाइयों की संख्या द्वारा जो उसमें होती है, मापा जाता है।

१८७। समकोण समान्तर भौमिक घन का घनफल निकालने का नियम—

कल्पना करो कि यह चित्र एक समकोण समान्तर भौमिक घन को प्रकाशित करता है, जिसकी लम्बाई क ख ४ मीटर, चौड़ाई ख ग ३ मीटर और मोटाई क घ २ मीटर है। क ख, ख ग,

क घ को क्रम से ४, ३, २ समान भागों में विभाग करो और विभाग-विन्दुओं से पृष्ठों के समान्तर सम धरातल खींचों; इस प्रकार घन बराबर टुकड़ों में बँट जायगा, जिनमें का प्रत्येक टुकड़ा एक घन मीटर होगा। और क्योंकि दो पर्तों में से प्रत्येक में ४ × ३ टुकड़े हैं, इसलिए कुल टुकड़े ४ × ३ × २ होंगे, अतएव घन में ४ × ३ × २ घन मीटर हैं।

∴ घन का घनफल = ४ × ३ × २ घन मीटर।

चूँकि घनफल की इकाई १ लिटर है जो कि एक घन डेसी मीटर के घनत्व के बराबर है।

इसलिये घन का घनफल = २४००० लिटर।

सूचना १ :—घनमीटर = १० हेक्टो लिटर।

और नियम से, किसी समकोण समान्तर भौमिक घन में,

घनफल की माप = लम्बाई की माप × चौड़ाई की माप × मोटाई की माप व अधिक संक्षेपता से—

घनफल = लम्बाई × चौड़ाई × मोटाई।

जिससे, मोटाई = घनफल ÷ (लम्बाई × चौड़ाई) इत्यादि।

उदाहरण १। एक पत्थर के टुकड़े का घनफल बताओ; जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और मोटाई क्रम से ३८ सें० मी०, २७ सें० मी० और १८ सें० मी० हो।

घनफल = ३८×२७×१८ घन सें० मी० = १८४६८ घन सें० मी० = १८·४६८ लिटर।

उदाहरण २। ६ मीटर लम्बी, ३ मीटर ऊँची और १ मीटर मोटी दीवार के लिए कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी। यदि प्रत्येक ईंट गारे सहित १२·५० सें० मी० लम्बी, ४ सें० मी० चौड़ी और २ सें० मीटर मोटी हो?

$$\text{ईंटों की संख्या} = \frac{\text{दीवार का घनफल}}{\text{प्रति ईंट का घनफल}} = \frac{६\times१००\times३\times१००\times१\times१००}{१२\cdot५०\times४\times२}$$

$$= १८००००।$$

उदाहरण ३। एक आयतकार हौज़ ६ मीटर लम्बा और ४ मीटर चौड़ा है जब उसमें ७२००० लिटर पानी हो, तो पानी की गहराई क्या होगी?

$$\text{गहराई} = \frac{\text{पानी का घनफल}}{\text{तली का क्षेत्रफल}} = \frac{७२}{६\times४} = ३ \text{ मीटर।}$$

उदाहरण ४। एक ढक्कन वाला सन्दूक़ १ सें० मी० मोटे तख़्ते का बनाना है; उसके भीतर के परिमाण ६० सें० मी०, ४५ सें० मी० और २७ सें० मी० रखने हैं तो कितने घन इञ्च लकड़ी की आवश्यकता होगी?

सन्दूक़ के बाहर के परिमाण=६२ सें० मी०, ४७ सें० मी० और २९ सें० मी० हैं।

∴ उसका बाहर का घनफल=६२×४७×२९ घन सें० मी०=८४५०६ घन सें० मी० और उसका भीतर का घनफल=६०×४५×२७ घन सें० मी० =७२९०० घन सें० मी०।

∴ सन्दूक़ के लिए जो लकड़ी आवश्यक होगी, उसका घनफल= (८४५०६ – ७२९००) घन सें० मी०=११६०६ घन सें० मी०=११·६०६ लिटर।

तख़्ते का क्षेत्रफल, घनफल को तख़्तों की मोटाई से भाग देने से निकल सकता है।

प्रश्नमाला ११९

समकोण समान्तर भौमिक घनों के घनफल, जिनके परिमाण नीचे दिये हुए हैं, निकालो—

(१) १० मीटर, ८ मीटर, ५ मीटर। (२) ७$\frac{1}{5}$ मीटर, ५$\frac{1}{4}$ मीटर, ४$\frac{2}{3}$ मीटर।

(३) ९ मीटर, ७ मीटर, २·५० मीटर।

(४) ५·२५ मीटर, ३ मीटर, ०·५० मीटर।

(५) ७·२५ मीटर, ६·४० मीटर, ३ मीटर।

(६) उस समघन का घनफल, जिसकी एक भुजा १·५० मीटर है क्या होगा?

(७) एक जलपात्र २ मीटर लम्बा, १ मीटर चौड़ा, ·७५ मीटर गहरा कितने किलो ग्राम पानी से भरेगा, जबकि एक घन सें० मी० पानी का बोझ १ ग्राम हो?

(८) कितनी ईंटें प्रत्येक ३० सें० मी०, १८ सें० मी०, १२ सें० मी० परिमाण की एक दीवार के लिए आवश्यक होंगी, जो २२ मीटर लम्बी, २·८८ मीटर ऊँची और ९० सें० मी० मोटी है और जिसमें एक दरवाज़ा २·१६ मीटर ऊँचा और १·४४ मीटर चौड़ा छोड़ा जाय?

(९) ३० मीटर लम्बे, २५ मीटर चौड़े और १० मीटर गहरे हौज़ में से ५ लिटर पानी से भरनेवाले कितने डोल भरे जा सकते हैं?

(१०) एक चहबच्चा १६ मीटर, १२ मीटर, १० मीटर परिमाण का एक नल से जो प्रति मिनट ४० घन मीटर पानी डालता है, कितने समय में भर जायगा?

(११) १००० घन मीटर लोहे से २ मीटर लम्बी, १ मीटर चौड़ी और ·५० मीटर मोटी कितनी चद्दरें बन सकती हैं ?

(१२) ताँबे की २७ चद्दरों का बोझ, जो प्रत्येक २ मीटर लम्बी, १·५० मीटर चौड़ी और ·६० मीटर मोटी हैं; बताओ जब कि एक घन सें० मी० ताँबे का बोझ ८·९२ ग्राम होता है।

(१३) २ घन सें० मी० सोने में ५ सें० मी० वर्ग की एक चद्दर बनाई गई; तो चद्दर की मोटाई १ सें० मीटर के दशमलव में निकालो।

(१४) एक हौज़ में, जो ३ मीटर वर्ग है, पानी जा रहा है; कितने घन मीटर पानी जा चुकेगा, जबकि पानी की गहराई १·५० मीटर हो जावे ?

(१५) एक ३ मीटर लम्बे, २·५० मीटर चौड़े चहबच्चे में पानी है, पानी आधी १ सें० मी० नीचा करने के लिए कितने घन सें० मी० पानी निकालना चाहिए ?

(१६) एक कमरे में, जो १३ मीटर लम्बा और ८ मीटर चौड़ा है, १०० मनुष्य रहते हैं; यदि प्रत्येक मनुष्य के लिए ७·२८ घन मीटर हवा आवश्यक हो, तो कमरे की ऊँचाई क्या होना चाहिए ?

(१७) एक पत्थर के टुकड़े में से, जो ५० सें० मी० चौड़ा और ३० सें० मी० मोटा है, कितना लम्बा टुकड़ा काटा जाय कि वह टुकड़ा १२००० घन सें० मी० हो ?

(१८) १७६० मीटर लम्बी, २ मीटर चौड़ी और १·५० मीटर गहरी नहर खुदवाने की लागत १·२५ रु० प्रति घन मीटर के हिसाब से बताओ।

(१९) एक झील जिसका क्षेत्रफल ६० हेक्टो एअर है, १५ सें० मी० मोटी बर्फ़ से ढकी हुई है। यदि एक घन सें० मी० बर्फ़ का बोझ ·९९ ग्राम हो; तो कुल का बोझ किलो ग्राम में निकालो।

(२०) एक ३ मीटर ऊँचे कमरे में ५४ घन मीटर हवा है, उसमें दरी का फ़र्श कराने का ख़र्च ९ रुपया प्रति वर्ग मीटर की दर से क्या होगा ?

(२१) एक वर्गाकार कमरे में, जो ४ मीटर ऊँचा है, ४० घन मीटर हवा है; उसकी दीवारों को ८० सें० मी० चौड़े काग़ज़ से मढ़वाने के लिए कितने मीटर काग़ज़ की आवश्यकता होगी ?

(२२) एक ठोस ढेर में जिसका परिमाण १५ मीटर, ६ मीटर, ५·२५ मीटर है, १२५००० ईंटें, प्रत्येक ३० सें० मी० लम्बी और ९ सें० मी० मोटी हैं, प्रत्येक ईंट की चौड़ाई बताओ।

(२३) एक धरती का टुकड़ा १०० मीटर लम्बा और ७५ मीटर चौड़ा है; तो कितने सम गहराई तक वह खोदा जाय कि निकली हुई मिट्टी से २५००० घन मीटर का एक पुश्ता बन जाय, जबकि मिट्टी खुदने से घनफल में $\frac{१}{६}$ बढ़ जाती है ?

(२४) एक सन्दूक़ (ढक्कनदार) १$\frac{१}{२}$ सें० मी० मोटे तख़्ते का बना हुआ है; उसके बाहर का परिमाण ४८ सें० मी०, ४२ सें० मी० और २७ सें० मी० है; यदि एक घन सें० मी० लकड़ी ·५ ग्राम तोल में हो, तो सन्दूक़ का बोझ बताओ।

(२५) एक कमरे की छत में १६ सागौन की कड़ियाँ हैं, जो प्रत्येक ३·२४ मीटर लम्बी ९ सें० मी० चौड़ी और १५ सें० मी० मोटी हैं; यदि एक घन सें० मी० सागौन की तोल एक घन सें० मी० पानी की तोल का ·७० हो और यदि एक घन सें० मी० पानी की तोल १ ग्राम हो; तो कुल कड़ियों का बोझ बताओ।

(२६) एक काग अपनी प्यास बुझाने को एक बरतन पर बैठा जिसमें ७५६ घन सें० मी० पानी था। चोंच न पहुँचने के कारण वह प्रत्येक ३ घन सें० मी० घनफल की कंकड़ी बरतन में डालता रहा, यहाँ तक कि पानी बरतन के किनारों तक आ गया; यदि बरतन में कुल १८३६ घन सें० मी० पानी आता हो; तो बताओ काग ने कितनी कंकड़ियाँ डालीं।

(२७) एक हौज़ ५ मीटर लम्बा और ३ मीटर चौड़ा है; यदि उसमें ७५००० लिटर पानी आता हो; तो उसकी गहराई क्या होगी ?

(२८) एक आयताकार गढ़ २०० मीटर लम्बा और १५० मीटर चौड़ा है; उसके चारों ओर एक खाई खुदवानी है, जिसकी दीवारें लम्ब रूप में होंगी और जो ९ मीटर चौड़ी, ३ मीटर गहरी होंगी; उसके खुदवाने की लागत १·७५ रु० प्रति मीटर के हिसाब से क्या होगी ?

(२९) एक ७ मीटर लम्बे और ४$\frac{१}{२}$ मीटर चौड़े कमरे के चारों ओर $\frac{१}{२}$ मीटर मोटी और ४$\frac{२}{३}$ मीटर ऊँची दीवारें हैं; उनमें दो दरवाज़े प्रत्येक १$\frac{१}{२}$ मीटर चौड़ा और २ मीटर ऊँचा और एक खिड़की १ मीटर

चौड़ी $१\frac{१}{२}$ मीटर ऊँची है। (१) दीवारें बनाने की लागत १२ रु० प्रति घन मीटर की दर से बताओ और (२) बताओ उनके लिए कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी, यदि प्रत्येक ईंट $\frac{१}{४}$ मीटर लम्बी $\frac{१}{६}$ मीटर चौड़ी और $\frac{१}{१२}$ मीटर मोटी हो।

छत्तीसवाँ अध्याय

ऐकिक नियम

१८८। जब कुछ वस्तुओं का मूल्य, तोल वा लम्बाई इत्यादि, मालूम हो; तो मिश्र भाग द्वारा उनमें से एक वस्तु का मूल्य तोल वा लम्बाई इत्यादि निकाली जा सकती है और यदि एक वस्तु का मूल्य, तोल वा लम्बाई इत्यादि मालूम हो, तो मिश्र गुणन द्वारा उसी प्रकार की कई वस्तुओं का मूल्य, तोल और लम्बाई इत्यादि निकाली जा सकती है।

पूर्वलिखित दो नियमों द्वारा प्रश्न के उत्तर निकालने की रीति को ऐकिक नियम कहते हैं। नीचे के उदाहरणों से यह रीति भली-भाँति विदित होगी :—

१८९। उदाहरण १। यदि ९ वस्तुओं का मूल्य ३६ रु० हो, तो एक वस्तु का क्या मूल्य होगा ?

∵ ९ वस्तुओं का मूल्य $=$ ३६ रु०;

∴ १ वस्तु „ „ $= \frac{३६}{९}$ रु०,

$=$ ४ रु०, उत्तर।

उदाहरण २। यदि १ किलो ग्राम चाय ९ रु० ५० पै० की हो, तो ८ किलो ग्राम के मूल्य बताओ।

∵ १ किलो ग्राम चाय का मोल $=$ ९ रु० ५० पै०,

∴ ८ किलो ग्राम „ „ $=$ (९ रु० ५० पै०) $\times$ ८

$=$ ७६·०० रु०, उत्तर।

प्रश्नमाला १२०

(१) यदि ७ वस्तुओं का मूल्य २·१० रु० हो, तो एक वस्तु का मूल्य बताओ।

(२) यदि ६० किलो ग्राम गेहूँ ३० रु० के हों, तो १ किलो ग्राम कितने के होंगे ?

(३) यदि ७$\frac{१}{२}$ मीटर कपड़ा ४५ रु० का हो; तो १ मीटर का मूल्य क्या होगा ?

(४) यदि बराबर की १६ बोरी चावलों का बोझ १४९२ किलो ग्राम हो, तो एक बोरी का बोझ बताओ ।

(५) यदि एक कपड़े की लम्बाई, जिसका मूल्य २० रु० है, १२ मीटर हो; तो वैसे ही कपड़े की क्या लम्बाई होगी, जिसका मूल्य १ रुपया है ?

(६) यदि १६ एअर धरती का लगान ६६·०४ रु० हो; तो १ एअर का क्या लगान होगा ?

(७) यदि २०० रु० पर आयकर ८ रु० हो, तो १ रु० पर क्या होगा ?

(८) यदि एक कुर्सी का मूल्य २७·५० रु० हो; तो १३ कुर्सियों का क्या मूल्य होगा ?

(९) यदि १ किलो ग्राम खाँड़ १·०५ रु० की हो; तो १० किलो ग्राम खाँड़ का क्या मूल्य होगा ?

(१०) यदि १ बैल ३ एअर १ दिन में जोत सकता हो; तो ११ बैल १ दिन में कितने एअर जोतेंगे ?

(११) यदि १ मनुष्य १ घण्टे में ३$\frac{३}{४}$ मील चलता है; तो ९$\frac{१}{४}$ घण्टे में वह कितनी दूर जा सकता है ?

(१२) एक नौकर को प्रति सप्ताह १०·५० रु० मिलते हैं; तो ७ सप्ताह में उसे क्या मिलेगा ?

(१३) यदि रेल का भाड़ा प्रति किलो मीटर ४ पै० हो; तो २४ किलो मीटर का क्या भाड़ा होगा ?

(१४) यदि एक ४० किलो ग्राम बोझ का भाड़ा १५० किलो मीटर का २ रु० हो, तो इतनी ही दूरी का ४५० किलो ग्राम का क्या भाड़ा होगा ?

उदाहरण ३ । यदि ५ मनुष्य १ काम को ३ दिन में कर सकते हों; तो १ मनुष्य को उसके करने में कितना समय लगेगा ?

∵ ५ मनुष्य उस काम को ३ दिन में कर सकते हैं,

∴ १ मनुष्य ,, ,, ,, (३×५) दिन में कर सकते हैं,

अर्थात् १५ दिन, उत्तर ।

उदाहरण ४। यदि एक मनुष्य एक काम को २१ दिन में कर सकता हो; तो उसी काम को ३ मनुष्य कितने दिन में करेंगे ?

∵ १ मनुष्य उस काम को २१ दिन में कर सकता है,

∴ ३ मनुष्य „ „ को $\frac{२१}{३}$ दिन में कर सकते हैं,

अर्थात् ७ दिन, उत्तर।

सूचना—ऐसे प्रश्नों में जैसे दो ऊपर दिये गये हैं इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि काम करने वालों की संख्या में अधिकता होने से दिनों की संख्या में न्यूनता होती है और विपरीति अवस्था में इसके विपरीति नियम होता है।

प्रश्नमाला १२१

(१) यदि १० मनुष्य एक काम को ३ दिन में कर सकते हों; तो एक मनुष्य को उसके करने में कितना समय लगेगा ?

(२) यदि १२ मनुष्य एक काम को ५ दिन में पूरा करें; तो एक मनुष्य उसको कितने दिन में पूरा कर लेगा ?

(३) यदि ११२ किलो ग्राम चावल ९ मनुष्यों के लिए ३० दिन को हों; तो एक मनुष्य के लिए वह कितने दिनों को होंगे ?

(४) यदि ३००० किलो ग्राम १०० किलो मीटर, ३ रु० में पहुँचाये जा सकें: तो इतने ही दामों में १०० किलो ग्राम कितने किलो मीटर पहुँचाया जा सकता है ?

(५) यदि १३ एअर धरती का लगान ७ मास के लिए कुछ रुपये हों; तो उतने ही रुपयों में एक एअर धरती कितने मासों के लिए लगान पर ली जा सकती है ?

(६) यदि एक मनुष्य एक काम को ३०$\frac{१}{२}$ दिन में कर सकता हो; तो ९ मनुष्यों को उस काम के करने में कितना समय लगेगा ?

(७) यदि २८० किलो ग्राम दाना २८ घोड़ों को १ सप्ताह के लिए हो सके; तो कितने घोड़ों को वह ४ सप्ताह के लिए हो सकेगा ?

(८) यदि एक मनुष्य एक खेत को १८ दिन में काटे; तो ४ मनुष्य उसको कितने दिन में काटेंगे ?

(९) एक जहाज़ ५५ दिन में एक सामुद्रिक यात्रा प्रति घण्टे १ किलो मीटर के हिसाब से करता है, तो उसी यात्रा में उसे कितने दिन लगेंगे, यदि वह प्रति घण्टे ५ किलो मीटर चले ?

(१०) यदि ५६ किलो ग्राम बोझ कुछ रुपये में १ किलो मीटर जा सकता हो; तो उतने ही रुपये में १४ किलो मीटर कितना बोझ जा सकेगा ?

(११) यदि १८ घोड़े एक खेत को १५ दिन में जोत लें; तो १ दिन में उसको कितने घोड़े जोतेंगे ?

(१२) यदि १८ घोड़े एक खेत को १५ दिन में जोत लें; तो कितने दिनों में उसे एक घोड़ा जोतेगा ?

(१३) यदि एक घोड़ा २५ रु० में ८ दिन रखा जा सके, तो उतने ही रुपयों में ४ घोड़े कितने दिनों तक रखे जा सकते हैं ?

१९० । ऊपर के प्रश्नों में से प्रत्येक का उत्तर निकालने में केवल गुणन वा भाग करने की आवश्यकता होती है; नीचे के प्रश्नों में दोनों कार्यों की आवश्यकता होगी ।

उदाहरण १ । यदि ३ मीटर कपड़ा ४·५० रु० का हो, तो ३५ मीटर कितने का होगा ?

∵ ३ मीटर का मूल्य $=$ ४·५० रु०,
∴ १ मीटर ,, ,, $=$ ४·५० $\times \frac{1}{3}$ रु०,
∴ ३५ मीटर ,, ,, $=$ ४·५० $\times \frac{1}{3} \times$ ३५ रु०,
$=$ ५२·५० रु०, उत्तर ।

सूचना—३५ से गुणा करने में उत्पादकों द्वारा गुणन करने की रीति को काम में लाना चाहिए ।

उदाहरण २ । १७ किलो ग्राम खाँड़ के मूल्य क्या होंगे; जब ८ किलो ग्राम खाँड़ ८·४८ रु० की हो ?

∵ ८ किलो ग्राम का मूल्य $=$ ८·४८ रु०
∴ १ किलो ग्राम ,, ,, $=$ ८·४८ रु० $\times \frac{1}{8}$,
∴ ९ किलो ग्राम ,, ,, $=$ ८·४८ रु० $\times \frac{9}{8}$,
$=$ ९·५४ रु०,
∴ १७ किलो ग्राम ,, ,, $=$ १८·०२ रु० (जोड़ने से) ।

यहाँ पर १७ से गुणन इस कारण नहीं किया गया, कि १७ के उत्पादक नहीं हो सकते ।

उदाहरण ३। यदि ५ किलो ग्राम गेहूँ २·५० रु० के हों; तो ४·०० रु० के कितने आवेंगे ?

२·५० रु० = २५० पै०,

४ रु० = ४०० पै०,

∵ २५० पै० मूल्य ५ किलो ग्राम का है,

∴ ५० पै० „ १ „ „ ;

∴ ४०० पै० „ ८ „ „ उत्तर।

जिस विधि का इस उदाहरण में प्रयोग किया है उसको अच्छे प्रकार ध्यान में रखना चाहिए; इसमें ५० पै० का इकाई की भाँति प्रयोग हुआ है, जो २५० पै० और ४०० पै० दोनों में सम्मिलित है।

उदाहरण ४। यदि किसी सम्पत्ति के $\frac{३}{४}$ का मूल्य ९० रु० हो, तो उसके $\frac{२}{३}$ का क्या मूल्य होगा ?

∵ सम्पत्ति के $\frac{३}{४}$ का मूल्य ९० रु० है,

∴ सम्पत्ति का मूल्य ९० रु० $\times \frac{४}{३}$ है;

∴ सम्पत्ति के $\frac{२}{३}$ का मूल्य ९० रु० $\times \frac{४}{३} \times \frac{२}{३}$ वा ८० रु० है, उत्तर।

प्रश्नमाला १२२

(१) यदि ३० बैल ८१० रु० के हों; तो ७७ बैलों के क्या मूल्य होंगे ?

(२) यदि ५ किलो ग्राम का मूल्य ६·२५ रु० हो; तो १६ किलो ग्राम का क्या मूल्य होगा ?

(३) २१ मीटर कपड़े का मूल्य बताओ; जब ४४ मीटर ३३ रु० का हो।

(४) यदि कपड़े के ७ थान ३५० रु० के हों; तो १३ थान कितने के होंगे ?

(५) यदि १३ रिम काग़ज़ का मूल्य १३० रु० हो, तो २१ रिम का क्या मूल्य होगा ?

(६) यदि २३ किताबों का मूल्य ३५·८८ रु० हो; तो ३१ किताबों का क्या मूल्य होगा ?

(७) यदि ६० अण्डे ११·४० रु० के हों, तो ४५·६० रु० के कितने अण्डे आवेंगे ?

(८) १·०८ रु० दर्जन के भाव से ४·३२ रु० की कितनी नारङ्गियाँ आवेंगी ?

(९) यदि ४ किलो ग्राम का मूल्य ३ रु० हो; तो २२४० किलो ग्राम के क्या मूल्य होंगे ?

(१०) यदि ३५ भेड़ों से १० किलो ग्राम ऊन उत्पन्न हो; तो ६३ भेड़ों से कितनी ऊन उत्पन्न होगी ?

(११) यदि ४२ मनुष्यों को एक दिन के काम के ५२·५० रु० मिलें; तो ११२ मनुष्यों को क्या मिलेगा ?

(१२) यदि रेल का १०० किलो मीटर का किराया २·६० रु० हो; तो २७५ किलो मीटर का क्या किराया होगा ?

(१३) यदि ८ मनुष्यों का भोजन १४ रु० में हो सके; तो ३५ रु० में कितने मनुष्यों का भोजन हो सकेगा ?

(१४) ३६ पैसे प्रति ग्रौस के भाव से ६०० आलपीनों का क्या मूल्य होगा ?

(१५) यदि ७$\frac{३}{४}$ किलो ग्राम के दाम २·४० रु० हों; तो ६२० किलो ग्राम का क्या मूल्य होगा ?

(१६) यदि $\frac{३}{४}$ किलो ग्राम का मूल्य ३·७५ रु० हो; तो ३$\frac{३}{४}$ किलो ग्राम का क्या मूल्य होगा ?

(१७) यदि किसी सम्पत्ति के $\frac{३}{७}$ का मूल्य २७०० रु० हो; तो उस सम्पत्ति के $\frac{५}{८}$ का क्या मूल्य होगा ?

(१८) यदि किसी जहाज़ के असबाब के $\frac{७}{२४}$ का मूल्य ७१४७ रु० हो; तो उसके $\frac{२}{३}$ का क्या मूल्य होगा ?

(१९) किसी जहाज़ के ·३७५ के मालिक ने अपने भाग का $\frac{२}{३}$, ५०४० रु० को बेच डाला; तो उसी भाव से जहाज़ के ·८७५ का मूल्य बताओ।

(२०) एक मनुष्य के धन का $\frac{१}{५}$ नष्ट हो गया और फिर शेष का $\frac{२}{३}$ उसने खर्च किया, तत्पश्चात् १२० रु० उसके पास रह गये; तो कितना रुपया उसका नष्ट हुआ था ?

(२१) एक धनपात्र एक सम्पत्ति के $\frac{३}{१४}$ का मालिक था; उसने अपने भाग के $\frac{५}{१६}$ का $\frac{२}{७}$, २४१·२५ रु० में बेच दिया; तो उसी हिसाब से उस सम्पत्ति के $\frac{३}{१६}$ का ·२ कितने में बिकेगा ?

(२२) यदि कोई मनुष्य ३ दिन में ७२ किलो मीटर चले; तो २१६ किलो मीटर कितने दिन में चलेगा ?

(२३) यदि ३४ एकड़ धरती का लगान २१·२४ रु० हो; तो ५१ एकड़ का क्या लगान होगा ?

(२४) एक चाकर की मज़दूरी प्रति वर्ष ४१६ रु० है, तो ७ सप्ताह में उसे क्या मिलेगा ? (१ वर्ष =५२ सप्ताह ।)

(२५) एक मनुष्य की वार्षिक प्राप्ति ४०८८ रु० की है; बताओ १५ दिन में उसे क्या मिलता है । (१ वर्ष=३६५ दिन ।)

(२६) यदि २५० ग्राम का मूल्य ७ रु० हो; तो ७५० ग्राम का क्या मूल्य होगा ?

(२७) यदि १५ किलो ग्राम का मूल्य १३·५० रु० हो; तो १० किलो ग्राम का क्या मूल्य होगा ?

(२८) एक आलुओं की बोरी तोल में ८९ किलो ग्राम है, यदि ऐसी ६ बोरियों का मूल्य १०१·४६ रु० हों; तो २२ किलो ग्राम आलुओं का क्या मूल्य होगा ?

(२९) यदि २७ एकड़ में ३ घोड़ों के लिए घास उत्पन्न होती है; तो १६ घोड़ों के लिए कितने एकड़ घास की आवश्यकता होगी ?

(३०) यदि २५ किलो ग्राम का किराया ५०० किलो मीटर के लिए १०·५० रु० हो; तो उतनी ही दूर ८·४० रु० में कितना बोझ जा सकता है ?

(३१) यदि एक धरती के एक टुकड़े से जो ३७५ रु० का है, ७·५० रु० की आय हो; तो उस धरती का क्या मूल्य होगा जिससे आय १८·७५ रु० की हो ?

(३२) यदि १४० एकड़ ७ दिन में कट जाय, तो ५०० एकड़ के काटने में कितना समय लगेगा ?

(३३) यदि ३५० रु० में ९ किलो ग्राम बोझ हो; तो ८७५ रुपये में कितने किलो ग्राम बोझ होगा ?

(३४) एक नियत समय में एक नगर की मनुष्य-संख्या ७८९६० से ८२९०८ हो गई; तो बताओ कि उसी समय में उसी हिसाब से उस नगर में कितने मनुष्य बढ़ जायेंगे; जिसकी मनुष्य-संख्या ९२३६० है ।

(३५) एक मनुष्य एक घण्टे में ६ किलो मीटर चलता है, तो एक मिनट में कितने मीटर चलता है ?

(३६) एक रेलगाड़ी १½ घण्टे में ३६ किलो मीटर जाती है; तो उसकी प्रति मिनट की चाल बताओ ।

(३७) एक डाकगाड़ी एक मनुष्य से जो १ सेकण्ड में २ मीटर चलता है, १० गुनी चलती है; तो एक घण्टे में गाड़ी कितने किलो मीटर जाती है।

(३८) यदि ८ घोड़े उतना खाते हों जितना ६ बैल; तो २० घोड़ों के बराबर कितने बैल खावेंगे ?

(३९) यदि ४ मनुष्य उतना काम करें जितना ६ लड़के, तो १८ लड़कों का काम कितने मनुष्य करेंगे ?

(४०) यदि ७ घोड़े और ५ बैलों का मूल्य ५३०० रु० हो और एक बैल २२० रु० का हो; तो एक घोड़े का मूल्य बताओ।

(४१) यदि ८ घोड़े और २० भेड़ें २६० एअर की घास कुछ समय में खाते हों; तो १० घोड़े और २४ भेड़ें उतने ही समय में कितने एअर की घास खायेंगे, जब यह बात समझ ली जाय कि एक घोड़ा ४ भेड़ों के बराबर खाता है ?

(४२) यदि १५ कुर्सी और २ मेज़ों का मूल्य ४०० रुपया हो, तो १२ कुर्सी और ३ मेज़ों का मूल्य बताओ, जब १० कुर्सियों का मूल्य ४ मेज़ों के मोल के बराबर हो।

(४३) यदि ४ मनुष्यों का वेतन उतना हो जितना ५ स्त्रियों का; तो ८ स्त्रियों को एक दिन में क्या मिलेगा; जब १० मनुष्यों को प्रति दिन १५ रु० मिलते हों ?

उदाहरण ६। यदि ३५ मनुष्य एक काम को ८ दिन में पूरा करें, तो कितने आदमी उसको १० दिन में पूरा करेंगे ?

∵ ८ दिन में उस काम को ३५ मनुष्य करते हैं.

∴ २ ,, ,, ३५×४ ,, ,, ,,

∴ १० ,, ,, $\frac{३५\times४}{५}$,, ,, ,,

वा २८ मनुष्य, उत्तर।

उदाहरण ७। यदि पेनीवाली रोटी की तोल १२ औंस हो जब गेहूँ का भाव ४ पौंड प्रति कार्टर है, तो बताओ उस समय वह रोटी कितनी तोल में होगी जब गेहूँओं का भाव ४ पौंड १६ शि० प्रति कार्टर हो।

४ पौंड = ८० शि०, ४ पौं० १६ शि० = ९६ शि०

∵ जब गेहूँ ८० शि० प्रति कार्टर है, तो रोटी तोल में १२ औंस है;

∴ ,, १६ शि० ,, ,, ,, (१२×५) औंस हैं;

∴ ,, ९६ शि० ,, ,, ,, $\frac{१२\times५}{६}$ औंस है

वा १० औंस, उत्तर।

उदाहरण ८। एक गढ़ में १२०० मनुष्यों को ६० दिन के लिए खाद्य सामग्री है, यदि १५ दिन पश्चात् ३०० मनुष्य गढ़ छोड़कर चले जावें, तो शेष खाद्य सामग्री शेष मनुष्यों को कितने दिन की होगी ?

शेष सामग्री १२०० मनुष्यों को ४५ दिन के लिए होगी,

∴ शेष सामग्री ३०० मनुष्यों को (४५ × ४) दिन के लिए होगी,

∴ शेष सामग्री ९०० मनुष्यों को $\frac{४५ \times ४}{३}$ दिन के लिए;

वा ६० दिन के लिए होगी, उत्तर।

प्रश्नमाला १२३

(१) यदि ९ मनुष्य एक खेत को ४ दिन में काट सकते हों, तो उसी खेत को ६ मनुष्य कितने दिन में काट लेंगे ?

(२) यदि १२ घोड़े एक खेत को ७ दिन में जोत सकते हों, तो १४ घोड़े उसको कितने दिन में जोत लेंगे।

(३) यदि १६ मनुष्य एक काम को ५ दिन में कर लेवें, तो १० मनुष्य उसको कितने दिन में पूरा करेंगे ?

(४) यदि २५ मनुष्य एक खेत को १२ दिन में काट लेवें, तो २० दिन में उसे कितने आदमी काट लेंगे ?

(५) यदि ८४० किलो ग्राम, १५ घोड़ों का ८ दिन का दाना हो, तो कितने घोड़ों का वह १२ दिन का दाना हो सकेगा ?

(६) यदि २८ किलो ग्राम बोझ कुछ रुपयों में ५० किलो मीटर जा सके, तो उतने ही रुपयों में कितना बोझ १२५ किलो मीटर जा सकता है ?

(७) यदि १६ एकर का लगान ९ मास का १० रु० हो, तो उतने ही रुपयों में ३६ एकर धरती कितने मास के लिए उठाई जा सकती है ?

(८) एक मनुष्य ६ किलो मीटर घण्टे की चाल से कलकत्ते से हुगली ६ घण्टों में पहुँचता है, तो बताओ यदि वह सवार होकर १२ किलो मीटर प्रति घण्टे के हिसाब से जावे, तो उसे कितना समय लगेगा ?

(९) एक गढ़ में १२०० मनुष्यों को ७५ दिन के लिए खाद्य सामग्री है, तो बताओ कितने दिनों को वह खाद्य सामग्री हो जायगी, यदि गढ़ के मनुष्यों की संख्या ५०० रह जाय।

(१०) एक गढ़ में ४ सप्ताह के लिए ५०० ग्राम प्रति दिन प्रति मनुष्य के हिसाब से खाद्य सामग्री रख दी गई है, यदि केवल ४०० ग्राम प्रति मनुष्य प्रति दिन दिया जावे, तो कितने दिनों तक गढ़वाले उसको चला सकते हैं ?

(११) एक गढ़ में १००० मनुष्यों के लिए ७० दिन को खाद्य सामग्री उपस्थित है; यदि २० दिन पश्चात् २०० मनुष्य और बढ़ा दिये जावें, तो शेष खाद्य सामग्री कितने दिन को होगी ?

(१२) यदि ७ मनुष्य एक खेत की घास को प्रति दिन १० घण्टा काम करके ७ दिन में काटें, तो वह कितने घण्टे प्रति दिन अधिक काम करें कि घास ५ दिन में कट जाय ?

(१३) यदि मैं ३०० रु० ८ मास के लिए ऋण लूँ, तो कितने समय के लिए मुझे ४०० रुपये बदले में ऋण देने चाहिए ?

(१४) यदि एक कमरे में बिछाने के लिए २७$\frac{1}{2}$ मीटर दरी की, जो ३० सें० मी० चौड़ी है, आवश्यकता हो, तो उसी कमरे के लिए २० सें० मी० चौड़ी दरी कितने मीटर लगेगी ?

प्रश्नमाला १२४

(१) यदि ३० किलो ग्राम नाज ६ घोड़ों के लिए ४ दिन की होवे, तो कितने घोड़ों के लिए वह १२ दिन को होगा ?

(२) यदि ३० किलो ग्राम नाज ६ घोड़ों के लिए ८ दिन को हो; तो उतने ही समय को कितने घोड़ों के लिए २५ किलो ग्राम होगा ?

(३) यदि ३० किलो ग्राम नाज ६ घोड़ों के लिए ४ दिन को हो, तो कितने दिनों के लिए वह ८ घोड़ों को होगा ?

(४) यदि ३० किलो ग्राम नाज ६ घोड़ों के लिए ४ दिन को हो, तो कितने दिनों के लिए ५२$\frac{1}{2}$ किलो ग्राम नाज उतने ही घोड़ों को होगा ?

(५) यदि ३० किलो ग्राम नाज ६ घोड़ों के लिए ४ दिन को हो, तो कितने किलो ग्राम नाज १० घोड़ों को उतने ही समय को होगा ?

(६) यदि ३० किलो ग्राम नाज ६ घोड़ों के लिए ४ दिन को हो, तो कितने किलो ग्राम नाज उतने ही घोड़ों के लिए ६ दिन को होगा ?

(७) यदि २० मनुष्य २४५ एकर खेत को ४० घण्टे में काट लेवें, तो कितने घण्टों में ३५ मनुष्य उसी खेत को काटेंगे ?

(८) यदि २० मनुष्य २४५ एकर खेत को ४० घण्टे में काट लेवें, तो कितने मनुष्य उसी खेत को २५ घण्टे में काट लेवेंगे ?

(९) यदि २० मनुष्य २४५ एकर खेत को ४० घण्टे में काट लेवें तो कितने एकर ३५ मनुष्य उसी समय में काट लेवेंगे ?

(१०) यदि २० मनुष्य ४४५ एकर खेत को ४० घण्टे में काट लेवें; तो उसी समय में ६१२·५० एकर का खेत कितने मनुष्य काट लेवेंगे ?

(११) यदि २० मनुष्य २४५ एकर खेत को ४० घण्टे में काट लेवें, तो कितने एकर ज़मीन को वे ५० घण्टे में काट लेवेंगे ?

(१२) यदि २० मनुष्य २४० एकर खेत को ४० घण्टे में काट लेवें, तो कितने घण्टों में वे ३२० एकर खेत को काटेंगे ?

(१३) जब चावलों का भाव २४ रु० का ४० किलो ग्राम है, तो कितने मनुष्यों का उतने ही रुपयों से भोजन हो सकता है, जितने से ६० मनुष्यों का; जब चावल २० रु० प्रति ४० किलो ग्राम के हों, होता है ?

(१४) यदि १ किलो ग्राम मैदा के मूल्य ५० पै० हों, जब गेहूँ ४० पै० किलो ग्राम के हैं; तो १ किलो ग्राम गेहूँ का क्या मूल्य होगा, जब १ किलो ग्राम मैदा ६० पै० की हो ?

(१५) कितने मीटर कपड़ा २·२५ रु० मीटर के भाव का ३० मीटर कपड़े के बदले में देना चाहिए, जो १·७५ मीटर का है ?

(१६) एक २० मीटर चौड़े धरती के टुकड़े की लम्बाई बताओ, जो एक ४० मीटर लम्बे और ३० मीटर चौड़े धरती के टुकड़े के बदले में देना चाहिए।

(१७) यदि ३ किलो ग्राम चाय के उतने ही मूल्य हों जितने ३७ किलो ग्राम खाँड़ के, तो कितनी चाय २५ किलो ग्राम खाँड़ के बदले में देनी चाहिए?

(१८) एक कलाल ने १० बोतल ब्रांडी ३६ लिटर एल के बदले में ली, एल ३·५० रु० प्रति लिटर के भाव की है; तो बताओ कि ब्रांडी प्रति बोतल किस भाव की थी।

(१६) एक मनुष्य ने एक काम को २० दिन में पूरा करने का ठेका लिया और १६ मनुष्य उस काम पर लगा दिये, १२ दिन पीछे काम केवल आधा हुआ: तो कितने मनुष्य और बढ़ा दिये जावें कि काम नियत समय में पूरा हो जाय ?

(२०) कलकत्ता के एक व्यापारी ने लन्दन से ६५० पौं० की वस्तुएँ मंगाईं; जिन पर १० पौंड किराये के दिये । यदि १ रु०, १ शि० ६ पें० के बराबर हो, तो उस वस्तु को जो उसने १ शि० में लन्दन के कारीगर से क्रय की है, यहाँ कितने में बेचे कि कुल लागत पर उसको ५० पौं० लाभ हो ?

(२१) यदि कुछ मैदा १२ औंस प्रति दिन प्रति मनुष्य के हिसाब से ३६ मनुष्यों को १५ दिन को होवे, तो प्रत्येक मनुष्य को कितने औंस मैदा प्रति दिवस मिलेगी, जबकि उतनी ही मैदा ४२ मनुष्यों को उतने ही दिन के लिए दी जाय ।

(२२) जब नाज का भाव ४८ पै० किलो ग्राम का है, तो कितने घोड़े उतने ही रुपये में रखे जा सकते हैं, जितने में २० घोड़े, जब नाज का भाव ३६ पै० किलो ग्राम का था, रखे जाते थे ?

उदाहरण ६ । यदि १० मनुष्य एक काम को ७ घण्टे प्रति दिन काम करके १२ दिन में पूरा कर सकते हों, तो ६ मनुष्य कितने घण्टे प्रति दिन काम करें कि वह काम १४ दिन में समाप्त हो जावे ?

∵ १० मनुष्य उस काम को (१२×७) घण्टे में कर सकते हैं;

∴ २ ,, ,, (१२×७×५) ,, ,, ;

∴ ६ ,, ,, ($\frac{१२\times७\times५}{३}$,, ,, ;

∴ उस काम को १४ दिन में समाप्त करने के लिए $\frac{१२\times७\times५}{१४\times३}$ घण्टे वा १० घण्टे प्रति दिन काम करना चाहिए ।

उदाहरण १० । यदि कुछ मनुष्य एक खाई को, जो २१० मीटर लम्बी ३ मीटर चौड़ी और २ मीटर गहरी है, ११ घण्टे प्रति दिन काम करके ५ दिन में खोद सकते हों, तो वे उस खाई को जो ४२० मीटर लम्बी

६ मीटर चौड़ी और ३ मीटर गहरी है, १० घण्टे प्रति दिन काम करके कितने दिन में खोद लेंगे ?

(२१० × ३ × २) घन मीटर ५५ घण्टे में खोदते हैं:

∴ १ ,, $\frac{५५}{२१० × ३ × २}$ घण्टे में खोदते हैं,

∴ (४२० × ६ × ३) ,, $\frac{५५ × ४२० × ६ × ३}{२१० × ३ × २}$ घण्टे में खोदते हैं,

वा ३३० घण्टे में खोदते हैं;

∴ इष्ट दिनों की संख्या = $\frac{३३०}{१०}$ = ३३।

उदाहरण ११। यदि ८ बैल वा ६ घोड़े एक खेत की घास को १० दिन में खा लेवें, तो कितने दिनों में ५ बैल और ४ घोड़े उसी खेत की घास को खा लेवेंगे ?

∵ ८ बैल उतनी ही घास खाते हैं जितनी ६ घोड़े,

∴ १ ,, ,, ,, खाता है ,, $\frac{६}{८}$ घोड़े,

∴ ५ ,, ,, ,, खाते हैं ,, $\frac{६ × ५}{८}$ घोड़े, वा $\frac{१५}{४}$ घोड़े,

∴ ५ बैल और ४ घोड़े उतनी ही घास खाते हैं जितनी ($\frac{१५}{४}$ + ४) घोड़े वा $\frac{३१}{४}$ घोड़े।

अब ∵ ६ घोड़े उस घास को १० दिन में खाते हैं,

∴ १ घोड़ा ,, ,, १० × ६ दिन में खावेगा;

∴ $\frac{३१}{४}$ घोड़े ,, ,, $\frac{१० × ६ × ४}{३१}$ वा $७\frac{२३}{३१}$ दिन में खावेंगे।

प्रश्नमाला १२५

(१) यदि ५ मनुष्य एक काम को ७ घण्टे प्रति दिन काम करके ८ दिन में समाप्त कर सकते हों, तो कितने मनुष्य उस काम को १० घण्टे प्रति दिन काम करके $४\frac{२}{३}$ दिन में समाप्त करेंगे ?

(२) यदि ९ मनुष्य एक काम को १० घण्टे प्रति दिन काम करके ७ दिन में समाप्त कर सकते हों; तो ६ मनुष्य प्रति दिन कितने घण्टे काम करें कि वह काम ३० दिन में समाप्त हो जावे ?

(३) यदि १२ मनुष्य एक काम को ७ घण्टे प्रति दिन काम करके ८ दिन में समाप्त कर सकते हों, तो १० मनुष्य उसी काम को ६ घण्टे प्रति दिन काम करके कितने दिनों में समाप्त करेंगे ?

(४) यदि २० राज एक भीत ५० मीटर लम्बी, २ मीटर मोटी और १४ मीटर ऊँची ३६ दिन में बनावें, तो ५५ मीटर लम्बी, ४ मीटर मोटी और १६ मीटर ऊँची भीत को वे कितने दिनों में बनावेंगे ?

(५) यदि २० मनुष्य एक खाईं को जो १०० मीटर लम्बी, ५ मीटर चौड़ी और ३ मीटर गहरी है, ३ दिन में खोदें, तो १५० मीटर लम्बी, ६ मीटर चौड़ी, २ मीटर गहरी खाईं को उतने ही समय में कितने आदमी खोदेंगे ?

(६) यदि ५ मनुष्य एक आयताकार खेत को जो २०० मीटर लम्बा, ५० मीटर चौड़ा है, ६ दिन में काटलें, जबकि वे १० घण्टे प्रति दिन काम करें, तो वे एक एक दूसरे खेत को जो ३०० मीटर लम्बा, ४० मीटर चौड़ा है, ८ घण्टे प्रति दिन काम करके कितने दिनों में काट लेंगे ?

(७) यदि ६ मनुष्य वा ८ लड़के एक काम को १८ दिन में कर सकते हों, तो ३ मनुष्य और ५ लड़के उसको कितने दिनों में करेंगे ?

(८) यदि ५५ मनुष्य वा ७ स्त्रियाँ वा ९ लड़के एक खाईं को १५ दिन में खोद सकते हैं, तो एक मनुष्य, एक स्त्री और एक लड़का मिलकर उसको कितने दिनों में खोदेंगे ?

(९) चार मनुष्य एक समय में उतना ही काम करते हैं जितना ६ लड़के, एक काम के करने में जिसमें २० मनुष्य और १५ लड़के लगाये गये थे २५ दिन लगे। यदि उसी काम पर १५ मनुष्य और २० लड़के लगाये जावें, तो वह कितने दिनों में समाप्त होगा ?

(१०) यदि १० गैस की लालटेनों में जो प्रति सन्ध्या ४ घण्टे, १५ दिन तक जलाई जाती हैं, ३ रु० की गैस जले, तो उतने ही रुपये की गैस में १२ गैस की लालटेनें कितने दिन तक जल सकती हैं; जबकि लालटेनें प्रति सन्ध्या ५ घण्टे जलाई जावें ?

(११) यदि एक चटाई के टुकड़े का मूल्य जो ३·२५ मीटर लम्बा और १·५० मीटर चौड़ा है, ७·८० रु० हो, तो उसी भाँति के उस चटाई के टुकड़े के क्या मूल्य होंगे जो ४ मीटर लम्बा और २·५० मीटर चौड़ा है ?

(१२) यदि एक पुस्तक की छपाई में जिसमें २५० पृष्ठ हैं और प्रति पृष्ठ में २१ पंक्तियाँ और प्रति पंक्ति में १० शब्द, १२५ रु० लगते हैं, तो

उस पुस्तक की छपाई में क्या लगेगा; जिसमें ३०० पृष्ठ हों और प्रति पृष्ठ में १४ पंक्तियाँ और प्रति पंक्ति में ८ शब्द हों ?

(१३) यदि ८ मनुष्यों को ७ घण्टे प्रति दिन काम करने से एक काम के समाप्त करने में १२ दिन लगते हों, तो १४ लड़कों को ६ घण्टे प्रति दिन काम करने से उसी काम को समाप्त करने में कितने दिन लगेंगे, जब कि एक मनुष्य का काम २ लड़कों के काम के बराबर होता है ?

(१४) यदि ८ घोड़े और २० भेड़ों को एक मास तक चराने में १०० रु० व्यय होते हों, तो ६ घोड़े और ५० भेड़ों को एक मास तक चराने में कितना व्यय होगा, जब यह ज्ञात हो, कि २ घोड़े उतना खाते हैं जितना १५ भेड़ें ?

देवाला, कर इत्यादि

१६१ । उदाहरण १ । एक देवालिये को ७२४० रु० देने हैं और उसके पास ५४३० रु० का माल है; तो बताओ कि वह रुपये में कितना चुका सकता है ।

∵ ७२४० रु० के बदले में वह ५४३० रु० दे सकता है,

∴ १ रु० ,, ,, $\frac{५४३०}{७२४०}$ रु० वा $\frac{३}{४}$ रु०,

वा ·७५ रु० दे सकता है,

∴ वह रुपये में ७५ पैसे चुका सकता है ।

उदाहरण २ । एक देवालिए पर ३७२० रु० का ऋण है और वह १ रु० में ९० पै० चुकाता है, तो उसके पास कितनी सम्पत्ति है ?

∵ वह १ रु० में ९० पै० चुकाता है,

∴ ३७२० रु० में (३७२० × ९०) पै० चुकाता है;

∴ उसके पास सम्पत्ति (३७२० × ९०) पै० वा ३३४८ रु० हैं ।

उदाहरण ३ । एक मनुष्य रुपये में ५ पै० के हिसाब से १२५ रु० कर देता है; तो उसकी प्राप्ति क्या है ?

१२५. रु० = १२५०० पै० ।

∵ वह ५ पै०, १ रु० में देता है,

∴ १२५०० पै०, २५०० रु० में देता है,

∴ उसकी २५०० रु० की प्राप्ति है ।

उदाहरण ४। एक मनुष्य के पास प्रति रु० ६ पै० के हिसाब से कर देने के पश्चात् ९४० रु० बच रहते हैं, तो उसकी कुल प्राप्ति क्या है ?

∵ उसके पास ९४ पै० १ रु० में बच रहता है,

∴ „ १ पै० $\frac{१}{९४}$ रु० „ „

∴ „ (९४०×१००) पै० $\frac{१ \times ९४०}{९४} \times १००$ रु० = वा १००० रु० में बच रहता है.

∴ उसकी कुल प्राप्ति १००० रु० की है।

उदाहरण ५। एक मनुष्य अपनी प्राप्ति के $\frac{२}{३}$ भाग पर रु० में ६ पै० के हिसाब से कर देता है, तो अपनी कुल प्राप्ति पर प्रति रुपया क्या कर देता है ?

वह अपनी प्राप्ति के $\frac{२}{३}$ पर ६ पै० रु० में देता है, अर्थात् वह अपनी प्राप्ति के $\frac{२}{३}$ का $\frac{६}{१००}$ देता है, वह अपनी प्राप्ति का $\frac{१}{२५}$, परन्तु १ रु० का $\frac{१}{२५}$ = ४ पै०; ∴ वह अपनी कुल प्राप्ति पर १ रु० में ४ पै० के हिसाब से कर देता है।

उदाहरण ६। जब कर रुपये में ५ पै० है, एक मनुष्य को २० रु० उस समय से अधिक देना पड़ता है, जब कर रुपये में ४ पै० था; तो उसकी प्राप्ति क्या है ?

∵ कर का अन्तर १ पै० है, जब प्राप्ति १ रु० है;

∴ „ „ (२०×१००) पै० „ (२०×१००) रु०;

वा २००० रु० है,

∴ उसकी प्राप्ति २००० रु० की है।

प्रश्नमाला १२६

(१) एक रुपया में ५ पै० के हिसाब से ३६०० रु० पर क्या कर होगा ?

(२) जब कि पेरिस में एक ३७६८ रु० की सम्पत्ति हो, तो १ रु० में १२ पै० के हिसाब से अनाथालय का चन्दा क्या होगा ?

(३) ५५०० रु० की आय पर रुपये में ६ पै० की दर से सड़क की चुङ्गी क्या होगी ?

(४) एक देवालिए को ७८८० रु० देने हैं और उसके पास ४९६४·४० रु० का माल है, तो वह रुपये में क्या चुका सकता है ?

(५) एक देवालिए के पास ६१३१ रु० की पूँजी है और ३०६५५ रु० का उस पर ऋण है, तो १ रु० में वह क्या चुका सकता है ?

(६) यदि किसी मनुष्य को ७५० रुपया की आय पर २२·५० रु० इन्कम्-टैक्स देना पड़ता है; तो प्रति रु० उसको क्या देना पड़ता है ?

(७) एक देवालिए को ३७६८ रु० देने हैं और वह रुपये में ७८ पै० चुका सकता है; तो उसके पास कितने की सम्पत्ति है ?

(८) एक देवालिए के पास २६०० रु० का माल है और वह १ रु० में ६५ पै० चुकाता है; तो उसको कितना धन देना है ?

(९) एक मनुष्य को रुपये में १ पै० के हिसाब से कर के ४० रु० देने पड़ते हैं: तो उसकी आय बताओ।

(१०) एक मनुष्य के पास रुपये में ५ पै० के हिसाब से कर देने के पश्चात् २८५० रु० शेष रह जाते हैं; तो उसकी कुल आय क्या है ?

(११) एक मनुष्य अपनी आय के $\frac{3}{4}$ पर रुपये में ४ पै० के हिसाब से कर देता है; तो कुल आय पर प्रति रुपया क्या देता है ?

(१२) एक मनुष्य अपनी आय के $\frac{3}{5}$ पर रु० में ५ पै० के हिसाब से कर देता है; तो वह कुल आय का कौनसा भाग कर में देता है ?

(१३) जब कर १ रु० में ९ पै० के हिसाब से है, तो १ मनुष्य को १२० रु० उस समय से कम देने पड़ते हैं; जब १ रु० में कर १२ पै० था; तो उसकी क्या प्राप्ति है ?

(१४) जब कर १ रु० में ७ पै० है, तो १ मनुष्य को १२० रु० उस समय से अधिक देने पड़ते हैं, जब कर ५ पै० प्रति रुपया था; तो उसकी प्राप्ति बताओ।

कार्य-सम्बन्धी प्रश्न जो किसी नियत समय में किया जाय

१९२। उदाहरण १। क एक काम को ७ दिन में कर सकता है और ख उसको ९ दिन में; तो क और ख को मिलकर उस काम के करने में कितना समय लगेगा ?

∵ क उस काम को ७ दिन में कर सकता है,

∴ क उस काम का $\frac{1}{7}$, १ दिन में कर सकता है,

∵ ख उस काम को ९ दिन में कर सकता है,
∴ ख उस काम का $\frac{1}{9}$, १ दिन में कर सकता है,
∴ क और ख उस काम के $(\frac{1}{7}+\frac{1}{9})$ को १ दिन में कर सकते हैं;
∴ ,, ,, ,, $\frac{16}{63}$,, ,, ,, ,, ,,
∴ ,, ,, कुल काम को $\frac{63}{16}$ दिन में कर सकते हैं;
∴ इष्ट समय $=\frac{63}{16}$ दिन $=3\frac{15}{16}$ दिन।

उदाहरण २। क और ख मिलकर एक काम को ५ दिन में कर सकते हैं और क अकेला उसको ८ दिन में, तो ख को अकेले उस काम के करने में कितना समय लगेगा ?

∵ क और ख उस काम को ५ दिन में कर सकते हैं:
∴ वे उस काम के $\frac{1}{5}$ को १ दिन में कर सकते हैं:
∴ क अकेला उस काम को ८ दिन में कर सकता है:
∴ वह उस काम के $\frac{1}{8}$ को १ दिन में कर सकता है:
∴ ख अकेला उस काम के $(\frac{1}{5}-\frac{1}{8})$ को एक दिन में कर सकता है;
अर्थात् ख अकेला उस काम के $\frac{3}{40}$ को १ दिन में कर सकता है:
∴ ख कुल काम को $\frac{40}{3}$ दिन में १३$\frac{1}{3}$ दिन में कर सकेगा, उत्तर।

उदाहरण ३। एक बरतन एक नल द्वारा २५ मिनट में भर सकता है और वह दूसरे नल से २० मिनट में खाली हो सकता है, यदि दोनों नलों को, जबकि बरतन भरा हो, खोल दिया जाय: तो कितनी देर में बरतन खाली हो जायगा ?

पहला नल बरतन के $\frac{1}{25}$ को १ मिनट में भरता है;
दूसरा नल बरतन के $\frac{1}{20}$ को १ मिनट में खाली करता है:
∴ जब दोनों नल खोले जाते हैं,
बरतन का $(\frac{1}{20}-\frac{1}{25})$ १ मिनट में खाली हो जाता है;
अर्थात् कुल बरतन का $\frac{1}{100}$,, ,, ,, ,, ;
∴ कुल बरतन १०० मिनट में खाली हो जायगा।

उदाहरण ४। क और ख एक काम को ५ घण्टे में कर सकते हैं, क और ग उसको ४ घण्टे में और ख और ग उसको ३$\frac{1}{3}$ घण्टे में, तो क अकेला उसको कितने समय में कर लेगा ?

क और ख $\frac{1}{5}$ को १ घण्टे में कर सकते हैं;
क और ग $\frac{1}{4}$,, १ ,, ,, ,, ,
∴ दो मनुष्य क के समान ताक़तवाले ख और ग $\frac{1}{5}+\frac{1}{4}$ को एक घण्टे में कर सकते हैं;

परन्तु ख और ग $\frac{२}{७}$ को १ घण्टे में करते हैं;

∴ दो मनुष्य क के समान ताक़तवाले $\frac{१}{५}+\frac{१}{४}-\frac{२}{७}$ को १ घण्टे में कर सकते हैं वा $\frac{२३}{१४०}$ को एक घण्टे में;

∴ क $\frac{२३}{२८०}$ को एक घण्टे में कर सकता है;

∴ क $\frac{२८०}{२३}$ घण्टे वा १२$\frac{४}{२३}$ घण्टे में कुल काम को अकेला कर सकता है।

उदाहरण ५। क ने एक काम का $\frac{४}{५}$ भाग, २० दिन में किया; फिर उसने ख को बुलाया और दोनों ने उस काम को ३ दिन में समाप्त कर लिया, तो बताओ कि ख को अकेले कुल काम के करने में कितना समय लगता।

∵ क उस काम का $\frac{४}{५}$ भाग २० दिन में करता है;

∴ क „ „ $\frac{१}{२५}$ „ १ „ „ ;

∴ क „ „ $\frac{३}{२५}$ „ ३ „ „ ;

परन्तु क और ख उस काम का $\frac{१}{५}$ भाग ३ दिन में करते हैं;

∴ ख उस काम का $(\frac{१}{५}-\frac{३}{२५})$ „ ३ „ „ ;

अर्थात् ख „ „ $\frac{२}{२५}$ „ ३ „ „ ;

∴ ख „ „ $\frac{२}{७५}$ „ १ „ „ ;

∴ ख कुल काम को $\frac{७५}{२}$ वा ३७$\frac{१}{२}$ दिन में कर सकता है।

प्रश्नमाला १२७

(१) क एक काम को १० घण्टे में कर सकता है, और ख उसको ८ घण्टे में, यदि वे दोनों मिलकर काम करें; तो कितने समय में कर लेंगे?

(२) यदि क एक काम को ४ दिन में कर लेता है जिसको ख ५ दिन में कर सकता है और ग ६ दिन में; तो वे सब मिलकर उस काम को कितने समय में कर लेंगे?

(३) एक हौज़ एक नल से ३$\frac{१}{२}$ घण्टे में, दूसरे नल से ३$\frac{१}{३}$ घण्टे में और तीसरे नल से ५$\frac{३}{४}$ घण्टे में भरा जा सकता है; तो तीनों नल मिलकर उसको कितने समय में भर देंगे?

(४) क एक खेत को १० दिन में काट सकता है, ख उसको १२ दिन में, और ग उसको १५ दिन में; तो सब मिलकर उसे कितने दिन में काट लेंगे और प्रत्येक को उस काम का कितना भाग करना पड़ेगा?

(५) क और ख मिलकर एक खाईं को ४ दिन में खोद सकते हैं और क अकेला उसको ६ दिन में; तो ख अकेला उसको कितने दिन में खोद लेगा ?

(६) दो नल प और फ एक हौज़ को २० मिनट में भर सकते हैं और प अकेला ३० मिनट में, तो फ उसको कितने समय में भरेगा ?

(७) एक बरतन एक नल से ८ मिनट में भरा जा सकता है, दूसरे से १० मिनट में, तीसरा ख़ाली करने वाला नल उसको १२ मिनट में ख़ाली कर सकता है; यदि तीनों नलों को एक संग खोल दिया जाय; तो बरतन कितनी देर में भर जायगा ?

(८) एक बरतन में तीन नल लगे हुए हैं, दो भरने के लिए और एक ख़ाली करने को; पहला उसको अकेला $४\frac{१}{३}$ घण्टे में भर सकता है, दूसरा ३ घण्टे में और तीसरा उसको $१\frac{१}{३}$ घण्टे में ख़ाली कर सकता है। जब वह आधा भरा हो उस समय तीनों नल खोल दिये जायँ; तो बरतन कितनी देर में ख़ाली हो जायगा ?

(९) क और ख एक काम को ६ दिन में कर सकते हैं; क और ग उसको $५\frac{१}{३}$ दिन में, और ख और ग उसको ४ दिन में, तो प्रत्येक मनुष्य उसमें से उस काम को कितने-कितने समय में कर सकता है ?

(१०) क और ख एक खेत को $३\frac{१}{३}$ दिन में काट सकते हैं; क और ग उसको ४ दिन में, और ख और ग उसको ५ दिन में; तो सब मिलकर उसको कितने दिनों में काट लेंगे ?

(११) क ने एक काम का $\frac{३}{५}$ भाग ९ दिन में किया, फिर उसने ख को बुला लिया; दोनों ने उसको ६ दिन में समाप्त कर दिया; तो ख अकेला उसको कितने दिनों में कर लेता ?

(१२) क एक काम का $\frac{७}{१०}$ भाग १५ दिन में करता है; शेष को वह ख की सहायता से ४ दिन में समाप्त करता है, तो दोनों मिलकर उसको कितने समय में कर लेंगे ?

(१३) क एक काम को १६ दिन में कर सकता है, ख उसको १० दिन में, क और ख ने मिलकर ६ दिन काम किया, ग ने शेष काम को ३ दिन में समाप्त कर लिया; तो ग अकेला उसको कितने दिनों में कर लेगा ?

(१४) क और ख मिलकर एक काम को ६ दिन में कर सकते हैं; ख अकेला उसको १६ दिन में. यदि क और ख ने मिलकर ३ दिन काम किया, तो क अकेला शेष को कितने समय में पूरा कर लेगा ?

(१५) क और ख मिलकर एक खेत को ३० दिन में काट सकते हैं, परन्तु ११ दिन काम करके ख चला गया, फिर उस काम को क ने अकेले ३८ दिन अधिक में समाप्त कर लिया; तो प्रत्येक उनमें से कुल काम को कितने दिन में कर लेता ?

(१६) क, ख और ग मिलकर एक काम को ६ दिन में कर सकते हैं, जिसको ख अकेला १६ दिन में कर सकता है, और ख और ग मिल करके १० दिन में; तो क और ख मिलकर उसको कितने दिन में कर सकते हैं ?

(१७) ५ मनुष्य एक काम को २ घण्टे में कर सकते हैं, जिसको ७ स्त्रियाँ ३ घण्टे में वा ९ बालक ४ घण्टे में कर सकते हैं; तो १ मनुष्य, १ स्त्री और १ बालक को मिलकर उस काम के करने में कितना समय लगेगा ।

(१८) क एक काम को ४ घण्टे में कर सकता है; ख और ग उसको ३ घण्टे में और क और ग उसको २ घण्टे में, तो ख को अकेले उस काम के करने में कितना समय लगेगा ?

(१९) क और ख मिलकर एक काम को ८ दिन में कर सकते हैं, ख अकेला उसको १२ दिन में कर सकता है । यदि ख अकेला ४ दिन काम करे, तो क अकेला कितने दिन काम और करे कि वह काम समाप्त हो जावे ?

(२०) तीन नल क, ख, ग हौज़ को क्रम से १०, १२, १५ मिनट में भर सकते हैं । वे एक साथ खोल दिये गये, परन्तु $१\frac{१}{२}$ मिनट पीछे ख और ग को बन्द कर दिया, तो क को अकेले उसके भरने में कितने मिनट और लगेंगे ?

(२१) दो नल, क और ख एक हौज़ को ३ और ४ घण्टे में क्रम से भर सकते हैं; एक ख़ाली करने वाला नल ग उसको २ घण्टों में ख़ाली कर सकता है, यदि ये तीनों नल क्रम से ७, ८, ९ बजे खोल दिये जायँ; तो हौज़ कै बजे भर जायगा ?

(२२) एक काम ४० दिन में समाप्त किया जाने को था, कुछ मनुष्य उस काम में लगाये गये और उन्होंने आधा काम २४ दिन में कर लिया; फिर उसमें १६ आदमी और लगाये गये और काम नियत समय में समाप्त हो गया; तो प्रथम बार उसमें कितने मनुष्य लगाये गये थे?

(२३) क एक काम को उतने ही समय में कर सकता है जितने में ख और ग मिलकर उसको कर सकते हैं; यदि क और ख मिलकर उसको १० दिन में कर लेवं और ग अकेला उसको ५० दिन में, तो ख अकेला उसको कितने दिन में कर लेगा?

(२४) क और ख एक काम को १० दिन में कर सकते हैं, ख और ग उसको १५ दिन में, और क और ग उसको २५ दिन में; उन सबने ४ दिन मिलकर काम किया, फिर क चला गया और ख और ग ने मिलकर ५ दिन अधिक काम किया; फिर ख चला गया; तो ग को शेष काम करने में कितने दिन और लगेंगे?

(२५) एक हौज़ दो नलों से क्रम से ३० और ४० मिनट में भरा जा सकता है। दोनों नल एक साथ खोल दिये गये, परन्तु कुछ देर पीछे पहला नल बन्द कर दिया गया और हौज़ १० मिनट अधिक में भर गया; तो बताओ कितनी देर पीछे पहला नल बन्द कर दिया गया था।

(२६) एक हौज़ में तीन नल क, ख, ग लगे हुए हैं; क और ख उसको क्रम से २ और ३ घण्टों में भर सकते हैं; ग ख़ाली करनेवाला नल है; यदि तीनों नल एक साथ खोल दिये जायँ, तो हौज़ का $\frac{३}{४}$ भाग ३० मिनट में भर जायगा; तो कितने समय में ग कुल भरे हुए हौज़ को ख़ाली कर सकता है?

(२७) ४० आदमी एक काम को ४० दिन में समाप्त कर सकते हैं; यदि ५ आदमी प्रत्येक १० दिन पीछे काम छोड़ते जावें, तो कितने समय में काम समाप्त हो जावेगा?

घड़ी-सम्बन्धी प्रश्न

१६३। उदाहरण १। दो घड़ियों में दोपहर के १२ बजे हैं। एक घड़ी २४ घण्टे में ४० सेकण्ड तेज़ चलती है, और दूसरी ५० सेकण्ड सुस्त; तो कितनी देर पीछे पहली घड़ी दूसरी घड़ी से १६ मिनट आगे हो जावेगी और दोनों घड़ियों में तब क्या समय होगा: जब पहली घड़ी में दूसरे दिन, दिन के तीन बजेंगे, तब ठीक समय क्या होगा?

(१) एक घड़ी दूसरी घड़ी से २४ घण्टे में (४०+५०) सेकण्ड आगे होती है, अर्थात् वह $\frac{३}{२}$ मिनट एक दिन में आगे होती है।

∴ वह एक मिनट $\frac{२}{३}$ दिन में आगे होती है।

∴ वह १६ मिनट $\frac{२×१६}{३}$ दिन वा $\frac{३२}{३}$ दिन में आगे होती है,

वा १० दिन १६ घण्टे (ठीक समय) में आगे हो जावेगी।

(२) $\frac{३२}{३}$ दिन में पहली घड़ी $\frac{३२}{३}$×४० सेकण्ड वा ७$\frac{१}{९}$ मिनट तेज़ चलती है और दूसरी $\frac{३२}{३}$×५० सेकण्ड वा ८$\frac{८}{९}$ मिनट सुस्त चलती है।
परन्तु ठीक घड़ी में १० दिन १६ घण्टे पीछे सवेरे के ४ बजेंगे।
इसलिए पहली घड़ी में सवेरे के ४ बजकर ७$\frac{१}{९}$ मिनट होंगे,
और दूसरी में सवेरे के ३ बजकर ५१$\frac{१}{९}$ मिनट होंगे।

(३) दोपहर के १२ बजे से दूसरे दिन के ३ बजे तक २७ घण्टे होते हैं।

पहली घड़ी के २४ घण्टे ४० सेकण्ड = ठीक घड़ी का १ दिन,
अर्थात् ,, ,, $\frac{२१६१}{९०}$ घण्टे = ,, ,, १ दिन,
∴ ,, ,, १ घण्टा = ,, ,, $\frac{९०}{२१६१}$ दिन,
∴ ,, ,, २७ घण्टे = ,, ,, $\frac{९०×२७}{२१६१}$ दिन।
अब $\frac{९०×२७}{२१६१}$ दिन = १ दिन २ घण्टे ५९$\frac{५४१}{२१६१}$ मिनट।
∴ जब पहली घड़ी में दूसरे दिन के ३ बजेंगे, तब ठीक समय दिन के २ बजकर ५९$\frac{५४१}{२१६१}$ मिनट होंगे।

प्रश्नमाला १२८

(१) एक जेब-घड़ी, जो इतवार को दोपहर के १२ बजे ५ मिनट तेज़ थी, प्रति दिन २ मिनट १५ सेकण्ड तेज़ चलती है, तो अगले मंगल को दिन के २$\frac{१}{२}$ बजे उसमें क्या बजेगा?

(२) एक घड़ी, जो सोमवार को सवेरे के ९ बजे १० मिनट तेज़ थी, प्रति दिन ३ मिनट सुस्त चलती है; तो अगले बुध को दिन के पौने तीन बजे उसमें क्या समय होगा?

(३) एक घड़ी २४ घण्टे में २ मिनट तेज़ चलती है, और दूसरी ३ मिनट तेज़; पहली घड़ी मंगल को १२ बजे दिन में ठीक कर दी गई और दूसरी बुध को दिन के ३ बजे; तो दोनों घड़ियाँ एक समय कब प्रकट करेंगी?

(४) दो घड़ियों में एक दिन सवेरे के ८ एक साथ बजे; एक २४ घण्टे में ६ सेकण्ड सुस्त चलती है और दूसरी १० सेकण्ड तेज़; तो बताओ कि एक घड़ी दूसरी से ½ घण्टे आगे कब होगी और प्रत्येक घड़ी में उस समय क्या बजेगा ?

(५) एक जेब-घड़ी, जो मङ्गल के दोपहर को ठीक थी, प्रति दिन २½ मि० तेज़ चलती है; तो अगले इतवार को घड़ी में, जब सवेरे के ९ बजे हो, तब ठीक समय क्या होगा ?

(६) दो घड़ियों में सोमवार को सवेरे एक साथ ९ बजे, मङ्गल को सवेरे एक घड़ी में ११ बजने में १० मिनट थे, जब दूसरी में ११ बजे; तो सुस्त घड़ी को कितना तेज़ व तेज़ घड़ी को कितना सुस्त करें कि रात को दोनों में एक साथ ९ बजें ?

(७) एक घड़ी जो दूसरी दिसम्बर की रात को १०¾ बजे पर १·४ मिनट तेज़ थी, ७ दिसम्बर के सवेरे ९ बजे पर ८ मिनट सुस्त हो गई; तो ठीक समय उसने कब प्रकट किया ?

(८) एक घड़ी जो २८ नवम्बर को १०¾ बजे रात को १·२ मिनट तेज़ थी, दूसरे दिन रात को ११ बजकर २० मिनट पर ठीक समय पर हो गई; तो ७ दिसम्बर के दिन के १ बजकर ४५ मिनट पर कितने मिनट सुस्त होगी ?

(९) एक घड़ी जो मङ्गल के दोपहर को ७½ मिनट तेज़ थी, अगले सोमवार की आधी रात को ४¼ मिनट तेज़ हो गई; तो प्रति दिन कितनी सुस्त चली ?

(१०) एक जेब-घड़ी जो एक दिन में ७½ मिनट तेज़ चलती है, इतवार की आधी रात को १२ मिनट तेज़ थी: तो ठीक समय क्या होगा, जब घड़ी में बुध के दिन ४ बजकर ३२ मिनट हुए हों ?

(११) दो घड़ियों में से एक २४ घण्टे में ३½ मिनट तेज़ और दूसरी २½ मि० सुस्त चलती है। इतवार के दोपहर को पहली १ मिनट तेज़ है और दूसरी १ मिनट सुस्त। अब दोनों घड़ियों में १५ मिनट का अन्तर है; तो बताओ आज कौनसा दिन है और क्या समय है।

(१२) एक घड़ी एक दिन २⅙ मिनट सुस्त चलती है, तो सवेरे ९ बजे पर सुइयाँ किस तरह रखी जायँ जो दोपहर को ठीक समय बतावें।

(१३) १२ घण्टे में एक घड़ी १२$\frac{१}{२}$ मिनट और दूसरी ७$\frac{१}{२}$ मिनट तेज़ चलती है। इतवार के दोपहर को दोनों घड़ी ठीक कर दी गईं, तो प्रत्येक घड़ी में क्या बजेगा, जब एक घड़ी दूसरी घड़ी से २१$\frac{२}{३}$ मिनट आगे हो ?

(१४) एक घड़ी में, जो १ बजे पर ठीक कर दी गई थी, ६ बजे ठीक समय पर ६ बजने में १० मिनट थे: तो जब उसमें ६ बजेंगे, तब ठीक समय क्या होगा ?

(१५) एक जेब-घड़ी पहली जनवरी सन् १८८७ ई० के दोपहर को ७३ सेकण्ड सुस्त थी. तो कितने मिनट प्रति दिन तेज़ चले कि पहली जुलाई के दोपहर को वह १७$\frac{१}{२}$ सेकण्ड तेज़ हो जावे ?

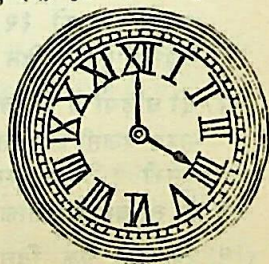
(१६) एक जेब-घड़ी इतवार की रात को १० बजे ठीक की गई; बुध के सवेरे १० बजे पर वह ५ मिनट तेज़ हो गई; तो शुक्र को ठीक समय क्या होगा, जब घड़ी में दिन के २ बजे हों ?

(१७) एक जेब-घड़ी जो, १२ घण्टे में ५ मिनट तेज़ चलती है, तो पहली जनवरी सन् १८८८ ई० को ठीक की गई; तो फिर वह कब ठीक समय प्रकट करेगी ?

(१८) एक गिरजे की घड़ी १० दिन पहले १५ मिनट तेज़ थी और आज उसी घण्टे पर १५ मिनट सुस्त है; तो ठीक समय उसने कब प्रकट किया और फिर कब करेगी ?

(१९) दो घड़ियों में जिनमें से एक घड़ी एक घण्टे में १ मिनट तेज़ चलती है और दूसरी १ मिनट सुस्त, एक साथ १ बजा; तो एक ठीक घड़ी देखने से दोनों घड़ियों में २ कितने अन्तर से बजेंगे ?

उदाहरण २। ४ और ५ बजे के बीच में समय निश्चय करो; जब घड़ी की सुइयाँ परस्पर (१) मिलती (२) लम्ब रूप में, (३) एक सीध में हों।

सूचना—जितनी देर में मिनट की सुई ६० दर्जे (मिनट-विभाग) घूम लेती है, घण्टे की सुई उतनी देर में केवल ५ दर्जे घूमती है, इस कारण ६० मिनट में मिनट की सुई घण्टे की सुई से ५५ दर्जे अधिक घूम जाती है: और इसी कारण १२ मिनट में मिनट की सुई घण्टे की सुई से ११ दर्जे अधिक घूमती है।

४ बजे पर मिनट की सुई दूसरी सुई से २० दर्जे पीछे है।

(१) ४ और ५ बजे के बीच में दोनों सुइयों को एक साथ होने के लिए मिनट की सुई को घण्टे की सुई से २० दर्जे अधिक चलना पड़ता है। मिनट की सुई १२ मिनट में ११ दर्जे अधिक चलती है,

∴ मिनट की सुई $\frac{१२}{११}$ मिनट में...१ दर्जा अधिक चलती है,

∴ ,, ,, $\frac{१२ \times २०}{११}$ मिनट में...२० दर्जे ,, ,, ,,

∴ इष्ट समय, ४ बजकर $\frac{१२ \times २०}{११}$ मिनट वा २१$\frac{९}{११}$ मिनट है।

(२) जब सुइयाँ लम्ब रूप में होती हैं तो उनके बीच का अन्तर १५ दर्जे होता है, ४ और ५ के बीच में यह अवस्था दो बार होगी, पहले जब मिनट की सुई दूसरी सुई से ५ या (२० − १५) दर्जे अधिक घूम लेगी; और दूसरे, जब यह दूसरी से ३५ या (२० + १५) दर्जे अधिक घूम लेगी।

मिनट की सुई १२ मिनट में ११ दर्जे अधिक घूमती है;

∴ ,, ,, $\frac{१२}{११}$ मिनट में १ दर्जा ,, ,, ,,

∴ ,, ,, $\frac{१२ \times ५}{११}$ मिनट में ५ दर्जा ,, ,, ,,

और ,, $\frac{१२ \times ३५}{११}$ मिनट में ३५ दर्जा ,, ,, ,,

∴ दोनों सुइयाँ ४ बजकर $\frac{१२ \times ५}{११}$ मिनट वा ५$\frac{५}{११}$ मिनट पर और ४ बजकर $\frac{१२ \times ३५}{११}$ मिनट वा ३८$\frac{२}{११}$ मिनट पर लम्ब रूप में होंगी।

(३) जब सुइयाँ परस्पर एक सीध में होती हैं तो उनमें ३० दर्जे का अन्तर होता है। यह तब होगा जब मिनट की सुई ५० या (२० + ३०) दर्ज अधिक घूम लेगी। इसकी क्रिया पूर्वलिखित क्रियाओं से सदृश होगी। समय ४ बजकर ५४$\frac{६}{११}$ मिनट होगा।

प्रश्नमाला १२६

कौन से समय घड़ी की सुइयाँ परस्पर (क) मिलती हैं, (ख) लम्ब रूप में होती हैं, (ग) एक सीध में होती हैं, (घ) १२ दर्जे के अन्तर पर होती हैं (ङ) २२ दर्जे के अन्तर पर होती हैं—

(१) २ और ३ बजे के बीच में? (२) ३ और ४ बजे के बीच में?

(३) ६ और ७ बजे के बीच में? (४) १२ और १ बजे के बीच में?

(५) ७ और ८ बजे के बीच में? (६) १० और ११ बजे के बीच में?

(७) एक जेब-घड़ी दोपहर को १० मिनट तेज़ थी, वह एक घण्टे में २ मिनट सुस्त चलती है, तो ठीक वक़्त क्या होगा; जब उसकी सुइयाँ २ और ३ बजे के बीच में परस्पर लम्ब रूप में हों?

(८) एक घड़ी १ बजे, ५ मिनट सुस्त थी, वह घण्टे में १ मिनट तेज़ चलती है; तो ठीक समय क्या होगा, जब उसकी सुइयाँ १ बजे पश्चात् पाँचवीं बार एक साथ होंगी?

(९) एक घड़ी दिन के ४ बजे पर ठीक की गई, वह एक घण्टे में १$\frac{1}{4}$ मिनट तेज़ चलती है; तो बताओ ठीक समय क्या होगा, जब उसकी दोनों सुइयाँ चार बजे के पीछे चौथी बार परस्पर लम्ब रूप में हों।

(१०) एक घड़ी २ और ३ बजे के बीच में जब दोनों सुइयाँ एक जगह थीं, ठीक समय था, वह प्रति घण्टे २ मिनट सुस्त चलती थी; तो दोपहर के १२ बजे पर उसमें क्या समय था?

(११) एक घड़ी जिसमें घण्टे की सुई अपनी ठीक जगह से हटाई गई है ३ बजकर १६ मिनट प्रकट करती है और दोनों सुइयाँ एक जगह हैं और ३ और ४ के बीच का समय है: तो बताओ कितने दर्जे घण्टे की सुई अपनी जगह से हटाई गई थी।

(१२) यदि एक घड़ी की सुइयाँ प्रति ६३ मिनट (ठीक समय) में एक जगह हो जाती हों; तो दिन में वह घड़ी कितनी तेज़ वा सुस्त चलती है?

समय और दूरी-सम्बन्धी प्रश्न

१९४। उदाहरण १। एक सवारीगाड़ी, जो एक घण्टे में ३२ किलोमीटर जाती है, कलकत्ते से दिन के ४ बजे छूटी और एक डाकगाड़ी वहाँ से रात के ९ बजे, छूटी जो पहली लाइन के समान्तर लाइन पर ४८ किलो मीटर प्रति घण्टे जाती है, तो दूसरी गाड़ी पहली को कब और कहाँ पकड़ेगी?

पहली गाड़ी दूसरी से ५ घण्टे पहले छूटी है; इस कारण वह (३२×५) अर्थात् १६० किलो मीटर दूर थी, जब दूसरी गाड़ी छूटी, इस कारण डाकगाड़ी को सवारीगाड़ी से १६ अर्थात् (४८−३२) किलो मीटर प्रति घण्टा के हिसाब से १६० किलो मीटर अधिक चलना है।

∴ डाकगाड़ी साबारीगाड़ी से १ घण्टे में १६ किलो मीटर अधिक चलती है,

∴ " " १० घण्टे १६० " " " "

∴ इष्ट समय डाकगाड़ी छूटने के पश्चात् १० घण्टे हैं, अर्थात् प्रातः के सात बजे, और इस कारण डाकगाड़ी सवारीगाड़ी को कलकत्ते से (४८×१०) अर्थात् ४८० किलो मीटर चलकर पकड़ेगी।

उदाहरण २। एक ख़रगोश जो ३० मीटर आगे था, शिकारी कुत्ते ने पीछा किया। जितनी देर में ख़रगोश ४ छलाँगें भरता है, उतनी देर में कुत्ता ३ छलाँगें, परन्तु ख़रगोश एक छलाँग में १½ मीटर जाता है और कुत्ता २½ मीटर; तो बताओ कि ख़रगोश कितनी दूर दौड़ने के पश्चात् कुत्ते के हाथ आ जायगा।

जितनी देर में ख़रगोश (४ × १½) मीटर वा ६ मीटर दौड़ता है उतनी देर में कुत्ता (३ × २½) मीटर वा ७½ मीटर दौड़ता है, इस कारण—

ख़रगोश के ६ मीटर दौड़ने में कुत्ता उससे १½ मीटर अधिक दौड़ता है;

∴ „ १२ „ „ ३ „ „ ;

∴ „ १२० „ „ ३० „ „ ;

∴ इष्ट दूरी १२० मीटर है।

उदाहरण ३। क, प से फ स्थान को जो ५१·७५ किलो मीटर दूर है, ३·७५ किलो मीटर प्रति घण्टा की चाल से चला। १ घण्टे पीछे ख, फ से प को, ४·२५ किलो मीटर प्रति घण्टा की चाल से चला; तो बताओ क, ख को कब और कहाँ मिलेगा।

जब क ३·७५ किलो मीटर चल चुका तब ख चला। शेष ४८ किलो मीटर में से ३·७५ किलो मीटर क और ४·२५ किलो मीटर ख १ घण्टे में चलता है, अर्थात् दोनों मिलकर (३·७५ + ४·२५) वा ८ किलो मीटर १ घण्टे में चलते हैं। इस कारण ४८ किलो मीटर $\frac{४८}{८}$ वा ६ घण्टे में चले, इस कारण ख के चलने से ६ घण्टे पीछे क, ख से मिला; इस कारण वे फ से ४·२५×६ वा २५·५० किलो मीटर की दूरी पर मिले।

उदाहरण ४। दो रेलगाड़ियाँ ७० मीटर और ९० मीटर लम्बी क्रम से ४० और ३२ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से दो समान्तर पटरियों पर विपरीत दिशाओं को जाती हैं, तो उनको एक-दूसरी के पार करने में कितना समय लगेगा? यदि वे एक ही दिशा में जातीं, तो पार करने में कितना समय लगता? एक मनुष्य को, जो पहली गाड़ी में बैठा हुआ है, दूसरी गाड़ी के पार करने में कितनी देर लगेगी?

(१) दोनों गाड़ियों का जब विरुद्ध दिशाओं में चलती हैं, एक-दूसरी के पार करने में उतना समय लगता है जितना (७० + ९०) वा १६० मीटर

को (४०+३२) वा ७२ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से चलने में लगता है।

जब, ७२ किलो मीटर १ घण्टे में चलती है;

अर्थात् ७२००० मीटर १ घण्टे में चलती है;

∴ १६० मीटर $\frac{१}{४५०}$ घण्टे " " "

∴ इष्ट समय $=\frac{१}{४५०}$ घण्टे वा ८ सेकण्ड।

(२) जब गाड़ी एक ही दिशा को जातीं, तो उनको एक दूसरी के पार करने में उतना समय लगता जितना (७०+९०) वा १६० मीटर को (४० – ३२) वा ८ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से चलने में लगता, इस प्रकार इष्ट समय ७२ सेकण्ड होगा।

(३) प्रथम जब गाड़ी विपरीत दिशाओं में जाती हैं, तो मनुष्य, जो पहली गाड़ी में बैठा हुआ है, उसको दूसरी गाड़ी के पार करने में उतना समय लगेगा, जितना ९० मीटर को अर्थात् (दूसरी गाड़ी की लम्बाई) (४०+३२) वा ७२ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से चलने लगता है। इस प्रकार इष्ट समय ४½ सेकण्ड लगेगा, दूसरे: जब गाड़ी एक ही ओर चलती हैं, तो ९० मीटर को (४० – ३२) वा ८ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से चलना पड़ेगा; इस प्रकार इष्ट समय ४०½ सेकण्ड होगा ?

उदाहरण ५। एक मनुष्य एक नदी के बहाव के साथ एक नाव को २४ किलो मीटर ४ घण्टे में ले जाता है और १२ घण्टे लौटने में लगते हैं; तो नाव की चाल और नदी का बहाव क्या है ?

नाव २४ किलो मीटर ४ घण्टे में नदी के बहाव के साथ जाती है, इस कारण एक घण्टे में $\frac{२४}{४}$ वा ६ किलो मीटर जाती है।

फिर नाव १२ घण्टे में २४ किलो मीटर बहाव के सम्मुख आती है, इस कारण वह $\frac{२४}{१२}$ वा २ किलो मीटर प्रति घण्टे के हिसाब से चढ़ती है।

∴ प्रति घण्टे ६ किलो मीटर की चाल, नाव की चाल और नदी के बहाव का योगफल है। उनका अन्तर प्रति घण्टे २ किलो मीटर है, इस कारण वे क्रम से ४ किलो मीटर और २ किलो मीटर प्रति घण्टे हैं।

उदाहरण ६। यदि एक कीड़ा एक बल्ली पर रात के १२ घण्टे में ३१ सें० मी०. चढ़े और दिन के १२ घण्टे में १६ सें० मी० नीचे फिसल आवे, तो उसको ४२० सं० मी० ऊँची बल्ली की चोटी तक पहुँचने में कितने घण्टे लगेंगे ?

बल्ली की लम्बाई=४२० सें० मी०। कीड़ा २४ घण्टे में (३१ − १६) सें० मी० वा १५ सें० मी० चढ़ता है, इस कारण (२४×२६) घण्टे में कीड़ा (१५×२६) सें० मी० वा ३९० सें० मी० चढ़ता है; इस कारण उसको (४२०—३९०) सें० मी० वा ३० सें० मी० चढ़ना और रहा है और क्योंकि वह ३१ सें० मी० १२ घण्टे में चढ़ता है, इस कारण ३० सें० मी० $\frac{१२ \times ३०}{३१}$ घण्टे में चढ़ता है; इस कारण वह चोटी पर (२४×२६)+$\frac{१२ \times ३०}{३१}$ घण्टे वा ६३५$\frac{१९}{३१}$ घण्टे में चढ़ता है। [दिनों की संख्या इस भाँति निश्चय की है कि (४२० सें० मी० − १५ सें० मी०×२६) बराबर है ३१ सें० मी० के वा लगभग ३१ के।]

प्रश्नमाला १३०

(१) एक मनुष्य एक मिनट में १०० डगें भरता है, जो प्रत्येक ५० सें० मी० लम्बी हैं; दूसरा मनुष्य १ घण्टे में ६ किलो मीटर चलता है; दोनों ने एक साथ यात्रा की, तो कितनी देर में एक मनुष्य दूसरे से ४० मीटर आगे हो जावेगा?

(२) एक मनुष्य क से ख स्थान को जाने की इच्छा करके चला, ४$\frac{१}{३}$ घण्टे तो वह २१$\frac{२}{३}$ मिनट में १ किलो मीटर की चाल से पैदल गया, तत्पश्चात् १६$\frac{१}{४}$ घण्टे घोड़े पर पैदल से तिगुनी चाल से गया, अन्त में घोड़े की चाल को तिगुनी तेज़ी से रेलगाड़ी में १०$\frac{५}{६}$ घण्टे गया; तो क और ख का अन्तर बताओ।

(३) एक रेलगाड़ी, जो प्रति घण्टे ४० किलो मीटर चलती है, सवेरे ७ बजकर ३० मिनट पर कलकत्ते से छूटी। दूसरी गाड़ी, जो ६४ किलो मीटर प्रति घण्टे चलती है, दोपहर के १२ बजे छूटी; तो कब और कहाँ पिछली गाड़ी पहली गाड़ी को पकड़ लेगी?

(४) एक रेलगाड़ी जो एक घण्टे में ४८ किलो मीटर चलती है कलकत्ते से इलाहाबाद को, जो ८१९ किलो मीटर दूर है, रात के नौ बजे पर छूटी। दूसरी रेलगाड़ी, जो ६४ किलो मीटर प्रति घण्टे चलती है, उसी समय इलाहाबाद से कलकत्ते को छूटी; तो कब और कहाँ उनका मेल होगा?

(५) दो रेलगाड़ियाँ, जो प्रत्येक ८० मीटर लम्बी हैं; विपरीत दिशाओं में समानान्तर पटरियों पर जा रही हैं। पहली ६४ किलो मीटर

प्रति घण्टे और दूसरी ५६ किलो मीटर प्रति घण्टे जाती है; तो उनको एक दूसरी के पार करने में कितना समय लगेगा ?

(६) ऊपर के उदाहरण में यदि दोनों रेलगाड़ियाँ एक ही ओर को जाती हों, तो उस मनुष्य को, जो तेज़ गाड़ी में बैठता है, दूसरी गाड़ी के पार करने में कितना समय लगेगा ?

(७) एक मनुष्य नाव को २४ किलो मीटर ३ घण्टे में नदी के बहाव के साथ ले जाता है और ७½ घण्टे लौटने में लगते हैं; तो नाव की चाल और नदी का बहाव बताओ।

(८) एक मनुष्य नाव को ५ घण्टे में २० किलो मीटर नदी के चढ़ाव की ओर खेता है और नदी १ घण्टे में ६ किलो मीटर बहती है; तो कितनी देर में वह २४ किलो मीटर नदी के उतार की ओर खेवेगा ?

(९) एक चौकीदार एक चोर के पीछे, जो १०० मीटर आगे था, पकड़ने को दौड़ा; चौकीदार १७६० मीटर ६ मिनट में दौड़ता है और चोर १७६० मीटर १० मिनट में; तो कितनी दूर जाकर चोर चौकीदार के हाथ आवेगा ?

(१०) एक मनुष्य, जो एक घण्टे में ८ किलो मीटर चलता है, प्रातः ७ बजे चला; ८ बजकर १५ मिनट पर एक बग्घी, जो १३ किलो मीटर प्रति घण्टे जाती है; उसी स्थान से उस मनुष्य के पीछे चली, तो कै बजे गाड़ी मनुष्य को पकड़ लेगी ?

(११) क जो प्रति घण्टे ८ किलो मीटर चलता है, इलाहाबाद से कानपुर को चला; ख जो प्रति घण्टे ७·२० किलो मीटर चलता है, कानपुर से इलाहाबाद को उसके ३ घण्टे पीछे चला, ख के चलने से १३ घण्टे पीछे दोनों रास्ते में मिले; तो इलाहाबाद से कानपुर कितनी दूर है ?

(१२) क जो प्रति घण्टे ६ किलो मीटर चलता है, कलकत्ते से हुगली को जो ३६ किलो मीटर दूर है, सवेरे ६ बजे चला; ख वहाँ से उससे एक घण्टे पीछे चला और १ घण्टे पहले हुगली पहुँचा; तो वे रास्ते में कहाँ मिले ?

(१३) एक मनुष्य एक नगर को ५ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से गया और सवार होकर ८ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से लौट आया; तो कितनी दूर वह पैदल चला, जब कुल समय उसके जाने-आने में ३ घण्टे १५ मिनट लगा हो ?

(१४) क और ख विपरीति दिशाओं में १७६० मीटर दौड़े; जितनी देर में क ६ मीटर दौड़ता है ख ५ मीटर। ख, क से ९ सेकण्ड पहले चल दिया और इतनी देर में २२½ मीटर दौड़ गया; तो ख, क को कब मिलेगा ?

(१५) एक रेलगाड़ी कलकत्ते से ७ बजे सवेरे छूटती है और ११ बजे पर बर्दवान पहुँचती है, दूसरी गाड़ी बर्दवान से ८ बजे प्रातः छूटती है और १० बजकर ३० मिनट पर कलकत्ते पहुँचती है; तो कै बजे उनका मेल होता है ?

(१६) एक रेलगाड़ी प से फ को ३२ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से जाती है, दूसरी रेलगाड़ी १½ घण्टे पीछे प से छूटती है और ४८ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से फ पर पहली गाड़ी से २½ घण्टे पहले पहुँचती है; तो प और फ में कितना अन्तर है ?

(१७) एक सवार मद्रास से १० बजे सवेरे चला और एक गाड़ी को, जो मद्रास से ९ बजे प्रातः चली थी, ५ घण्टे में पकड़ लिया। यदि गाड़ी २ किलो मीटर और आगे सड़क पर हो, जब सवार मद्रास से चला था, तो गाड़ी को ७ घण्टे में पकड़ लेता; तो सवार और गाड़ी की चालें बताओ।

(१८) क और ख एक ही समय पटना और बाँकीपुर से एक-दूसरे की ओर चले और क्रम से ५ और ६ किलो मीटर प्रति घण्टे चलते हैं। ये दोनों जब मिले उस समय ख, क से १ किलो मीटर अधिक चल लिया था; तो पटना और बाँकीपुर एक-दूसरे से कितनी दूर हैं ?

(१८क) क, ख और ग एक स्थान से एक-एक घण्टे के अन्तर से चले, और वे क्रम से प्रति घण्टे ३, ४ और ५ किलो मीटर चलते हैं। क पहले चला और जब ख ने उसे पकड़ लिया, तो क लौट दिया; तो लौटती बार क, ग से मिला; तो मिलने का स्थान चलने के स्थान से कितनी दूर था ?

(१९) एक मनुष्य घोड़े पर प्रति घण्टे ११ किलो मीटर जाता है, परन्तु प्रति ७ वें किलो मीटर पर ५ मिनट घोड़ा बदलने के लिए ठहरता है; तो ९४ किलो मीटर जाने में उसको कितना समय लगेगा ?

(२०) एक मनुष्य घोड़े पर प्रति घण्टे १० किलो मीटर जाता है, परन्तु प्रति १२ वें किलो मीटर के अन्तर पर १० मिनट घोड़ा बदलने के लिए

ठहरता है, तो उसे ९६ किलो मीटर के जाने में कितना समय लगेगा ?

(२१) एक बन्दूक़ ६ मिनट में ७ फ़ैर करती है, तो एक घण्टे में कै बार फ़ैर करेगी ?

(२२) एक बन्दर एक चिकने लट्ठे पर १० मीटर १ मिनट में चढ़ जाता है और दूसरे मिनट में ३ मीटर फिसल आता है। यदि लट्ठा ६३ मीटर ऊँचा हो, तो चोटी पर चढ़ने में उसे कितना समय लगेगा ?

(२३) एक बरतन में दो नल लगे हुए हैं, एक भरने का, दूसरा ख़ाली करने का; भरनेवाला नल बरतन को ४० मिनट में भर देता है, और ख़ाली करनेवाला उसको १ घण्टे में ख़ाली कर देता है। यदि भरने और ख़ाली करनेवाला नल क्रम से एक-एक मिनट खुले रखे जायँ; तो बरतन कितनी देर में भर जायगा ?

१६५। उदाहरण। क, ख और ग एक ही स्थान से चले और एक टापू के चारों ओर, जिसका घेरा ३० किलो मीटर है, यात्रा करना आरम्भ किया; क और ख ने एक दिशा में और ग ने विपरीत दिशा में। यदि क प्रति घण्टे ५ किलो मीटर, ख ७ किलो मीटर और ग ८ किलो मीटर चलता हो, तो वे कितने घण्टे में फिर एक जगह होंगे ?

ख, क से १ घण्टे में २ किलो मीटर अधिक चलता है, ∴ ख, क से ३० किलो मीटर वा पूरा चक्कर अधिक $\frac{३०}{२}$ घण्टे में करता है अर्थात् क और ख प्रत्येक १५ घण्टे के अन्त में मिलते हैं। क और ग मिलकर १ घण्टे में १३ किलो मीटर जाते हैं; ∴ वे प्रत्येक $\frac{३०}{१३}$ घण्टे में मिलते हैं; इस कारण क, ख और ग घण्टों की उस संख्या के अन्त में एक जगह होंगे, जो १५ और $\frac{३०}{१३}$ का समापवर्त्य हो; परन्तु १५ और $\frac{३}{१३}$ का लघुतम समापवर्त्य ३० है; इस कारण क, ख और ग प्रथम बार ३० घण्टे के अन्त में एक जगह होंगे।

प्रश्नमाला १३१

(१) क और ख एक ही स्थान से एक चक्कर की सड़क पर, जो १० किलो मीटर लम्बी है, चले। क एक घण्टे में ४ किलो मीटर चलता

है और ख ३ किलो मीटर; वे कब मिलेंगे यदि (१) वे एक दिशा में चलें, (२) विपरीत दिशाओं में चलें ?

(२) क को एक उद्यान के चारों ओर घूमने में ३ घण्टे और ख को ५ घण्टे लगते हैं, यदि वे एक साथ चलना आरम्भ करें, तो वे कब मिलेंगे जबकि (१) एक ही दिशा में जावें, (२) विपरीत दिशाओं में जावें ?

(३) क, ख और ग ने एक ही स्थान से चलकर एक टापू के चारों ओर जिसका घेरा ६३ किलो मीटर है, घूमना आरम्भ किया। क प्रतिदिन १० किलो मीटर, ख १२ किलो मीटर और ग १६ किलो मीटर चला; तो कितने दिनों में वे तीनों फिर एक जगह होंगे ?

(४) क एक टापू के चारों ओर १५ दिन में, ख २० दिन में और ग २५ दिन में घूम सकता है। यदि वे एक दिन में एक साथ एक ही स्थान से चलें—क और ख तो एक दिशा में और ग विपरीत दिशा में, तो वे कितने दिनों में फिर मिलेंगे, और कितने दिनों में उस स्थान पर आकर मिलेंगे जहाँ से चले थे ?

(५) तीन लड़कों ने एक ही स्थान से एक गोलाकार बाग़ के चारों ओर जो ६ किलो मीटर के घेरे में है, दौड़ना आरम्भ किया। वे क्रम से ३, ५ और ७ किलो मीटर प्रति घण्टे दौड़ते हैं; तो वे कितने घण्टों में फिर मिलेंगे और कब उस स्थान पर मिलेंगे जहाँ से दौड़ना आरम्भ किया था ?

दौड़ और खेल

१६६। उदाहरण १। ख से क १६०० मीटर की दौड़ में ४० मीटर आगे निकल जाता है। ग से ख १६०० मीटर की दौड़ में २० मीटर। यदि क और ग १६०० मीटर दौड़ें, तो क कितना आगे निकल जायगा ?

क जितनी देर में १६०० मीटर दौड़ता है, उतनी देर में ख १५६० मीटर,
∴क ,, ,, $\frac{१६००}{३९}$,, ,, ,, ख ४० मीटर,
∴क ,, ,, $\frac{१६००\times४०}{३९}$,, ,, ,, ख १६०० मीटर,
[परन्तु ख ,, १६०० मीटर ,, ,, ,, ग १५८० मीटर,]

∴ क जितनी देर में $\frac{१६००\times४०}{३६}$ मीटर दौड़ता है उतनी देर में ग १५८० मीटर,

∴ क „ „ $\frac{१६००}{\frac{१५८०\times३६}{४०}}$, „ „ „ उतनी देर में ग वा १५४०·५० मीटर।

∴ क (१७६० − १७००$\frac{५}{११}$) वा ५९$\frac{६}{११}$ मीटर आगे निकल जायगा।

उदाहरण २। क, ख, को २०० मीटर की दौड़ में २० मीटर आगे रख सकता है और ग को ३० मीटर: तो ख, ग को ३०० मीटर की दौड़ में कितने मीटर आगे रख सकता है ?

सूचना—"क, ख को २०० मीटर की दौड़ में २० मीटर आगे रख सकता है" से यह तात्पर्य है कि २०० मीटर की दौड़ में क, ख को जो २० मीटर आगे रखने पर भी दौड़ में उसके बराबर रह सकता है; इस कारण क जितनी देर में २०० मीटर दौड़ता है उतनी देर में ख १८० मीटर।

और जितनी देर में क २०० मीटर दौड़ता है ग १७० मीटर;

∴ जितनी देर में ख १८० मीटर दौड़ता है ग १७० मीटर;

∴ जितनी देर में ख ६० मीटर दौड़ता है ग $\frac{१७०}{३}$ मीटर;

∴ जितनी देर में ख ३०० मीटर दौड़ता है ग $\frac{१७०\times५}{३}$ वा २८३$\frac{१}{३}$ मीटर;

∴ ख, ग को ३०० मीटर की दौड़ में (३०० − २८३$\frac{१}{३}$) वा १६$\frac{२}{३}$ मीटर आगे रख सकता है।

उदाहरण ३। एक खेल में ५० पॉइण्ट में से क, ख को और ख, ग को १० पॉइण्ट दे सकता है; तो बताओ क, ग को कितने पॉइण्ट दे सकता है।

सूचना—"५० पॉइण्ट में से क, ख को १० पॉइण्ट दे सकता है" तो इससे यह तात्पर्य है कि जितनी देर में क ५० पॉइण्ट बना सकता है उतनी देर में ख (५० − १०) वा ४० पॉइण्ट बना सकता है।

ग उतनी देर में ४० पॉइण्ट बनाता है जितनी देर में ख ५० बनाता है;

∴ ग उतनी देर में ४ पॉइण्ट बनाता है जितनी देर में ख ५ बनाता है;

∴ ग उतनी देर में ३२ पॉइण्ट बनाता है जितनी देर में ख ४० बनाता है;

परन्तु क उतनी देर में ५० पॉइण्ट बनाता है जितनी देर में ख ४० बनाता है;

∴ ग उतनी देर में ३२ पॉइण्ट बनाता है जितनी देर में क ५० बनाता है;

∴ क, ग को ५० पॉइण्ट में से (५० − ३२) वा १८ पॉइण्ट दे सकता है।

प्रश्नमाला १३२

(१) एक किलो मीटर की दौड़ में क ने ख को ६० मीटर आगे रखा और उससे २८ मीटर आगे निकल गया। यदि क एक किलो मीटर ५ मिनट में दौड़ता हो; तो ख को कितना समय लगेगा ?

(२) १७६० मीटर की दौड़ में क, ख से और ख, ग से ४० मीटर आगे निकल जाता है; तो क, ग को अपने से कितना आगे रखे कि दौड़ में बराबर रहे ?

(३) क, ख को ६० मीटर और ग को ८० मीटर, ५०० मीटर की दौड़ में आगे रख सकता है; तो ख, ग से १७६० मीटर की दौड़ में कितना आगे निकल जायगा ?

(४) जितनी देर में क १५ मीटर दौड़ता है उतनी देर में ख १२ मीटर, और ख जितने समय में १७·६० किलो मीटर दौड़ता है, उतने में ग २१·१२० किलो मीटर। यदि ग को १ मीटर दौड़ने में १० मिनट लगें, तो क को १ मीटर दौड़ने में कितना समय लगेगा ?

(५) एक खेल में क, ख को ५० पॉइयट में से १५ पॉइयट दे सकता है और क, ग को ४० पॉइयट में से १० पॉइयट दे मकता है; तो बताओ ख और ग में से कौनसा अच्छा खिलाड़ी है और वह दूसरे को ७५ पॉइयट में से कितने पॉइयट दे सकेगा।

(६) क और ख १७६० मीटर दौड़े। क कुल दौड़ में १०० मीटर प्रति मिनट के वेग से चला। ख प्रथम तो ८० मीटर प्रति मिनट के वेग से ५ मिनट तक दौड़ा, फिर अपनी चाल तेज़ करके १२० मीटर प्रति मिनट के वेग से दौड़ा। तो दोनों में से कौन आगे निकल जायगा, कितने मीटर आगे और कितना पहले ?

(७) एक अयटे के खेल में ५० पॉइयट में से क, ख को १० पॉइयट और ग को १४ पॉइयट दे सकता है, तो बताओ ख, ग को कितने पॉइयट दे कि खेल बराबर रहे (कोई न जीते)।

(८) क, ख को १७६० मीटर की दौड़ में ३०० मीटर आगे रख सकता है, ग, ख को ३५२० मीटर की दौड़ में ७०० मीटर; यदि क और ग १७६० मीटर दौड़ें, तो कौन जीतेगा और कितने मीटर से।

(९) १७६० मीटर की दौड़ में क, ख को १०० मीटर और ग को १५० मीटर आगे रख सकता है। ख, ग को १७६० मीटर की दौड़ में ५ सेकण्ड पहले चलने दे सकता है; तो प्रत्येक को ८८० मीटर दौड़ने में कितना समय लगेगा ?

(१०) १७६० मीटर की दौड़ में क ने ख को ५० मीटर आगे रखा और ३८ मीटर उससे आगे निकल गया। ख ने ग को ४० मीटर आगे रखा परन्तु ६० मीटर पीछे रह गया; यदि क और ग उतना ही दौड़ें, तो कौन कितने मीटर से जीतेगा ?

(११) एक खेल में क, ख को ४० पॉइण्ट में से ८ पॉइण्ट और ख, ग को ५० पॉइण्ट में से, १० पॉइण्ट दे सकता है; तो बताओ कि २५ पॉइण्ट में से क, ग को कितने पॉइण्ट दे सकेगा।

(१२) २५० मीटर की दौड़ में क, ख को २० मीटर और ग को ३० मीटर आगे रख सकता है; ख, ग को २ सेकण्ड पहले चलने दे सकता है; तो प्रत्येक को १०० मीटर दौड़ने में कितना समय लगेगा ?

(१३) १ मिनट में एक लड़का २८० मीटर और दूसरा १८० मीटर दौड़ता है; तो दूसरा लड़का पहले से कितने मीटर आगे रहे कि १७६० मीटर की दौड़ में दोनों बराबर रहें ?

(१४) एक अण्टे के खेल में १५ पॉइण्ट में क, ख को ३ पॉइण्ट और ग को ७ पॉइण्ट दे सकता है; तो बताओ ख, ग को कितने पॉइण्ट दे कि खेल बराबर रहे।

(१५) क और ख १७६० मीटर दौड़े। क आधे मिनट आगे पहुँचा, फिर क और ग १७६० मीटर दौड़े। इसमें क, ग से ८८ मीटर आगे निकल गया, फिर ख और ग उतनी दूर दौड़े और ख, ग से २० सेकण्ड आगे पहुँचा; तो प्रत्येक को १७६० मीटर के दौड़ने में कितना समय लगता है ?

(१६) १७६० मीटर की दौड़ में क, ख से २० मीटर; ग, घ से ६० मीटर; ख, घ से ४० मीटर आगे निकल जाता है। यदि क और ग दौड़ें; तो कौन और कितने मीटर से जीतेगा ?

शृङ्खल-नियम वा सम्बन्ध

१९७ । उदाहरण १ । यदि क ३ दिन में उतना काम कर सकता हो जितना ख ४ दिन में और ख ५ दिन में उतना काम कर सकता हो जितना ग ६ दिन में; तो क को उस काम के करने में कितना समय लगेगा जिसको ग १६ दिन में कर सकता है ?

जितना काम ग ६ दिन में कर सकता है ख उसको ५ दिन में;

∴ जितना काम ग १ दिन में कर सकता है ख उसको $\frac{५}{६}$ दिन में,

और जितना काम ख ४ दिन में कर सकता है क उसको ३ दिन में;

∴ जितना काम ख १ दिन में कर सकता है क उसको $\frac{३}{४}$ दिन में;

∴ जितना काम ग १६ दिन में कर सकता है ख उसको $१६ \times \frac{५}{६}$ दिन में;

∴ जितना काम ग १६ दिन में कर सकता है, क उसको $१६ \times \frac{५}{६} \times \frac{३}{४}$ दिन में;

वा १० दिन में ।

प्रश्नमाला १३३

(१) यदि ५ मुर्ग़ी के बच्चों का मूल्य ४ बतख़ों के मूल्य के समान, ६ बतख़ों का मूल्य ३ हसों के मूल्य के समान और ७ हसों का मूल्य ५ मुर्ग़ाबियों के समान हो; और यदि एक मुर्ग़ाबी का मूल्य १४ रु० हो; तो एक मुर्ग़ी के बच्चे का क्या मूल्य होगा ?

(२) यदि ५ किलो ग्राम चाय का मूल्य ३ किलो ग्राम क़हवे के मूल्य के बराबर, ५ किलो ग्राम क़हवे का मूल्य २ किलो ग्राम खाँड़ के मूल्य के बराबर और ७ किलो ग्राम खाँड़ का मूल्य ३० किलो ग्राम चावलों के मूल्य के बराबर हों, तो २० किलो ग्राम चावलों के बदले में कितने किलो ग्राम चाय देनी चाहिये ?

(३) यदि १२ बैल उतना खाते हों जितना २९ भेड़ें, १५ भेड़ें उतना खाती हों जितना २५ बकरियाँ; १७ बकरियाँ उतना खाती हों जितना ३ ऊँट और ८ ऊँट उतना खाते हों जितना १३ घोड़े; तो जितना चारा १६३२ बैल खाते हैं उसको कितने घोड़े खावेंगे ?

(४) यदि क ४ दिन में उतना काम कर सकता हो जितना ख ५ दिन में और ख ६ दिन में उतना काम कर सकता हो जितना ग ७ दिन में तो ग उस काम को कितने दिन में करेगा, जिसको क एक सप्ताह में कर सकता है ?

(५) यदि क $१\frac{१}{६}$ दिन में उतना काम कर सकता हो जितना ख २ दिन में, और ख $२\frac{१}{३}$ दिन में उतना काम कर सकता हो जितना ग ४ दिन में, तो क और ख मिलकर उस काम को कितने दिन में करेंगे; जिसको ग १० दिन में कर सकता है ?

(६) जितने समय में क एक काम का $\frac{१}{३}$ कर सकता है, ख उतने समय में उसका $\frac{१}{४}$ कर सकता है; और जितने समय में ख $\frac{१}{५}$ कर सकता है, ग $\frac{१}{६}$, तो बताओ कि ग उस काम को कितने घण्टे में करेगा, जिसको क २० घण्टे में समाप्त कर लेता है।

(७) ३ बतख़ों का मूल्य ४ मुर्ग़ी के बच्चों के मूल्य के बराबर है, और ३ हंसों का मूल्य १० बतख़ों के मूल्य के बराबर है; तो एक हंस का क्या मूल्य होगा, जब एक जोड़े मुर्ग़ी के बच्चों का मूल्य २·१६ रु० हो ?

सैंतीसवाँ अध्याय

मिश्र प्रश्न

१९८। पूर्व के अध्याय के प्रश्नों में एक राशि में परिवर्त्तन होने से एक दूसरी राशि में जो परिवर्त्तन होता है उस पर विचार हुआ था। निम्नलिखित उदाहरणों में दो-दो राशियों में परिवर्त्तन होने से जो एक तीसरी राशि में परिवर्त्तन होता है उस पर विचार होगा।

उदाहरण १। यदि १५ घोड़े ४८० एकर १० दिन में जोत सकते हों, तो ९ घोड़े ७२० एकर कितने दिनों में जोत सकते हैं ?

∵ १५ घोड़े ४८० एकर १० दिन में जोत सकते हैं;

∴ १ घोड़ा ४८० ,, (१० × १५) दिन में जोत सकता है;

∴ १ घोड़ा १ ,, $\frac{१० \times १५}{४८०}$ दिन में जोत सकता है;

∴ ९ घोड़े १ ,, $\frac{१० \times १५}{४८० \times ९}$ दिन में जोत सकता है;

∴ ९ घोड़े ७२० ,, $\frac{१० \times १५ \times ७२०}{४८० \times ९}$ दिन में जोत सकते हैं;

वा २५ दिन में जोत सकते हैं, उत्तर।

उदाहरण २। यदि ६ मनुष्य १५ रुपये १० दिन में प्राप्त करते हों, तो ८ मनुष्य ७ दिन में क्या प्राप्त करेंगे ?

∵ १० दिन में ६ मनुष्य १५ रुपये प्राप्त करते हैं;

∴ १ दिन में ६ मनुष्य $\frac{१५}{१०}$ वा $\frac{३}{२}$ रुपये प्राप्त करते हैं;

∴ १ दिन में १ मनुष्य $\frac{३}{२ \times ६}$ वा $\frac{१}{४}$ रुपया प्राप्त करता है;

∴ ७ दिन में १ मनुष्य $\frac{७}{४}$ रुपया प्राप्त करता है;

∴ ७ दिन में ८ मनुष्य $\frac{७ \times ८}{४}$ रुपये वा १४ रुपये प्राप्त करते हैं, उत्तर।

उदाहरण ३। यदि ६ मनुष्य एक काम को ८ दिन में कर सकते हैं, तो कितने मनुष्य उससे चौगुने काम को उससे तिहाई समय में करेंगे ?

∵ ६ आदमी उस काम को ८ दिन में कर सकते हैं;

∴ उस काम को $\frac{८}{३}$ दिन में १८ आदमी कर सकते हैं;

∴ उस काम का चौगुना $\frac{८}{३}$ दिन में ७२ आदमी कर सकते हैं; उत्तर।

उदाहरण ४। यदि ५ तोपें, जो ५ मिनट में ३ फ़ैर करती हैं, १$\frac{१}{२}$ घण्टे में १३५ मनुष्यों को मारती हों, तो कितनी तोपें, जो ६ मिनट में ५ फ़ैर करती हैं, १ घण्टे में २५० मनुष्यों को मारेंगी ?

∵ ५४ फ़ैरों में १३५ मनुष्य ५ तोपों से मरते हैं;

∴ १ फ़ैर में १३५ मनुष्य ५×५४ ,, ;

∴ १ फ़ैर में १ मनुष्य $\frac{५ \times ५४}{१३५}$,, ;

∴ ५० फ़ैरों में १ मनुष्य $\frac{५ \times ५४}{१३५ \times ५०}$,, ;

∴ ५० फ़ैरों में २५० मनुष्य $\frac{५ \times ५४ \times २५०}{१३५ \times ५०}$,, ;

वा १० तोपों से मरते हैं, उत्तर।

प्रश्नमाला १३४

(१) यदि ५ मनुष्य १२० रु० १२ दिन में प्राप्त करें, तो कितने दिनों में ८ मनुष्य १६० रु० प्राप्त करेंगे ?

(२) यदि १० घोड़े २००० एकर २० दिन में जोत सकते हैं, तो कितने एकर १२ घोड़े १५ दिन में जोत लेंगे ?

(३) यदि २४ घोड़े १००८० किलो ग्राम अनाज २१ दिन में खावें, तो ३६६६० किलो ग्राम ७ घोड़ों के लिए कितने दिन को होगा ?

(४) यदि ३० मनुष्य एक दीवार को, जो ४ मीटर ऊँची है, १५ दिन में बना सकते हों, तो ५ मीटर ऊँची दीवार को ७½ दिन में बनाने के लिए कितने मनुष्यों की आवश्यकता होगी ?

(५) यदि १२ घोड़े १७ दिन तक ४०८ रु० में खिलाये जा सकें, तो कितने घोड़े २७ दिन तक ३९२ रु० में खिलाये जा सकेंगे ?

(६) यदि १० भट्टियों में १४ दिन में २८५० किलो ग्राम कोयले जलते हों तो कितने दिनों में १८ भट्टियों में ३८०० किलो ग्राम कोयले जलेंगे ?

(७) यदि ४२० किलो ग्राम का भाड़ा २५० किलो मीटर के लिए ३५ रु० हों, तो ४८० किलो ग्राम बोझ का भाड़ा २०० किलो मीटर के लिए क्या होगा ?

(८) यदि १३ मनुष्यों की २५ दिन की मज़दूरी ४८७·५० रु० हो; तो १६ दिन के लिए ७२० रु० में कितने मनुष्य रखे जा सकेंगे ?

(९) यदि २२·५० रु०, ९ एकर धरती का वार्षिक लगान हो, तो १४४ एकर धरती का लगान १ महीने के लिए क्या होगा ?

(१०) यदि १४ मनुष्य ११७६० रुपये से २८ महीने तक अपने भोजन का प्रबन्ध कर सकते हैं, तो १८ मनुष्य ११३४० रु० से कितने महीने तक अपने भोजन का प्रबन्ध कर सकेंगे ?

(११) यदि ५ मनुष्य ७½ मीटर लम्बी खाई २१ दिन में खोद लें, तो कितने मनुष्य उसी भाँति की खाई को; जो २० मीटर लम्बी है, ३५ दिन में खोद लेंगे ?

(१२) यदि २० पम्प ५ घण्टे में ५०००० लिटर पानी चढ़ा सकते हों, तो कितने पम्प ३०००० लिटर पानी १० घण्टे में चढ़ावेंगे ?

(१३) यदि २० मनुष्य एक काम को १३ दिन में कर लेते हों, तो कितने समय में उससे २½ गुने काम को १५ मनुष्य कर लेंगे ?

(१४) यदि १० मनुष्य एक काम को ८ दिन में करें, तो कितने मनुष्य उससे चौगुने काम को उससे तिहाई समय में कर लेंगे ?

(१५) यदि १४ मनुष्य २० दिन में १२ घण्टे प्रति दिन काम करके ४२० रु० कमावें; तो २१ दिन में २४ मनुष्य प्रति दिन कितने घण्टे काम करें कि ६०४·८० रु० उसी हिसाब से कमा लें ?

(१६) यदि १५ मनुष्य एक काम को ६ घण्टे प्रति दिन काम करके १२ दिन में समाप्त कर सकते हों, तो कितने मनुष्य उससे पचगुने काम को १० घण्टे प्रति दिन काम करके २० दिन में समाप्त कर लेंगे ?

(१७) एक मनुष्य १९८० किलो मीटर की यात्रा ११ घण्टे प्रति दिन चलकर १८ दिन में समाप्त कर लेता है, तो कितने दिनों में उसी चाल से ६ घण्टे प्रति दिन चलकर ५४० किलो मीटर की यात्रा समाप्त करेगा ?

(१८) जब चावलों का भाव २५ रु० मन होता है, तब १० मनुष्य कुछ रुपयों में १२ दिन निर्वाह कर लेते हैं; तो कितने मनुष्य उतने ही रुपयों में ४ दिन निर्वाह कर सकते हैं, जब चावल ३० रु० मन हो?

(१९) जब मैदा ६० पै० प्रति किलो ग्राम आता है; तब १६ मनुष्य ४८ रु० में ५ दिन निर्वाह कर सकते हैं, तो ६० रु० में १२ मनुष्य कितने दिन निर्वाह कर सकेंगे, जब मैदा ५० पै० प्रति किलो ग्राम हो ?

(२०) यदि १५ मनुष्य एक दीवार ९० मीटर लम्बी, २ मीटर ऊँची और ०·७५ मीटर मोटी १८ दिन में बना सकते हैं, तो कितने दिनों में १८ मनुष्य ६० मीटर लम्बी, १·५० मीटर ऊँची और १ मीटर मोटी दीवार को बनावेंगे ?

(२१) यदि ३० मनुष्य ६ घण्टे प्रति दिन काम करके एक खाई १०५ मीटर लम्बी, ४ मीटर चौड़ी और २ मीटर गहरी, ६ दिन में खोद लेते हैं; तो ७९२ मनुष्य प्रति दिन कितने घण्टे काम करें कि १२६ मीटर लम्बी, २० मीटर चौड़ी और ११ मीटर गहरी खाई १० दिन में खुद जाय ?

(२२) एक क़िले में १२०० मनुष्य घिरे हुए हैं, उनके लिए ५० दिन को खाने का सामान ६०० ग्राम प्रति मनुष्य प्रति दिन के हिसाब से उपस्थित है, यदि उसमें ३०० मनुष्य और बढ़ जावें, तो प्रति दिन की खुराक कितनी कम कर दी जाय कि वही सामान कुल मनुष्यों को ६० दिन को हो जाय ?

(२३) यदि गैस के ६ लैम्पों में जो ६ घण्टे प्रति दिन जलते हैं, ८ दिन में ४·५० रु० ख़र्च पड़े; तो ६·२५ रु० में १० दिन तक कितने लैम्प ५ घण्टे रोज़ को जलाये जा सकते हैं ?

(२४) ३ तोपें, जो ६ मिनट में ४ फ़ैर करती हैं, $\frac{१}{२}$ घण्टे में २५० मनुष्य मार डालती हैं; तो कितनी तोपें, जो ५ मिनट में ३ फ़ैर करती हैं, ६०० मनुष्यों को १ घण्टे में मार डालेंगी ?

(२५) यदि १५ मनुष्य एक पुश्ता ६६६ मीटर लम्बा १०$\frac{१}{२}$ घण्टे प्रति दिन काम करके ८ दिन में बना सकते हैं: तो ५७५ मीटर लम्बे पुश्ते को ७$\frac{१}{२}$ घण्टे प्रति दिन काम करके १२ दिनों में बनवाने में कितने मनुष्यों की आवश्यकता होगी, जब अन्त के २ दिनों में ८ आदमी और बढ़ा लिये जावें ?

(२६) यदि ५० मनुष्य ८ घण्टे प्रति दिन काम करके एक खाई २७५ घन मीटर की ५ दिन में खोदते हैं, तो कितने दिनों में ३३० घन मीटर की खाई ४० मनुष्य १० घण्टे प्रति दिन काम करके खोदेंगे, जब पहली खाई की धरती दूसरी खाई की धरती से दूनी कड़ी हो और पहले थोक के ३ मनुष्य दूसरे थोक से ४ मनुष्यों के बराबर काम करते हों ?

(२७) यदि ६ मनुष्य ८ घण्टे प्रति दिन काम करके २४०० एअर खेत ४ दिन में काट सकते हैं, तो कितने दिनों में ४ मनुष्य ३४०० एअर खेत को काट सकते हैं, जबकि २ मनुष्य उनमें से प्रति दिन १० घण्टे और २ मनुष्य ७ घण्टे काम करते हों ?

(२८) यदि ६ मनुष्य और ८ लड़के ६०० एअर खेत को ४ दिन में काट सकते हैं; तो कितने एअर ७ मनुष्य और ४ लड़के ९ दिन में काटेंगे, जब २ लड़के एक मनुष्य के बराबर उसी समय में काटते हैं ?

(२९) यदि ४ घोड़े उतनी घास खाते हों, जितनी १८ भेड़ें और ५ घोड़े और ३० भेड़ें २५० रु० में १५ दिन रखी जा सकें; तो ७ घोड़े और १५ भेड़ों के २० दिन रखने में कितना ख़र्च होगा ?

(३०) ४१$\frac{१}{४}$ एअर खेत का लगान ३९ महीने के लिए १७८·७५ रु० था, तो उस खेत का कितना क्षेत्रफल होगा; जिसका लगान ३३ महीने के लिए २०६·२५ रु० हैं, जब पहले खेत के ३ एअर का लगान दूसरे खेत के ४ एअर के लगान के बराबर हो ?

(३१) एक जहाज़ में २७ मनुष्यों को ९० दिन के लिए ६६० ग्राम प्रति मनुष्य प्रति दिन के हिसाब से खाना उपस्थित था, २७ दिन पीछे वायु की तीव्रता के कारण एक पक्ष तक लङ्गर डालकर पड़ा रहना

पड़ा; इसके पश्चात् ३ मनुष्य मर गये तो खाना किस प्रकार बाँटा जाय कि बढ़ती दिनों के लिए पूरा हो जाय ?

(३२) १० मनुष्य वा १६ लड़के ६ घण्टे प्रति दिन काम करके एक काम को २० दिन में कर सकते हैं तो ७ मनुष्य और ८ लड़कों को उससे तिगुना काम १५ दिन में समाप्त करने के लिए कितने घण्टे प्रति दिन काम करना चाहिए ?

(३३) यदि ५ पुरुष, ८ स्त्रियाँ वा १२ लड़के ७ घण्टे प्रति दिन काम करके एक काम को १६ दिन में कर सकते हैं, तो उससे २½ गुने काम को ५ घण्टे प्रति दिन काम करके ३५ दिन में समाप्त करने के लिए कितने मनुष्य आवश्यक होंगे; जब इनकी सहायता में ४ स्त्रियाँ और ६ लड़के और काम करें ?

१६६। निम्नलिखित प्रश्न अन्य भाँति के दिये जाते हैं :—

उदाहरण १। ५ घोड़े और ६ बैलों का मूल्य १६०० रुपये और ४ घोड़े और ७ बैलों का मूल्य १८५० रु० हैं; तो एक बैल का मूल्य बताओ।

∵ ५ घोड़े और ६ बैलों का मूल्य = १६०० रु०;

∴ २० घोड़े और २४ बैलों का मूल्य = ७६०० रु०............(१)

फिर ४ ,, ,, ७ ,, ,, ,, = १८५० रु०;

∴ २० ,, ,, ३५ ,, ,, ,, = ९२५० रु०...........(२),

∴ ११ बैलों का मूल्य = ९२५० रु० − ७६०० रु० [(१) को (२) में से घटाने से]

= १६५० रु०।

∴ १ बैल का मूल्य = १५० रु०।

उदाहरण २। ३ मनुष्य और ५ लड़के एक काम के $\frac{१६}{३०}$ भाग को ३ दिन में कर सकते हैं ४ मनुष्य और ८ लड़के उस काम के $\frac{१४}{२५}$ भाग को २ दिन में कर सकते हैं; तो एक लड़का कुल काम को कितने समय में कर सकता है ?

३ दिन में ३ मनुष्य और ५ लड़के $\frac{१६}{३०}$ काम कर सकते हैं,

∴ १ दिन में ३ ,, ,, ५ ,, $\frac{१६}{९०}$,, ,, ,, ,,

∴ १ दिन में १२ ,, ,, २० ,, [illegible] ,, ,, ,,......(१),

फिर २ दिन में ४ मनुष्य और ८ लड़के $\frac{१४}{१५}$ काम कर सकते हैं,

∴ १ दिन में ४ „ „ ८ „ $\frac{७}{१५}$ „ „ „ „

∴ १ दिन में १२ „ „ २४ „ $\frac{७}{५}$ „ „ ... .(२),

∴ १ दिन में ४ लड़के उस काम का ($\frac{७}{५}-\frac{१६}{१५}$) भाग कर सकते हैं।

[(१) को (२) में से घटाने से।]

अर्थात् १ दिन में ४ लड़के उसी काम का $\frac{२}{१५}$ कर सकते हैं;

∴ १ दिन में १ लड़का „ „ „ $\frac{१}{३०}$ काम कर सकता है;

∴ १ लड़का कुल काम को ३० दिन में कर सकता है ?

प्रश्नमाला १३५

(१) यदि ९ घोड़े और ७ गायों का मूल्य २०५० रु० और ५ घोड़े और ६ गायों का मूल्य १६५० रु० है; तो एक गाय का मूल्य बताओ।

(२) ५ किलो ग्राम मैदा और ६ किलो ग्राम चावलों के दाम १२ रु०, और ७ किलो ग्राम मैदा और ४ किलो ग्राम चावलों के दाम १०.२० रु० हैं; तो एक किलो ग्राम मैदा और एक किलो ग्राम चावलों के दाम अलग-अलग बताओ।

(३) यदि ७ भेड़ों और ९ घंटों का मूल्य १०७ रु० और ९ भेड़ों और ७ घंटों का मूल्य १०१ रु० हो; तो १ भेड़ और १ घंटे का मूल्य अलग-अलग बताओ।

(४) ४ कुर्सी और ५ मेज़ों का मूल्य ३३० रु० और ५ कुर्सी और ४ मेज़ों का मूल्य ३०० रु० है; तो १ कुर्सी और १ मेज़ का अलग-अलग मूल्य बताओ।

(५) २ मनुष्य और ३ लड़के एक काम के $\frac{३}{४}$ को ६ दिन में कर सकते हैं, और ३ मनुष्य और ५ लड़के उस काम के $\frac{१६}{६४}$ को ४ दिन में कर सकते हैं; तो एक लड़का कुल काम को कितने समय में कर सकता है ?

(६) ७ मनुष्य और ८ लड़के एक काम को २ दिन में, और ४ मनुष्य और १२ लड़के उस काम के $\frac{२६}{५६}$ को एक दिन में कर सकते हैं, तो कुल काम को १ मनुष्य कितने समय में कर लेगा ?

(७) ५ मनुष्य और ६ लड़के एक काम के $\frac{३}{५}$ को ३ दिन में, और १० मनुष्य और १८ लड़के कुल काम को २ दिन में कर सकते हैं; तो १ मनुष्य और १ लड़का मिलकर उससे दूने काम को कितने समय में करेंगे ?

(८) ६ मनुष्य और २ लड़के ५२० एकर २ दिन में और ७ मनुष्य और ५ लड़के १३२० एकर ४ दिन में काट सकते हैं; तो २ मनुष्य और २ लड़कों को ४०० एकर काटने में कितना समय लगेगा ?

(९) २ लड़के और १ मनुष्य एक काम को ४ घण्टे में कर सकते हैं, और २ मनुष्य और १ लड़का उसी काम को ३ घण्टे में; तो १ मनुष्य और १ लड़का उस काम को अलग-अलग कितने समय में कर सकता है और १ मनुष्य और १ लड़का मिलकर कितने समय में करेंगे ?

(१०) एक काम पर ४ मनुष्य और ५ लड़के लगाये गये; उन्होंने उस काम का $\frac{१}{३}$, ६ दिन में कर लिया; तत्पश्चात् १ मनुष्य और २ लड़के उस काम पर और बढ़ा दिए गये और ३ दिन में $\frac{१}{३}$ काम और हो गया, तो कितने मनुष्य उस काम पर और बढ़ाये जावें कि शेष काम १ दिन में समाप्त हो जावे ?

(११) एक बरतन, जिसमें २१० डोल पानी आता है, दो नलों से भरा जाता है: जब पहला नल ४ घण्टे और दूसरा नल ५ घण्टे खुला रहता है, तो बरतन में ९० डोल पानी भर जाता है और जब पहला नल ७ घण्टे और दूसरा ३$\frac{१}{२}$ घण्टे खुला रहता है, तो १२६ डोल पानी भर जाता है। यदि दोनों नलों को खुला रखें; तो कितने समय में बरतन भर जायगा ?

अड़तीसवाँ अध्याय

अनुपात और समानुपात

२०० । एक राशि का उसी जाति की दूसरी राशि के साथ अनुपात यह होता है जिससे पहली राशि की अधिकता दूसरी राशि की अपेक्षा प्रकट होती है । इस कारण एक राशि का उसी जाति की दूसरी राशि के

साथ अनुपात उस भिन्न के द्वारा निश्चय किया जाता है जिसका अंश पहली राशि की नाप और हर दूसरी राशि की नाप होती है, परन्तु दोनों राशि एक ही इकाई में प्रकट होनी चाहिये। जैसे, ३ रु० का ५ रु० के साथ अनुपात $\frac{३}{५}$ भिन्न द्वारा निश्चय किया जाता है और २ मीटर का ५ मीटर के साथ अनुपात $\frac{२}{५}$ भिन्न के द्वारा निश्चय किया जाता है। अनुपात की दोनों राशियों में से पहली को 'आदिम' और दूसरी को 'अन्तिम' कहते हैं और दोनों मिलकर 'अनुपात की राशि' कहलाती हैं। ३ रु० का ५ रु० के साथ अनुपात इस भाँति "३ रु० : ५ रु०" लिखा जाता है।

सूचना—जो अनुपात ३ रु० का ५ रु० के साथ है उसका उल्टा वह अनुपात है, जो ५ रु० का ३ रु० के साथ है।

२०१। किसी अनुपात के मान का सम्बन्ध उसकी राशियों की जाति के साथ कुछ नहीं होता। जैसे, अनुपात २ मीटर : ५ मीटर, २ रु० : ५ रु०, २ किलो ग्राम : ५ किलो ग्राम, सब समान हैं, क्योंकि प्रत्येक इनमें से $\frac{२}{५}$ भिन्न द्वारा प्रकाशित किया जाता है। इसलिए अनुपात सम्बन्धी नियम निश्चय करने में प्रायः राशियों को ही संख्या मान लेते हैं; क्योंकि संख्याओं से ही सब जाति की राशि का परिमाण प्रकट होता है।

२०२। किसी अनुपात का मान उसकी दोनों राशियों को एक ही संख्या से गुणा वा भाग देने से नहीं बदलता; जैसे, अनुपात २ : ३, ४ : ६, ८० : १२० सब समान हैं।

२०३। आदिम राशियों के गुणनफल को नई आदिम राशि और अन्तिम राशियों के गुणनफल को नई अन्तिम राशि बना लेने से संयुक्त अनुपात बन जाते हैं। जैसे, अनुपात, २ : ३ और ६ : ७ का संयुक्त अनुपात २×६ : ३×७ वा ४ : ७ है।

२०४। चार राशियाँ 'समानुपाती' तब कहलाती हैं, जब पहली राशि का दूसरी के साथ अनुपात तीसरी राशि का चौथी राशि के साथ के अनुपात के समान हो;

जैसे, ३, ४, ९, १२ ये चारों राशियाँ समानुपाती हैं; क्योंकि ३ का ४ के साथ अनुपात, ९ का १२ के साथ के अनुपात के बराबर है।

सूचना—जब ४ राशियाँ समानुपाती होती हैं, तो इस बात की कोई आवश्यकता नहीं कि सब राशियाँ एक ही जाति की हों, केवल इतना

होना चाहिए कि पहली दो राशियाँ सजातीय हों और इसी प्रकार दूसरी दोनों हों। राशियों में जो समानुपात होता है, इस प्रकार प्रकट किया जाता है :—

जैसे कि—३ : ४=९ : १२।

इसको इस भाँति पढ़ते हैं "३ का सम्बन्ध ४ के साथ बराबर है ९ का सम्बन्ध १२ के साथ के।"

वा इस प्रकार—३ : ४ : : ९ : १२ और इसको इस भाँति पढ़ते हैं—"३ वह सम्बन्ध रखता है ४ से, जो ९ सम्बन्ध रखता है १२ से।"

इस समानुपात में ३ और १२ को 'अन्त्य राशियाँ' और ४ और ९ को 'मध्य राशियाँ' कहते हैं; १२ को ३, ४ और ९ का 'चौथा समानुपाती' कहते हैं।

२०५। जब चार राशियाँ समानुपाती हों जिससे

पहली : दूसरी : : तीसरी : चौथी;

तो फिर दूसरी : पहली : : चौथी : तीसरी;

और चौथी : तीसरी : : दूसरी : पहली।

और यदि चारों राशियाँ एक जाति की हों तो,

पहली : तीसरी : : दूसरी : चौथी।

२०६। जब, ४ राशियाँ समानुपाती होती हैं, तो अन्त्य राशियों का गुणनफल मध्य राशियों के गुणनफल के समान होता है;

जैसे, ३ : ४=६ : ८ इसमें ३×८=४×६।

इस कारण एक अन्त्य राशि=मध्य राशियों का गुणनफल ÷ दूसरी अन्त्य राशि, और एक मध्यराशि=अन्त्य राशियों का गुणनफल ÷ दूसरी मध्य राशि।

२०७। एक जाति की तीन राशियों को संलग्न समानुपाती उस समय कहते हैं जब पहली और दूसरी का अनुपात दूसरी और तीसरी के अनुपात के समान हों। दूसरी राशि को पहली और तीसरी का मध्य समानुपाती कहते हैं, और तीसरी राशि को पहली और दूसरी का तीसरा समानुपाती बोलते हैं;

जैसे २, ४ और ८ संलग्न समानुपाती हैं; क्योंकि २ : ४=४ : ८ ४ मध्य-समानुपाती २ और ८ का है, ८ तीसरा समानुपाती २ और ४ का।

यह विदित हो कि दो राशियों के मध्य समानुपाती का वर्ग, उनके गुणनफल के बराबर होता है।

२०८। उदाहरण १। ३, ९ और ४ की चौथी समनुपाती राशि निकालो।

$$\because ३ : ९ = ४ : \text{इष्ट संख्या};$$

$$\therefore \text{इष्ट संख्या} = \frac{९ \times ४}{३} = १२ ।$$

उदाहरण २। वह संख्या बताओ, जिसका २० के साथ वही अनुपात हो जो ३ का ५ के साथ है।

$$\because ३ : ५ = \text{इष्ट संख्या} : २०;$$

$$\therefore \text{इष्ट संख्या} = \frac{३ \times २०}{५} = १२ ।$$

उदाहरण ३। ३ और १२ का मध्य समानुपाती बताओ।

$$\because \text{इष्ट संख्या का वर्ग} = ३ \times १२ = ३६;$$

$$\therefore \text{इष्ट संख्या} = \sqrt{३६} = ६ ।$$

उदाहरण ४। क, ख, ग और घ एक ही जाति की राशियाँ हैं। क का ख के साथ अनुपात ३ : ४ है, ख का ग के साथ ५ : ७, और ग का घ के साथ ८ : ९; तो क का घ के साथ अनुपात बताओ।

$$\text{अब} \frac{क}{ख} = \frac{३}{४}, \frac{ख}{ग} = \frac{५}{७} \text{और} \frac{ग}{घ} = \frac{८}{९},$$

$$\therefore \frac{क}{ख} \times \frac{ख}{ग} \times \frac{ग}{घ} = \frac{३}{४} \times \frac{५}{७} \times \frac{८}{९} \text{वा} \frac{क}{घ} = \frac{१०}{२१};$$

अर्थात् क : घ :: १० : २१।

सूचना—क, ख, ग और घ का संलग्न अनुपात अर्थात् क, ख, ग और घ का परस्पर मिलान इस भाँति होता है :—

$$\left.\begin{aligned} क : ख &= ३ : ४ \\ ख : ग = ५ : ७ = १ : \tfrac{७}{५} &= ४ : \tfrac{२८}{५} \\ ग : घ = ८ : ९ = १ : \tfrac{९}{८} &= \tfrac{२८}{५} : \tfrac{६३}{१०} \end{aligned}\right\}$$ अनुपातों की राशियाँ इस भाँति बदलते हैं कि प्रत्येक आदिम राशि की अगली अन्तिम राशि के समान हो जावे।

$$\therefore क : ख : ग : घ = ३ : ४ : \frac{२८}{५} : \frac{६३}{१०}$$

$$= ३० : ४० : ५६ : ६३;$$

और इनको इस भाँति पढ़ते हैं "क, ख, ग, घ का परस्पर वही अनुपात है, जो ३०, ४०, ५६, ६३ का परस्पर है।"

और क, ख, ग, घ को ३०, ४०, ५६, ६३ के साथ समानुपाती कहते हैं।

उदाहरण ५। ४२ लिटर मिली हुई वस्तु में शराब और पानी ५ : २ के अनुपात से मिला हुआ है, तो उसमें कितनी शराब और कितना पानी है ?

यदि मिली हुई वस्तु ७ (अर्थात् ५+२) बराबर भागों में बाँटी जाय, तो ५ भाग शराब होगी और २ भाग पानी;

∴ शराब का परिमाण = $\frac{४२}{७}$ × ५ लिटर = ३० लिटर;

और पानी का परिमाण = $\frac{४२}{७}$ × २ लिटर = १२ लिटर।

उदाहरण ६। ४० लिटर मिली हुई वस्तु में शराब और पानी ३ : १ के अनुपात से है, तो कितना पानी उसमें और बढ़ाया जाय कि शराब और पानी का अनुपात ५ : २ हो जाय ?

ऊपर के उदाहरण के अनुसार ज्ञात होगा कि मिली हुई वस्तु में ३० लिटर शराब और १० लिटर पानी है; अब शराब तो उतनी ही ३० लिटर रहती है और पानी उसमें इतना बढ़ाना है कि शराब और पानी में ५ : २ का अनुपात हो जाय; परन्तु ५ : २ = ३० : १२;

∴ (१२ − १०) लिटर वा २ लिटर पानी मिलाना चाहिये।

प्रश्नमाला १३६

निम्नलिखित अनुपातों में से प्रत्येक का मान उसके सरल रूप में बताओ :—

(१) १५ : २१। (२) ३९ रु० : ६५ रु०।

(३) ६० किलो ग्राम : ११० किलो ग्राम। (४) ३६० सें० मी० : २७० सें० मी०।

(५) ३५० ग्राम : ७२५ ग्राम। (६) २ डिग्री ५ मि० : ३ डिग्री।

(७) $३\frac{३}{४}$: $५\frac{५}{१२}$। (८) $२\frac{२}{५}$: ४·$\dot{३}$। (९) १ मीटर ८ सें० मी० : ९० सें० मी०।

निम्नलिखित अनुपातों के सम्मिलित अनुपातों को उनके सूक्ष्म रूप में लिखो :—

(१०) ७ : ९ और ४५ : २८। (११) १ : २, २ : ३ और ३ : ४।

(१२) $२\frac{१}{२}$: $३\frac{१}{३}$ और ·$\dot{३}$: ·२५। (१३) ४ : ७, ५ : ८ और २१ : ३०।

इन अनुपातों का परस्पर मिलान करो :—

(१४) ३ : ५ और ७ : ८। (१५) १३ : २१ और १८ : २६।
(१६) २ : ३, ३ : ४ और ४ : ५। (१७) ३ : ७, ५ : ६ और ७ : ११।

क्या निम्नलिखित समानुपाती हैं :—

(१८) ६, ११, १८, ३३। (१९) ५, ७, २०, २७। (२०) ३ रु०, २·२५ रु०, ४, ३।

इनकी चौथी समानुपाती राशि बताओ—

(२१) ७, ६ और ८। (२२) २, ३ और ४$\frac{१}{३}$। (२३) ·२, ·०२ और ·००२।
(२४) ३८० रु०, ५७० रु० और १२ किलो ग्राम।
(२५) १ मीटर ४४ सें० मी०, ९६ सें० मी० और २ किलो ग्राम।
(२६) १२ एअर, २७ एअर और २० मनुष्य।
(२७) १२ मनुष्य, ६ मनुष्य और ३ किलो ग्राम। (२८) ६ किलो मीटर, २० किलो मीटर और ६ घण्टे।
(२९) ३३६ किलो ग्राम ८४ किलो ग्राम और २८ रु०।

इनकी मध्य समानुपाती राशि बताओ—

(३०) ७ और २८। (३१) १३ और ११७। (३२) ९४६४ और ५६०० ।;
(३३) $\frac{५}{२८}$ और $\frac{२०}{६३}$। (३४) २$\frac{१}{३}$ और ५$\frac{५}{१२}$। (३५) ·३ और ·०१२।

इनकी तीसरी समानुपाती राशि बताओ—

(३६) २$\frac{१}{४}$ और ७$\frac{१}{२}$। (३७) ७ और ५$\frac{३}{५}$। (३८) २ रु० और १·२५ रु०।

(३९) दो रेलगाड़ियों की चालों का मिलान करो, एक उनमें से २ घण्टे में १३६ किलो मीटर और दूसरी २$\frac{१}{२}$ घण्टे में १०० किलो मीटर जाती है।

(४०) क : ख = ३ : ४; ख : ग = $\frac{३}{४}$: $\frac{४}{३}$, तो क और ग का अनुपात बताओ

(४१) यदि क = ख का $\frac{४}{५}$ और ख = ग का २$\frac{१}{२}$, तो क और ग का अनुपात। बताओ।

(४२) जब क ४ रु० कमावे, तो ख ५ रु०; और जब ख ६ रु० तो ग ७ रु० और जब ग ८ रु०; तो घ ९ रु०; तो क, ख, ग और घ की कमाइयों का मिलान करो।

(४३) दो धन की संख्या ७ और ८ की समानुपाती हैं और उनमें से पहली ३५ रु० है, तो दूसरी संख्या क्या है ?

(४४) समान घनफल के सोने और पानी के बोझों का अनुपात ३७ : २ है; यदि १ घन सें० मी० पानी १ ग्राम तोल में हो, तो १ घन सें० मी० सोने की तोल बताओ।

(४५) वृत्त की परिधि और व्यास में २२ : ७ का अनुपात है, तो परिधि बताओ, जब व्यास १२६ सें० मी० हो।

(४६) एक मनुष्य १५ लिटर दूध में ५ लिटर पानी मिलाता है और दूसरा १२ लिटर दूध में ३ लिटर; तो दोनों मिली हुई वस्तुओं में दूध की तोल का मिलान करो।

(४७) जितने समय में क को ३ रु० लाभ होता है, ख को ४ रु० का; और जितने समय में ख को ५ रु० का लाभ होता है, ग को ६ रु० का यदि क को २० रु० का लाभ हो, तो उतने समय में ग को क्या लाभ होगा ?

(४८) ५० लिटर मिली हुई वस्तु में शराब और पानी का अनुपात ३ : २ है, तो उसमें शराब और पानी कितना-कितना है ?

(४९) ३० लिटर मिली हुई वस्तु में शराब और पानी का अनुपात ७ : ३ है, तो कितना पानी और मिलाया जाय कि शराब और पानी का अनुपात ३ : ७ हो जाय ?

(५०) एक शिकारी कुत्ता एक ख़रगोश का पीछा करता है, और जितनी देर में कुत्ता ४ छलाँगें भरता है ख़रगोश ५; परन्तु कुत्ते की ३ छलाँगें ख़रगोश की ४ छलाँगों के बराबर हैं; तो कुत्ते और ख़रगोश की चालों का मिलान करो।

उन्तालीसवाँ अध्याय

त्रैराशिक

२०९। जिन प्रश्नों का साधन ऐकिक नियम से किया गया है उनका साधन तीन दी हुई राशियों की चौथी समानुपाती राशि निकालने द्वारा भी हो सकता है।

उदाहरण १। यदि ५ किलो ग्राम खाँड़ के दाम ६ रु० हों, तो १२ किलो ग्राम खाँड़ के क्या दाम होंगे ?

यहाँ यह विदित होता है कि यदि तोल २, ३...गुनी बढ़ जाय, तो मोल भी २, ३...गुना हो जायगा। इस कारण दो तोलों का अनुपात उनके सम्बन्धित दो दामों के अनुपात के समान है।

इस कारण, ५ किलो ग्राम : १२ किलो ग्राम : : ६ रु० : उत्तर;

$$\therefore \text{उत्तर} = \frac{१२ \times ६}{५} \text{ रु०} = १४\cdot४० \text{ रु०}।$$

उदाहरण २। यदि १२ मनुष्य एक काम को ५ दिन में कर सकते हैं, तो १५ मनुष्य उस काम को कितने दिनों में कर लेंगे ?

यहाँ पर यह विदित है कि यदि मनुष्यों की संख्या २, ३...गुनी हो जाय तो दिनों की संख्या २, ३...गुनी कम हो जायगी, इस कारण मनुष्यों की संख्या का व्यस्त अनुपात दिनों से सम्बन्ध रखनेवाली संख्या के अनुपात के समान होता है।

इस कारण, १५ मनुष्य : १२ मनुष्य : : ५ दिन : उत्तर;

$$\therefore \text{उत्तर} = \frac{१२ \times ५}{१५} \text{ दिन} = ४ \text{ दिन}।$$

२१०। तीन दी हुई राशियों की चौथी समानुपाती राशि निकालकर प्रश्नों की ऊपर लिखी रीत्यनुसार साधन करने की रीति को 'त्रैराशिक' कहते हैं।

पहला प्रश्न 'समस्त' त्रैराशिक का उदाहरण है, क्योंकि इसमें तोलों का समस्त अनुपात दो सम्बन्ध रखनेवाले मोलों के अनुपात के समान है।

दूसरा प्रश्न 'व्यस्त' त्रैराशिक का उदाहरण है, क्योंकि मनुष्यों की संख्या का व्यस्त अनुपात सम्बन्ध रखनेवाली दिनों की संख्या के अनुपात के समान है।

२११। यह विदित है कि समानुपात में दूसरी राशि, पहली राशि से उसी प्रकार छोटी वा बड़ी होती है, जिस प्रकार चौथी राशि तीसरी राशि से बड़ी वा छोटी होती है। इस कारण त्रैराशिक के प्रश्न में राशियों को उचित स्थानों में रखने के लिए निम्नलिखित नियम दिया जा सकता है:—

उत्तर को अक्षर उ० से प्रकट करो और उसको चौथे स्थान में रखो और तीन दी हुई राशियों में से उस राशि को तीसरे स्थान में रखो जो उत्तर

के साथ सजातीय हो, फिर प्रश्न के ढङ्ग से यह बात निश्चय करो कि उत्तर तीसरी राशि से अधिक आवेगा वा न्यून, यदि अधिक आवे, तो शेष दो राशियों में से अधिक को दूसरे स्थान में, और उत्तर यदि न्यून हो, तो न्यून को दूसरे स्थान में रखो, शेष बची हुई राशि को पहले स्थान में रखो।

सूचना—क्रिया करने में समानुपात की प्रथम की दो राशियों के स्थान में वह संख्या रख लेनी चाहिए जो उन दोनों को एक इकाई में प्रकट करने से प्राप्त हो।

उदाहरण १। यदि रेलगाड़ी के तीसरे दर्जे का ११० किलो मीटर का भाड़ा २·२० रु० हो, तो ३५० किलो मीटर का क्या भाड़ा होगा?

	किलो मीटर		किलो मीटर		रु० पै०		
	११०	:	३५०	::	२ २०	:	उ०।
अर्थात्	११	:	३५	::	२ २०	:	उ०।

$$\therefore उ० = \frac{२·२० \text{ रु०} \times ३५}{११} = ७ \text{ रु०}।$$

वा इस प्रकार ∵ २ रु० २० पै० = २२० पै०,

$$\therefore उ० = \frac{३५ \times २२०}{११} \text{ पै०} = ७०० \text{ पै०}$$

$$= ७ \text{ रु०}।$$

पिछली रीति बहुधा करके क्रिया करने में आती है। विद्यार्थी को इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि तीसरी राशि पै० में लिखी गई थी, इसलिए उत्तर जो प्राप्त हुआ है, वह भी पै० ही में है।

उदाहरण २। यदि कुछ चावल १०० मनुष्यों को १५ सप्ताह के लिए होवें; तो कितने मनुष्यों को ६ सप्ताह के लिए होंगे?

	सप्ताह		सप्ताह		मनुष्य		
	६	:	१५	::	१००	:	उ०,
अर्थात्	२	:	५	::	१००	:	उ०,

$$\therefore उ० = \frac{५ \times १००}{२} \text{ मनुष्य} = २५० \text{ मनुष्य}।$$

उदाहरण ३। एक देवालिये पर १३२० रु० का ऋण है और उसकी सम्पत्ति ९९० रु० की है, तो १ रु० में वह कितना चुका सकता है?

रु०		रु०		रु०		
१३२०	:	१	::	९९०	:	उ०;

$$\therefore उ० = \frac{१ \times ९९०}{१३२०} \text{ रु०} = \frac{३}{४} \text{ रु०} = ७५ \text{ पै०}।$$

उदाहरण ४। एक मनुष्य के पास १ रु० ९२ पै० में ४ पै० के हिसाब से आयकर देकर ४७९४ रु० बच रहते हैं, तो उसकी कुल आय क्या है ?

१ रु० ९२ पै० = १९२ पै० १९२ पै० − ४ पै० = १८८ पै०।

	पै०		पै०		रु०
	१८८	:	१९२	: :	४७९४ : उ०,
अर्थात्	४७	:	४८	: :	४७९४ : उ०,

∴ उ० $\frac{४८\times४७९४}{४७}$ रु० = ४८९६ रु०।

उदाहरण ५। यदि ८ बैल या ६ घोड़े एक खेत की घास को १० दिन में चर लेते हैं, तो कितने दिनों में ५ बैल और ४ घोड़े उस खेत की घास को चर लेंगे ?

बैल		बैल		घोड़े
८	:	५	: :	६ : उ०,

∴ उ० = $\frac{५\times६}{८}$ घोड़े = $\frac{१५}{४}$ घोड़े।

∴ ५ बैल और ४ घोड़े उतनी घास खा लेंगे जितनी ($\frac{१५}{४}$ + ४) वा $\frac{३१}{४}$ घोड़े।

	घोड़े		घोड़े		दिन
अब,	$\frac{३१}{४}$	:	६	: :	१० : उ०;

∴ उ० = $\frac{४\times६\times१०}{३१}$ दिन = ७$\frac{२३}{३१}$ दिन।

उदाहरण ६। क एक काम को ७ दिन में, और ख उसको ९ दिन में कर सकता है, तो क और ख को मिलकर उस काम के करने में कितना समय लगेगा ?

क १ दिन में उस काम का $\frac{१}{७}$ और ख १ दिन में उस काम का $\frac{१}{९}$ कर सकता है, ∴ क और ख १ दिन में उस काम का ($\frac{१}{७}$ + $\frac{१}{९}$) वा $\frac{१६}{६३}$ कर सकते हैं।

काम		काम		दिन
$\frac{१६}{६३}$	:	१	: :	१ : उ०,

∴ उ० = $\frac{६३}{१६}$ दिन = ३$\frac{१५}{१६}$ दिन।

उदाहरण ७। २ और ३ बजे के बीच में घड़ी की सुइयाँ कब परस्पर लम्ब रूप में होंगी ?

मिनट की सुई घण्टे की सुई से १२ मिनट में ११ दर्जे अधिक चलती है, और यहाँ मिनट की सुई को (१० + १५) वा २५ दर्जे अधिक चलना है।

दर्जे		दर्जे		मिनट		
११	:	२५	::	१२	:	उ०,

$\therefore$ उ० $= \frac{२५ \times १२}{११}$ मिनट $= २७\frac{३}{११}$ मिनट;

$\therefore$ दोनों सुइयाँ २ बजकर $२७\frac{३}{११}$ मिनट पर परस्पर लम्ब रूप में होंगी।

उदाहरण ८। क, ख से १७६० मीटर की दौड़ में ४० मीटर आगे रहता है; और ख, ग से १७६० मीटर की दौड़ में २० मीटर; यदि क और ग में १७६० मीटर की दौड़ हो, तो क कितना आगे रहेगा ?

जितनी देर में क १७६० मीटर दौड़ता है, ख १७२० मीटर दौड़ता है;

और ,, ,, ख १७६० ,, ,, ,, ग १७४० ,, ,, ,,

१७६० : १७२० :: १७४० : उ०;

अर्थात् ४४ : ४३ :: १७४० : उ०;

$\therefore$ उ० $= \frac{४३ \times १७४०}{४४}$ मीटर $= १७००\frac{५}{११}$ मीटर।

$\therefore$ जितने समय में ख १७२० मीटर दौड़ता है, ग $१७००\frac{५}{११}$ मीटर दौड़ता है; परन्तु जितने समय में ख १७२० मीटर दौड़ता है, क १७६० मीटर दौड़ता है;

$\therefore$ जितने समय में क १७६० मीटर दौड़ता है, ग $१७००\frac{५}{११}$ मीटर दौड़ता है,

$\therefore$ क दौड़ में (१७६० $-$ $१७००\frac{५}{११}$) मीटर वा $५९\frac{६}{११}$ मीटर आगे रहेगा।

उदाहरण ९। क जो प्रति घण्टे ६ किलो मीटर जाता है, प से फ स्थान को जो ८२·८० किलो मीटर दूर है, चला; उससे १ घण्टे पश्चात् ख, जो ६·८० किलो मीटर प्रति घण्टे जाता है; फ से प स्थान को चला; तो क और ख कब और कहाँ मिलेंगे ?

क जब ६ किलो मीटर चल लेता है तब ख चलना आरम्भ करता है। शेष ४८ किलो मीटर में से क १ घण्टे में ६ किलो मीटर चलता है और ख एक

घण्टे में ६·८० किलो मीटर अर्थात् वे मिलकर (६+६·८०) वा १२·८० किलो मीटर १ घण्टे में जाते हैं।

१२·८० किलो मीटर : ७६·८० किलो मीटर : : १ घण्टा : उ०,

$\therefore$ उ० $= \frac{७६·८०}{६·८०}$ घण्टा $=$ ६ घण्टे।

$\therefore$ ख के चलने से ६ घण्टे बाद क उससे मिलेगा और इसलिए वे फ स्थान से ६·८० × ६ वा ४०·८० किलो मीटर दूर मिलेंगे।

[अभ्यासार्थ उदाहरणों के लिए अध्याय छत्तीसवाँ ऐकिक नियम देखो।]

चालीसवाँ अध्याय

बहुराशिक

२१२। मिश्र प्रश्नों का जिनमें दो वा अधिक त्रैराशिकों को कार्य में लाने की आवश्यकता होती है, बहुधा करके साधन एक संक्षिप्त रीति से किया जाता है, जिसको 'बहुराशिक' कहते हैं। यह रीति उदाहरणों द्वारा बहुत उत्तम प्रकार से विदित होगी।

उदाहरण १। यदि ९ मनुष्य २४० एअर १० दिन में काट सकते हैं, तो कितने मनुष्य ४८० एअर १५ दिन में काटेंगे?

एअर २४० : ४८०
दिन १५ : १० } : : ९ मनुष्य : उ०।

उत्तर को उ० अक्षर से प्रकट करो और उसको चौथी राशि के स्थान में रखो; और ९ मनुष्यों को तीसरी राशि के स्थान में रखो, जो उत्तर का सजातीय है। फिर २४० एअर और ४८० एअर (जो एक जाति की दो राशियाँ हैं) लो और विचारो कि इस प्रश्न में "यदि ९ मनुष्य २४० एअर काट सकते हैं तो कितने मनुष्य ४८० एअर काटेंगे, जबकि दोनों अवस्थाओं में समय एक ही माना जाय।" उत्तर तीसरी राशि से अधिक होगा वा न्यून; इससे विदित होगा कि उत्तर अधिक आवेगा; इस कारण ४८० एअर को दूसरी राशि के स्थान में रखो और २४० एअर को पहली राशि के स्थान में, फिर १० दिन और १५ दिन को लो (जो एक जाति की दूसरी दो राशि हैं) और देखो कि इस प्रश्न में "यदि ९ मनुष्य १० दिन में काट

सकते हैं, तो कितने मनुष्य १५ दिन में काटेंगे, जबकि दोनों अवस्थाओं में एअरों की संख्या बराबर मान ली जाय,' उत्तर तीसरी राशि से अधिक आवेगा वा न्यून; इससे विदित होता है कि न्यून आवेगा। इस कारण १० दिन को दूसरी राशि के स्थान में रखो और १५ दिन को पहली राशि के स्थान में। अब पहली राशि की संख्याओं को गुणा देकर नई पहली राशि बनालो, और दूसरी राशि की संख्याओं को गुणा देकर नई दूसरी राशि बनालो; इस भाँति—

$$२४० \times १५ : ४८० \times १० :: ६ : उ०,$$

$$\therefore उ० = \frac{४८० \times १० \times ६}{२४० \times १५} \text{ मनुष्य} = १२ \text{ मनुष्य।}$$

सूचना—एक जाति की राशियों के प्रत्येक जोड़ के स्थान में ऐसी संख्या रख दो जो उनको एक ही इकाई में प्रकट करने से प्राप्त हो।

ध्यान रखो जब अधिक राशियों के जोड़ एक ही जाति के आवें, तो उनके रखने में भी इसी प्रकार कार्य करना चाहिए।

उदाहरण २। यदि ७२ मनुष्य एक खाई ३२४ मीटर लम्बी, ६ मीटर चौड़ी और २·४० मीटर गहरी प्रति दिन १२ घण्टे काम करके ६ दिन में खोद सकते हों, तो कितने मनुष्य एक खाई को जो १४५८ मीटर लम्बी, १० मीटर चौड़ी और २·७० मीटर गहरी है, ६ घण्टे प्रतिदिन काम करके ३६ दिन में खोदेंगे?

$$\left.\begin{array}{lll} \text{मीटर लम्बी} & ३२४ & : १४५८, \\ \text{मीटर चौड़ी} & ६ & : १० \\ \text{मीटर गहरी} & २·४० & : २·७० \\ \text{दिन} & ३६ & : ६ \\ \text{घण्टे} & ६ & : १२ \end{array}\right\} :: ७२ \text{ मनुष्य} : उ०।$$

$$\therefore उत्तर = \frac{१४५८ \times १० \times २·७० \times ६ \times १२ \times ७२}{३२४ \times ६ \times २·४० \times ३६ \times ६} \text{ मनुष्य} = १३५ \text{ मनुष्य।}$$

वा यों और अच्छा होगा—

$$\left.\begin{array}{lll} \text{घन मीटर} & ३२४ \times ६ \times २·४० & : (१४५८) \times १० \times २·७० \\ \text{घण्टा} & ३६ \times ६ & : ६ \times १२ \end{array}\right\} :: ७२ : उ०।$$

उदाहरण ३। यदि १० मनुष्य एक काम को २४ दिन में कर सकते हों, तो कितने मनुष्य उससे तिगुने काम को उसके $\frac{१}{२}$ समय में करेंगे?

$$\left.\begin{array}{lccc} \text{काम} & १ & : & ३ \\ \text{दिन} & \frac{२४}{५} & : & २४ \end{array}\right\} :: १० \text{ मनुष्य} : \text{उ०}$$

$$\therefore \text{उ०} = \frac{३ \times २४ \times १०}{\frac{२४}{५}} \text{मनुष्य} = \frac{३ \times २४ \times १० \times ५}{२४} \text{मनुष्य} = १५० \text{ मनुष्य ।}$$

उदाहरण ४ । यदि ५ तोपें, जो प्रत्येक ५ मिनट में ३ फायर करती हैं; १$\frac{१}{२}$ घण्टे में १३५ मनुष्य मारें, तो ६ मिनट में ५ फ़ैर करनेवाली कितनी तोपें २५० मनुष्यों को १ घण्टे में मारने को आवश्यक होंगी ?

(पहली ५ तोपें प्रत्येक ५४ फायर करके १३५ मनुष्य मारती हैं; यह निश्चय करना है कि कितनी तोपें प्रत्येक ५० फ़ैर करके २५० मनुष्यों को मारेंगी ।)

$$\left.\begin{array}{lccc} \text{फ़ैर} & ५० & : & ५४ \\ \text{मनुष्य} & १३५ & : & २५० \end{array}\right\} :: ५ \text{ तोपें} : \text{उ०};$$

$$\therefore \text{उ०} = \frac{५४ \times २५० \times ५}{५० \times १३५} \text{ तोपें} = १० \text{ तोपें ।}$$

२१३ । बहुराशिक के उदाहरणों का साधन एक दूसरी रीति से अधिक सुगमता से हो सकता है । इस रीति में समानुपात की तीसरी और चौथी राशियों के लिए क्रम से पहले और दूसरे कार्य को लेते हैं, और पहली और दूसरी राशियों के लिए क्रम से पहले और दूसरे कारणों को लेते हैं, क्योंकि दो कारणों का अनुपात क्रम से दो कार्यों के अनुपात के समान होता है; इस रीति से पूर्व के प्रथम दो उदाहरणों का साधन करते हैं ।

उदाहरण १ । ९ मनुष्य १० दिन में उतना ही काम करेंगे, जितना (९×१०) मनुष्य एक दिन में, और उत्तर मनुष्य १५ दिन में उतना ही काम करेंगे, जितना (उत्तर×१५) मनुष्य १ दिन में;

$$\therefore ९ \times १० : \text{उ०} \times १५ :: ६ : १२;$$

$$\therefore \text{उ०} \times १५ \times ६ = ९ \times १० \times १२;$$

$$\therefore \text{उ०} = \frac{९ \times १० \times १२}{१५ \times ६} \text{ मनुष्य} = १२ \text{ मनुष्य ।}$$

उदाहरण २ । ७२×९×१२ : उ०×३६×९ :: (३२४×३)×(१२×३)×८ : (१४५८×३)×४०×(३×३),

$$\therefore \text{उ०} = \frac{७२ \times ९ \times १२ \times १४५८ \times ३ \times ४० \times ३ \times ३}{३६ \times ९ \times ३२४ \times ३ \times १२ \times ३ \times ८} \text{मनुष्य} = १३५ \text{ मनुष्य ।}$$

[अभ्यासार्थ उदाहरणों के लिए अध्याय ३६ देखो ।]

विविध प्रश्नमाला १३७

(१) वह कौनसी सबसे छोटी संख्या है, जिसको यदि १४०९ में जोड़ें, तो योगफल २३ से पूरा बँट जाय ?

(२) एक लड़का २·२५ रु० प्रति सप्ताह पाता है और प्रति चौथे सप्ताह उससे ५० पैसे काट लिये जाते हैं; यदि स्कूल का वर्ष ४८ सप्ताह का हो, तो २ वर्ष में उसको क्या मिलेगा ?

(३) ४५०९००४५ के रूढ़ उत्पादक बताओ और वह कौनसी सबसे छोटी पूर्णाङ्क संख्या है, जिससे यदि उसको गुणा करें, तो गुणनफल पूरा वर्ग हो जाय ?

(४) वह कौनसी सबसे छोटी भिन्न है, जिसको यदि १/५ + १/६ ÷ १/७ − ३/७ × ५/८ − १/८ में जोड़ें, तो योगफल पूर्णाङ्क संख्या हो ?

(५) यदि २७ मनुष्य एक काम को १५ दिन में कर सकते हैं, तो कितने मनुष्य और बढ़ाये जावें कि काम उसके ३/५ समय में हो जाय ?

---

(६) चार अङ्कों की सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या कौनसी है, जो ३४ से पूरी बँट जाय ?

(७) मैं कुछ रुपया ३२ मनुष्यों में बाँटना चाहता हूँ: पहले मनुष्य को ५० रु०, दूसरे को ५१ रु०, तीसरे को ५२ रु० इत्यादि, अर्थात् प्रत्येक समय उस धन-संख्या में १ रु० बढ़ा दिया जाता है; यदि मैं बराबर-बराबर बाँटता, तो प्रत्येक को क्या मिलता ?

(८) उस सबसे छोटी संख्या को निश्चय करो जिससे ३७८ को गुणा देने से ऐसी संख्या प्राप्त हो, जो ३३६ से पूरी बँट जाय ?

(९) एक पेच एक घुमाव में ·३९२ सें० मी० धँसता है, तो ९·८ सें० मी० के धँसने में उसमें कितने घुमाव लगेंगे ?

(१०) यदि १२ लोहे की सलाखें; जो प्रत्येक ४८ सें० मी० लम्बी, ३ सें०मी० चौड़ी और २ सें० मी० मोटी हैं, २८८ किलो ग्राम तोल में हैं, तो ११ सलाखें कितनी भारी होंगी, जो प्रत्येक ६ सें० मी० लम्बी, ४ सें० मी० चौड़ी और ३ सें० मी० मोटी है ?

(११) एक नगर की मनुष्य-संख्या ५७२० है, स्त्रियों से पुरुष ३२० अधिक हैं, तो पुरुषों और स्त्रियों की संख्या बताओ।

(१२) एक मज़दूर जो सप्ताह में केवल ६ दिन काम करता है (इतवार को काम नहीं करता), ९३ पै० प्रति दिन पाता है; यदि पहली तारीख़ जनवरी सन् १८८५ की इतवार को थी; तो उसकी वर्ष भर की आय क्या है ?

(१३) चार घण्टे एक साथ बजना आरम्भ होकर क्रम से ३, $३\frac{१}{४}$, $३\frac{१}{२}$ और $३\frac{३}{४}$ से० के अन्तर से बजते हैं; तो २४ घण्टे में कितनी बार चारों घण्टे एक साथ बजेंगे ?

(१४) $\frac{१}{२}+\frac{१}{३}$ का $\frac{१}{६}-\frac{१}{४}$ को कौनसी संख्या से गुणा दें कि गुणनफल सबसे न्यून पूर्णाङ्क संख्या हो ?

(१५) कुछ मनुष्यों ने १५१·२९ रु० का चन्दा एकत्र किया और प्रत्येक मनुष्य ने उतने पै० दिये जितनी मनुष्यों की संख्या थी; तो बताओ कि कितने मनुष्य थे।

(१६) यदि जौ की शराब के एक पीपे के एक ·४̇२८५७१̇ का मूल्य ५० रु० का ·७२ हो, तो उसके शेष के ·६२५ का क्या मूल्य होगा ?

---

(१७) यदि किसी संख्या के चौथे भाग में ७९ जोड़ने से १०० हो जाय, तो उस संख्या को बताओ।

(१८) १९५·७५ रु० को २० मनुष्यों में इस प्रकार बाँटो कि उनमें से ५ मनुष्यों में से प्रत्येक को शेष प्रत्येक से दूना मिले।

(१९) ७२० लिटर नारियल का तेल और ४५० लिटर अण्डी का तेल बिना मिलाये ऐसे पूरे पीपों में भरना है, जिनमें एक-बराबर तेल आता है; तो सबसे न्यून संख्या पीपों की क्या होगी ?

(२०) ९० पै० का $\frac{३}{२}$ + ६० पै० का १·२५ − १·१० रु० का ·५४̇५̇ को २४ रु० की दशमलव भिन्न के रूप में लाओ।

(२१) एक आयत की चारों भुजाओं का योगफल ११० मीटर है, और दो भुजाओं का अन्तर ११ मीटर है; तो उसका क्षेत्रफल ४८ हेक्टो एअर ४० एअर के दशमलव में निकालो।

(२२) यदि एक मनुष्य २७२ किलो मीटर की यात्रा ४¼ दिन में कर सकता है, जब दिन ११ घण्टे का होता है; तो ७५२ किलो मीटर की यात्रा कितने दिन में करेगा, जब दिन ८¾ घण्टे का हो ?

(२३) वह कौनसी संख्या है कि यदि उसमें ३ जोड़ें और योगफल को ४ से गुणा देकर गुणनफल को ५ से भाग दें, तो भागफल ७ निकले और शेषफल १ रहे ?

(२४) एक मनुष्य ने रेशमी फ़ीते के ४० टुकड़े बराबर लम्बाई के २६४ रु० में, ३३ पै० मीटर की दर से मोल लिए; तो प्रत्येक टुकड़ा फ़ीते का कितना लम्बा था ?

(२५) यदि किसी बरतन में से जब आधा भरा हो ४½ लिटर निकाल लिया जाय, तो उस बरतन में कुल का $\frac{१}{६}$ शेष रह जाता है; तो उस बरतन में कितने लिटर आ सकते हैं ?

(२६) एक वर्गक्षेत्र का क्षेत्रफल १०२४ वर्ग मीटर है; यदि उसकी लम्बाई ३ मीटर बढ़ाई जावे और चौड़ाई ३ मीटर घटाई जावे; तो अब उसका क्षेत्रफल क्या होगा ?

(२७) यदि एक मनुष्य २½ घण्टे में ११·२० किलो मीटर चलता है, तो एक दूसरे मनुष्य को १६ किलो मीटर जाने में कितना समय लगेगा, जबकि पहला मनुष्य जितने समय में ४·४० किलो मीटर चलता है; तो दूसरा मनुष्य उतने समय में ३·६० किलो मीटर ?

---

(२८) १४ वर्ष पहले एक मनुष्य की अवस्था अपने पुत्र की अवस्था से छः गुनी थी और अब लड़के की अवस्था २० वर्ष की है, तो उसके पिता की अवस्था बताओ।

(२९) एक मनुष्य ने २० लिटर दूध ८४ पै० लिटर के भाव से ख़रीदा, अब उस दूध में कितना पानी मिलावे कि ७२ पै० लिटर बेचकर ४·८० रु० का लाभ उठावे ?

(३०) मेरे पास एक भाँति के सिक्के थे जो तोल में २२९५ ग्राम थे, उनमें से मैंने १०३५ ग्राम तोल के सिक्के ख़र्च कर डाले; तो सिद्ध करो कि प्रत्येक सिक्का ४५ ग्राम से अधिक तोल में न था।

(३१) दो घड़ियाँ १२ बजे पर बजनी आरम्भ हुईं; एक २·९१६ सेकण्ड के अन्तर से, दूसरी २·०८३ सेकण्ड के अन्तर से बजती हैं; तो उनके सातवीं बार बजने का अन्तर १ मिनट की कौनसी दशमलव भिन्न है ?

(३२) एक वर्गाकार कमरे की दीवारों के रङ्ग कराने में क्या व्यय पड़ेगा; जो ३ मीटर ऊँचा और ५ मीटर लम्बा है; जिसमें १ दरवाज़ा २ मीटर ऊँचा, १·५० मीटर चौड़ा और २ खिड़कियाँ १·५० मीटर ऊँची और १ मीटर चौड़ी हैं; जबकि खिड़की के रङ्ग न कराने से ३·७५ रु० बच रहता है; यह भी बताओ कि कमरा कितना ऊँचा हो, जो रङ्ग कराने में १० रु० अधिक व्यय पड़े।

(३३) कलकत्ते के एक सौदागर ने लन्दन से २७१२ रु० का माल मँगाया, ४०८ रु० किराये और पैकिंग के दिये; उसने आधा माल २० पै० रुपया लाभ लेकर बेच डाला; तो बाक़ी माल प्रति रुपया क्या लाभ लेकर बेचे कि कुल माल पर ७८० रु० लाभ रहे ?

(३४) वह कौनसी सबसे बड़ी भिन्न है, जिसका अंश ३, ५, १, ० से और हर ३, २, ८, ० से बना हो ?

(३५) दो मनुष्यों में से प्रत्येक ने ६०० नारङ्गियाँ ३ रु० की २४ के भाव से ख़रीदीं; एक ने १·६० रु० दर्जन और दूसरे ने २·६० रु० की २० के भाव से बेच डालीं; तो किसको अधिक लाभ हुआ और कितना ?

(३६) एक संख्या ७ और १३ से पूरी बँट जाती है और वह संख्या ४०० और ५०० के बीच में है; तो उस संख्या को बताओ ?

(३७) १ रु० के $\frac{६}{४}$ का ५ रु० का $\frac{४}{६}$ कौनसी भिन्न है और इनका अन्तर इनके योगफल की कौनसी भिन्न है ?

(३८) एक समघनाकार कुण्ड के भीतर के प्रत्येक किनारे की क्या लम्बाई होगी, जिसमें १२५००० किलो ग्राम पानी आता हो; जबकि एक लिटर पानी १००० ग्राम तोल में होता है ?

(३९) एक मनुष्य आय पर $\frac{१}{१६}$ रु० प्रति रुपया कर देता है; आय के शेष का $\frac{१}{१६}$ पुण्यार्थ में देता है, तत्पश्चात् ५१७५ रु० उसके पास बच रहते हैं; तो उसकी कुल आय क्या है ?

(४०) एक मनुष्य के पास कुछ नारङ्गियाँ बेचने को थीं, उसने उनकी आधी और एक अधिक क को; शेष की आधी और एक अधिक ख को और फिर शेष की आधी और एक अधिक ग को बेच दीं; अब उसके पास कोई नारङ्गी न रही, तो बताओ उसके पास पहले कितनी थीं।

(४१) कुछ पुरुष, उनसे दूनी स्त्रियाँ और तिगुने लड़कों ने ३४·५० रु० तीन दिन में प्राप्त किये। पुरुष ने प्रति दिन १·५० रु०, स्त्री ने १ रु० और लड़के ने ७५ पै० प्राप्त किये; तो स्त्रियों की संख्या बताओ।

(४२) यदि किसी संख्या का $\frac{१३}{१८}$ उस संख्या के आधे के ·८३ से ·२००२ अधिक हो; तो उस संख्या को बताओ।

(४३) १६ मीटर लम्बी; १० मीटर ऊँची, २ मीटर चौड़ी भीत के बनवाने में २० सें० मी० लम्बी, १० सें० मी० चौड़ी और ३ सें० मी० मोटी कितनी ईंटें लगेंगी, जब उस भीत का $\frac{१}{१६}$ गारे से भर जाय?

(४४) एक मनुष्य ने ३६०० रुपया के लेने में ६२ पै० प्रति रुपये के हिसाब से पाये; और फिर शेष लेने में ४५ पै० प्रति रुपये के हिसाब से लिए; तो कुल रुपया कितना वसूल हुआ और वह कुल रुपये की कौनसी भिन्न है?

(४५) क के पास १५० रु०, ख के पास १२० रु० हैं; यदि ग के पास १६ रु० अधिक होते जितने उसके पास हैं; तो ख और ग के पास क के बराबर रुपये होते, तो ग के पास कितने रुपये हैं?

(४६) ३७८ नारङ्गी और ४६२ आम कुछ लड़कों के बीच इस भाँति बाँटने हैं कि एक लड़के को जितने आम और नारङ्गी मिलें उतने ही हर एक दूसरे को, तो बड़ी से बड़ी संख्या लड़कों की और छोटी से छोटी संख्या प्रत्येक भाँति के फलों की जो प्रत्येक लड़के को मिल सकती है बताओ।

(४७) कौनसी संख्या अपने पाँचवें भाग से $\frac{१}{५}$ अधिक है?

(४८) एक सन्दूक़ का हर एक किनारा ९ सें० मी० लम्बा है और उसका ढक्कन हर ओर ३ सें० मी० गहरा है, तो इसके बनाने में कितना काग़ज़ लगेगा?

(४९) एक काम को ३० मनुष्य ६ घण्टे प्रति दिन काम करके ३६ दिन में समाप्त कर सकते हैं, तो १८ मनुष्य और ६० स्त्रियाँ ९ घण्टे प्रति दिन काम करके कितने समय में उस काम को समाप्त करेंगे ? कल्पना करो कि ३ मनुष्य उतना काम कर सकते हैं, जितना ५ स्त्रियाँ।

---

(५०) एक मनुष्य का मासिक व्यय उसकी आय से १५० रु० कम होता है। यदि उसकी आय १०० रु० मासिक बढ़ जाय और ख़र्च ५० रु० मासिक घट जाय, तो एक वर्ष में उसके पास क्या बच रहेगा ?

(५१) तीन मनुष्य क, ख, ग एक यात्रा करने को उद्यत हुए, प्रत्येक मनुष्य ४८ रु० सग लेकर चला और यह बात निश्चय करली कि ख़र्च बराबर-बराबर बाँट लें। जब वे लौटे, क के पास ८·६१ रु०, ख के पास ५·४० रु० और ग के पास २·०७ रु० बच रहे: तो क और ख, ग को कितना देवें कि उनका हिसाब आपस में चुक जावे ?

(५२) एक मनुष्य एक मिनट में १२८ मीटर चलता है, तो मिनटों की सबसे छोटी कौनसी पूर्णाङ्क संख्या होगी, जिसमें वह पूरे किलो मीटर जावेगा ?

(५३) (३·५ – २·३̇) (३·५+२·३̇) ÷ ३·५ का २·३̇×३२·५३̇ को सरल करो।

(५४) एक बिना ढक्कन के सन्दूक़ के बाहर की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई १·८० मीटर, १·२० मीटर और १ मीटर है, तो ५० पै० प्रति वर्ग मीटर की रँगाई के हिसाब से बाहर की रँगाई में क्या व्यय होगा? और इसी रँगाई के हिसाब से भीतर की रँगाई में क्या व्यय होगा, यदि सन्दूक़ २·५ सें० मी० मोटे तख़्ते का बना हुआ हो ?

(५५) तीन मनुष्य उतना काम कर सकते हैं जितना ५ लड़के, ३ लड़कों की मज़दूरी २ मनुष्यों की मज़दूरी के बराबर है; एक काम जिसमें ४० लड़के और १५ मनुष्य लगाये गये, आठ सप्ताह में और ७००० रु० व्यय में समाप्त हुआ, तो २० लड़के और २० मनुष्य उसको कितने समय में समाप्त करेंगे और क्या व्यय पड़ेगा ?

(५६) एक दुकानदार ने ३६ लिटर शराब १००० रु० में ख़रीदी, उसमें कितना पानी मिलावे कि २५ रु० प्रति लिटर के भाव की बन जाय

(५७) कुछ मनुष्य १६० एकड़ घास ३ घण्टे में काटते हैं और दूसरे कुछ मनुष्य ३२० एकड़ ५ घण्टे में; तो ४४० एकड़ घास सब मिलकर कितने समय में काटेंगे ?

(५८) एक घड़ी जब दिन के २ बजने में १० मिनट थे, ५५ सेकण्ड सुस्त थी; सन्ध्या के ६ बजे ३० सेकण्ड सुस्त रह गई; तो ठीक समय कब बतावेगी ?

(५९) एक रेलगाड़ी कलकत्ते से गोआलन्दों को, जो २४४·८० किलो मीटर दूर है, सवेरे ७ बजे छूटती है, और ३२ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से जाती है। एक दूसरी रेलगाड़ी गोआलन्दों से कलकत्ते को ११$\frac{1}{2}$ बजे दिन के छूटती है, और ३५·२० किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से जाती है; तो वे कब और कहाँ मिलेंगी ?

(६०) एक हौज़ में जो २ मीटर लम्बा, १·६० मीटर चौड़ा और १ मीटर गहरा है, कागज़ बनाने का मसाला भरा हुआ है; यदि मसाले का $\frac{२}{३}$ भाग सुखाने में जाता रहे; तो उससे ४० सें० मी० लम्बे और २५ सें० मी० चौड़े कागज़ के तख्ते कितने बनेंगे, जब ४०० तख्ते कागज़ २·५ से० मी० मोटे हों ?

(६१) यदि ७ मनुष्य और ५ लड़के ६७२० एकड़ १८ दिन में काट सकते हों, तो १५ मनुष्य और ५ लड़कों को २८००० एकड़ काटने में कितना समय लगेगा, जब एक मनुष्य एक लड़के से तिगुना काम करता हो ?

(६२) दो नल क और ख एक हौज़ को २५ और ३० मिनट में क्रम से भरते हैं, तो दोनों नलों को एक साथ खोलकर पहला कब बन्द कर दिया जाय कि हौज़ ठीक १५ मिनट में भर जाय ?

(६३) यदि एक भेड़ के मूल्य का $\frac{१}{५}$, १ रु० का $\frac{२}{३}$ हो और एक भेड़ के मूल्य का $\frac{३}{७}$ एक गाय के मूल्य का $\frac{१}{१४}$ हो, तो १०६ गायें कितने में आवेंगी ?

(६४) दो मनुष्य क्रम से ५·६ किलो मीटर और ६·४ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से एक बाड़े के चारों ओर घूमने को एक ही स्थान से एक-दूसरे के विपरीत ओर को चले और २० मिनट में मिले; तो के चारों ओर के रास्ते की लम्बाई बताओ।

(६५) एक क़िले में जिसमें ६५० सिपाही है, ५ दिन में ५ महीने की ख़ुराक़ पहुँचाने के लिए १२० मनुष्यों की आवश्यकता होती है, तो उसमें ३ दिन में ४ महीने के लिए ख़ुराक पहुँचाने को कितने आदमी चाहिए, जब क़िले के सिपाही १३० कम हो गये हों?

---

(६६) एक कमरा, जिसकी ऊँचाई ३ मीटर और लम्बाई चौड़ाई से दूनी है, उसकी चारों दीवारों को काग़ज़ से मढ़वाने में ६३ सें० मी० चौड़ा काग़ज़ २०० मीटर लगता है; तो उसकी लम्बाई बताओ।

(६७) क एक काम को २० दिन में कर सकता है, क और ख मिलकर उसको ११$\frac{१}{९}$ दिन में; क ने अकेले ८ दिन काम किया क और ग ने मिलकर ६ दिन तक और ख ने ३ दिन में समाप्त कर दिया; तो ख और ग मिलकर उसको कितने दिन में कर लेते?

(६८) एक घड़ी २४ घण्टे में ८ मिनट तेज़ और दूसरी ४ मिनट सुस्त चलती है। इतवार को मध्याह्न के समय दोनों घड़ियाँ ठीक कर दी गईं, तो दोनों घड़ियों में क्या समय होगा; जब एक दूसरी से १२ मिनट आगे हो जायगी?

(६९) एक रेलगाड़ी को; जो ११० मीटर लम्बी है और ५२·८० क़िलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से जाती है, एक पुल के पार करने में १२ सेकण्ड लगते हैं; तो उस पुल की लम्बाई बताओ।

(७०) एक कुटुम्ब, जिसमें ९ आदमी हैं ८ महीने में ४८० रु० व्यय में उठाता है; तो २४ मनुष्यों को १६ महीने में कितना व्यय उठाना पड़ेगा, जब वे उन्हीं की भाँति व्यय उठावें?

---

(७१) $\frac{\text{१७·६० रु०}}{\text{७·६८ रु०}} \times \frac{\frac{१}{२} - \frac{१}{३}\text{का}\frac{१}{४} - \frac{१}{५}}{(\frac{१}{२} - \frac{१}{३})\text{का}(\frac{१}{४} - \frac{१}{५})}$ को सरल करो।

(७२) एक कमरे के, जो लम्बाई में चौड़ाई से दूना है, १·०८ रु० प्रति वर्ग मीटर के हिसाब से फ़र्श कराने में, और भीतों के १८ पै० वर्ग मीटर के हिसाब से रङ्ग कराने में क्रम से १०५·८४ रु० और २·१६ रु० लगते हैं; तो कमरे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई बताओ।

(७३) एक हौज़ एक नल क से ३$\frac{१}{३}$ घण्टे में भरा जा सकता है और दूसरे नल ख से ३ घण्टे में ख़ाली किया जा सकता है; जब हौज़ आधा भरा हुआ था, क को ८ बजे खोल दिया और ख को ८$\frac{३}{४}$ बजे, तो बताओ वह फिर कब आधा भरा हुआ होगा।

(७४) एक मल्लाह एक नाव को एक नदी के बहाव की ओर ४·८ किलो मीटर ४० मि० में खे ले जाता है; परन्तु नदी की सहायता बिना खेने में उसको एक घण्टा लगता है, तो नदी के बहाव की प्रति घण्टा चाल बताओ और उसको चढ़ाव की ओर लौटाने में कितना समय लगेगा ?

(७५) एक नाव ६ पतवारों से जो प्रति मिनट २५ बार चलाये जाते हैं, १२ किलो मीटर १ घण्टे में जाती है; तो दूसरी नाव ४ पतवारों से, जो एक मिनट में ३२ बार चलते हैं; प्रति घण्टे कितने किलो मीटर जायगी, जब दूसरी नाव का प्रत्येक पतवार पहली नाव की पतवार से १$\frac{१}{४}$ गुना काम करें ?

---

(७६) एक गाड़ी जो १२४६ बराबर बोझ की गठरियों से लदी हुई है, गठरियों समेत २९९०४ किलो ग्राम भारी है; यदि गाड़ी गठरियों से दूनी भारी हो; तो प्रति गठरी का बोझ बताओ।

(७७) क ने एक काम का $\frac{३}{५}$ छः घण्टे में किया, ख ने शेष काम का $\frac{३}{४}$ दो घण्टे में किया और ग ने शेष काम, $\frac{१}{३}$ घण्टे में समाप्त कर दिया; यदि वे कुल मिलकर एक साथ करते, तो कितने समय में कर लेते ?

(७८) एक घड़ी एक दिन में ५ मिनट सुस्त चलती है। सोमवार के दोपहर को उसमें ठीक समय है; तो कितने दिन पीछे फिर सोमवार को उसमें ठीक समय होगा ?

(७९) एक जहाज़ ने, जो प्रति घण्टे १६ किलो मीटर जाता है, दूसरे जहाज़ को २८·८ किलो मीटर आगे जाते देखा जो प्रति घण्टे १२·८ किलो मीटर जाता है, तो आगे का जहाज़ कितने किलो मीटर जाने पावेगा, जबकि पिछला उसे पकड़ लेगा ?

(८०) यदि २५ मनुष्यों की १६ दिन की मज़दूरी ८०० रु० हो; तो कितने मनुष्य २४ दिन काम करें कि १०८० रु० उनको मिलें, जब

पिछले मनुष्यों की मज़दूरी पहले मनुष्यों की मज़दूरी से आधी हो ?

(८१) ५५ लिटर शराब और पानी मिला हुआ है, जिसमें शराब पानी से ५ लिटर अधिक है; तो उस मिलावट में शराब और पानी का अनुपात बताओ ।

---

(८२) $\left\{ \left(\frac{५\frac{१}{४} - \frac{१}{३} \text{ का } २\frac{५}{६}}{\frac{३}{५} \times ४\frac{१}{६} + \frac{१}{१२}} + \frac{२\frac{३}{७}}{४\frac{३}{७}} \right) \div २१\frac{२८}{३६} \times ३\frac{१९}{२०६} \right\}$ किलो ग्राम को ८२$\frac{६}{७}$ किलो ग्राम की भिन्न के रूप में लाओ ।

(८३) क एक काम का आधा ३ घण्टे में कर सकता है जो ख के काम से दूना होता है । क, ख और ग मिलकर कुल काम को २$\frac{१}{३}$ घण्टे में कर सकते हैं; तो बताओ कि ग उस काम को कितने घण्टे में करेगा, जिसको ख ९ घण्टे में कर सकता है ।

(८४) ३० मीटर लम्बी एक रेलगाड़ी प्रति घण्टे ३२ किलो मीटर जाती है और ८० मीटर लम्बी एक दूसरी रेलगाड़ी, जो प्रति घण्टा २४ किलो मीटर जाती है; यदि दोनों एक ओर को आयें, तो पहली गाड़ी दूसरी को कितने सेकण्ड में पार करेगी ?

(८५) १७६० मीटर की दौड़ में क, ख को २० मीटर आगे रख सकता है और ग को ४० मीटर; तो ख, ग को १७६० मीटर की दौड़ में कितना आगे रख सकता है ?

(८६) एक काम को ३६ दिन में समाप्त करना है । उस पर १५ मनुष्य, जो ९ घण्टे प्रति दिन काम करते हैं; लगाये गये । २४ दिन पश्चात् विदित हुआ कि अभी केवल $\frac{३}{५}$ काम समाप्त हुआ है: यदि उसमें ३ मनुष्य और बढ़ाये जायँ, तो सब मनुष्य कितने घण्टे प्रति दिन काम करें कि काम नियत समय पर समाप्त हो जाय ?

(८७) दो बराबर के शराब के गिलासों में शराब और पानी इस अनुपात से भरा है, कि एक में शराब दो भाग और पानी ३ भाग और दूसरे में शराब ३ भाग और पानी ४ भाग; फिर दोनों गिलासों को एक तीसरे बरतन में ख़ाली कर दिया, तो उस बरतन में शराब और पानी का अनुपात बताओ ।

(८८) ४७ रु० को क, ख और ग में इस भाँति बाँटो कि ख को क के तिगुने से २ रु० अधिक, और ग को क के चौगुने से ३ रु० अधिक मिलें।

(८९) २ और ३ बजे के बीच घड़ी की सुइयाँ कब ५$\frac{5}{11}$ मिनट के अन्तर से होंगी ?

(९०) तीन लड़के एक गोल स्थान के चारों ओर जिसका घेरा १५ मीटर था, एक साथ दौड़े और फिर एक स्थान पर आ गये; एक प्रति घण्टा १०·५६, दूसरा १२·३२ और तीसरा १४·०८ किलो मीटर दौड़ता है; तो कितने सेकण्ड में दौड़ समाप्त हो गई ?

(९१) एक खेल में ५० पॉइण्ट में से क, ख को और ख, ग को १० पॉइण्ट दे सकता है; तो बताओ क, ग को कितने पॉइण्ट देगा।

(९२) यदि ७ गाय और २० भेड़ों का मूल्य २८८० रु० हो और ३ गाय और १६ भेड़ों का मूल्य १६८० रु० हो; तो १ गाय और १ भेड़ का अलग-अलग मूल्य बताओ।

(९३) दो बराबर के गिलास शराब के क्रम से $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{4}$ भरे हुए हैं, उनको तब पानी से भर दिया और दोनों गिलासों को एक तीसरे गिलास में पलट दिया; तो तीसरे गिलास में शराब और पानी का अनुपात बताओ।

---

(९४) क एक काम को ८ दिन में कर सकता है, जिसको ख ३ दिन में बिगाड़ सकता है, क ने ६ दिन काम किया और पिछले २ दिन ख ने उसको बिगाड़ा; तो क कितने दिन और काम करे कि काम समाप्त हो जावे ?

(९५) एक रेलगाड़ी ११० मीटर लम्बी, एक मनुष्य के बराबर जो रेल की पटरी के किनारे-किनारे ५·२८ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से जा रहा था, पहुँची और ९ सेकण्ड में उसको पार कर गई और फिर एक दूसरे मनुष्य के बराबर पहुँची और ९$\frac{3}{22}$ सेकण्ड में उसको पार कर गई; तो बताओ दूसरा मनुष्य किस चाल से जा रहा था।

(९६) १०० मीटर की दौड़ में क, ख को ४ मीटर और ग को ५ मीटर आगे रख सकता है; यदि ख, ग को १०० मीटर की दौड़ में १ मीटर आगे रखे, तो कौन जीतेगा ?

(९७) ६ मनुष्य और २ लड़के ५२० एकर २ दिन में काट सकते हैं और ७ मनुष्य और ५ लड़के १३२० एकर ४ दिन में काट सकते हैं; तो २ मनुष्य और २ लड़के ४०० एकर कितने दिन में काटेंगे ?

(९८) सोना और चाँदी मिलाकर ३० ग्राम तोल में है, उसमें सोना ६ भाग और चाँदी ४ भाग है, तो उसमें कितना सोना मिलाया जाय कि सोना और चाँदी में ५ और ३ का अनुपात हो जाय ?

---

(९९) यदि १२ बैलों के बदले में २९ भेड़ें आवें, १५ भेड़ों के बदले में २५ बकरियाँ, १७ बकरियों के बदले में ३ बोरी गेहूँ और ८ बोरी गेहूँ के बदले में १३ बोरी जौ; तो ३४० बैलों के बदले में कितनी बोरी जौ आवेंगे ?

(१००) एक हौज़ में दो नल लगे हुए हैं; एक उसको १० मिनट में भर सकता है, दूसरा उसको १५ मिनट में ख़ाली कर सकता है; यदि दोनों नल एक-एक मिनट की बारी से खोले जायँ, तो कितने समय में हौज़ भर जायगा ?

(१०१) एक दौड़ १·७६ किलो मीटर की है, उसमें क और ख दौड़े और क ८० मीटर आगे रहा; फिर क और ग में दौड़ हुई और क २० सेकण्ड पहले पहुँचा, फिर ख और ग में दौड़ हुई और ख ५ सेकण्ड पहले पहुँचा, तो क १·७६ किलो मीटर कितने समय में दौड़ सकता है ?

(१०२) मैं कुछ दूर ११२ दिन में जा सकता हूँ, जब प्रति दिन ५ घण्टे विश्राम ले लेता हूँ, तो उससे दूनी दूर जाने में कितना समय लगेगा, जबकि पहले से दूना तेज़ चलूँ और पहले से दूना समय प्रति दिन विश्राम करूँ ?

(१०३) एक पीपे में १२ लिटर शराब और पानी मिला हुआ भरा है। इनमें अनुपात ३ और १ का है; तो पीपे में से कितनी पानी मिली हुई शराब निकाल के उतना पानी भरा जाय कि उसमें आधी शराब और आधा पानी हो जाय ?

---

(१०४) एक आँगन ५० मीटर लम्बा और ३० मीटर चौड़ा है; उसके भीतर भुजाओं के आस-पास चारों ओर एक मार्ग २ मीटर चौड़ा बना हुआ है, और दो मार्ग उसके भीतर इतने ही चौड़े ठीक बीचो-बीच भुजाओं के समान्तर बने हुए हैं, शेष स्थान में घास लगी है, तो सड़कों पर १·८० रु० प्रति वर्ग मीटर के हिसाब से खरंजा लगवाने में और ३६ पैसे प्रति वर्ग मीटर के हिसाब से घास जमवाने में क्या व्यय पड़ा होगा ?

(१०५) एक काम के समाप्त करने में क को उससे दूना समय लगता है जितनी देर में ख और ग मिलकर उसको कर लेते हैं और ख उसको उससे तिगुने समय में कर लेता है जितनी देर क और ग उसको मिलकर करते हैं। क, ख और ग मिलकर उसको १२ दिन में समाप्त कर सकते हैं, तो प्रत्येक उनमें से कितने समय में कर लेगा ?

(१०६) एक डाउन-ट्रेन (अर्थात् ढलाव की ओर जानेवाली रेलगाड़ी) जो १ घण्टे में ४८ किलो मीटर चलती है पिछली स्टेशन से ८० किलोमीटर दूर अप-ट्रेन (अर्थात् चढ़ाव की ओर जानेवाली रेलगाड़ी) से मिला करती है; परन्तु एक दिन किसी कारण से वह ३२ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से चली और पिछले स्टेशन से ६६$\frac{2}{3}$ किलो मीटर पर अप-ट्रेन से मिली; तो अप-ट्रेन की चाल बताओ।

(१०७) क एक घण्टे में ८ किलो मीटर चलता है, क और ख की चालों का अनुपात ७ : ६ है; तो बताओ ४·८ किलो मीटर की दौड़ में ख, क से कितना पहले चले कि दौड़ में दोनों बराबर रहें।

(१०८) यदि ५ पम्प, जिनमें से प्रत्येक ३ मीटर लम्बा है, प्रति दिन १५ घण्टे काम करके ५ दिन में एक तालाब का पानी निकालें, तो २$\frac{1}{2}$ मीटर लम्बे कितने पम्प प्रति दिन १० घण्टे काम करके १२ दिन में उस तालाब को ख़ाली करेंगे, जबकि पहले पम्प दूसरे पम्पों से चौगुना तेज़ चलते हैं ?

(१०९) यदि ७ घोड़ों और १२ गायों का मूल्य १० घोड़ों और ६ गायों के मूल्य के बराबर हो, तो घोड़े और गाय के मूल्य में अनुपात बताओ।

इकतालीसवाँ अध्याय

समानुपाती भागों में विभाग

२१४। एक दी हुई राशि को समानुपाती भागों में विभाग करने से यह तात्पर्य है कि उसके ऐसे विभाग करें, जो किसी दी हुई संख्या के साथ समानुपाती हों।

उदाहरण १। ८७३ रुपये क, ख, ग को इस रीति से बाँटो कि उनके भाग २, ३ और ४ के समानुपाती हों।

यदि ८७३ रु० को ९ (अर्थात् २+३+४) बराबर भागों में बाँटा जाय, तो इन भागों में से क को २, ख को ३ और ग को ४ भाग मिलेंगे।

इस कारण, क का भाग $=\frac{८७३}{९}\times२=१९४$ रु०।

ख का भाग $=\frac{८७३}{९}\times३=२९१$ रु०।

ग का भाग $=\frac{८७३}{९}\times४=३८८$ रु०।

उदाहरण २। २८७ रु० को ऐसे भागों में बाँटो, जो $१\frac{१}{२}$, २ और $३\frac{१}{३}$ के समानुपाती हों।

$१\frac{१}{२} : २ : ३\frac{१}{३}=\frac{३}{२} : २ : \frac{१०}{३}=\frac{९}{६} : \frac{१२}{६} : \frac{२०}{६}=९ : १२ : २०$।

शेष क्रिया पूर्व उदाहरण के अनुसार करो।

उदाहरण ३। कुछ रु० क, ख, ग को ५, ६ और ९ के साथ समानुपाती भागों में बाँटे गये; क को ४५ रु० मिले; तो सब कितने रु० बाँटे गये ?

क्योंकि ५+६+९=२०; यदि कुल संख्या रुपयों की २० बराबर भागों में बाँटी जाती, तो क को इनमें से ५ भाग मिलते; इस कारण एक भाग $=\frac{४५}{५}$ रु०;

$\therefore$ कुल धन $=\frac{४५}{५}$ रु० $\times २०=१८०$ रु०।

उदाहरण ४। ५० रुपये क, ख, ग को इस भाँति बाँटो कि ख को क के भाग का $१\frac{१}{२}$ गुना मिले और ग को क और ख के मिले हुए भाग का $\frac{२}{३}$ मिले।

ख का भाग=क के भाग का $१\frac{१}{२}$;

∴क का भाग+ख का भाग=क का भाग+क के भाग का $१\frac{१}{२}$;

=क के भाग का $(१+१\frac{१}{२})$=क के भाग का $२\frac{१}{२}$।

∴ग का भाग=क के भाग का $२\frac{१}{२}$ का $\frac{२}{३}$=क के भाग का $\frac{५}{३}$:

∴क का भाग : ख का भाग : ग का भाग=१ : $१\frac{१}{२}$: $\frac{५}{३}$, इत्यादि।

उदाहरण ५। ५२ को ३ भागों में इस भाँति विभाजित करो कि पहले भाग का $\frac{१}{३}$=दूसरे भाग का $\frac{१}{२}$=तीसरे भाग का ५ गुना हो।

दूसरे भाग का $\frac{१}{२}$=पहले भाग का $\frac{१}{३}$,

∴दूसरा भाग=पहले भाग का $\frac{२}{३}$।

फिर तीसरे भाग का ५ गुना=पहले भाग का $\frac{१}{३}$,

∴तीसरा भाग=पहले भाग का $\frac{१}{१५}$।

∴पहला भाग : दूसरा भाग : तीसरा भाग

=पहला भाग : पहले भाग का $\frac{२}{३}$: पहले भाग का $\frac{१}{१५}$

=१ : $\frac{२}{३}$: $\frac{१}{१५}$; इत्यादि।

उदाहरण ६। ८२ रुपये, ५ पुरुष, ८ स्त्री और १० लड़कों को इस रीति से दिये गये कि प्रत्येक स्त्री को प्रत्येक लड़के से दूना मिला और प्रत्येक पुरुष को एक स्त्री और एक लड़के के बराबर मिला; तो स्त्रियों को क्या मिला?

८ स्त्रियों को उतना मिलता है, जितना १६ लड़कों को,

और ५ पुरुषों को इतना मिलता है, जितना ५ स्त्री और ५ लड़कों को,

अथवा जितना १० लड़के और ५ लड़कों को,

अथवा जितना १५ लड़कों को,

∴पुरुषों का भाग : स्त्रियों का भाग : लड़कों का भाग

=१५ : १६ : १०; इत्यादि।

उदाहरण ७। पचास रुपयों में कितने रुपये; ५० पै० के सिक्के और २५ पै० के सिक्के होंगे जिसकी सख्या ३, ४ और ५ के समानुपाती हो।

तीनों भाँति के सिक्कों के मान का संलग्न अनुपात

= ३ रुपये : ४ पचास पै० के सिक्के : ५ पच्चीस पै० के सिक्के = १२ पच्चीस पै० के सिक्के : ८ पच्चीस पै० के सिक्के : ५ पच्चीस पै० के सिक्के

= १२ : ८ : ५;

∴ रुपयों का मान = $\frac{५०}{२५}$ रु० × १२ = २४ रु०,

और ५० पै० के सिक्के का मान = $\frac{५०}{२५}$ रु० × ८ = १६ रु०,

और २५ पै० के सिक्के का मान = $\frac{५०}{२५}$ रु० × ५ = १० रु०,

इस कारण २४ रुपये, ३२ पचास पै० के सिक्के और ४० पच्चीस पै० के सिक्के हैं।

उदाहरण ८। १०० रु० को क, ख, ग और घ में इस रीति से बाँटो कि क भाग : ख का भाग = २ : ३, ख का भाग : ग का भाग = ४ : ५, और ग का भाग : घ का भाग = ७ : ८।

अनुच्छेद २१६ के चौथे उदाहरण की रीति से यह विदित होता है कि क, ख, ग, घ के भाग ५६, ८४, १०५ और १२० के समानुपाती हैं, इत्यादि।

प्रश्नमाला १३८

(१) २५० रु० को ऐसे भागों में बाँटो, जो १, २, ३, ४ के समानुपाती हों।

(२) ३६९ रु० को ऐसे भागों में विभाग करो, जो ३, २$\frac{१}{२}$, १, $\frac{१}{३}$ के समानुपाती हों।

(३) २६ किलो ग्राम को ३·५, २·२५, ३$\frac{१}{३}$, ३$\frac{११}{१२}$ के समानुपाती भागों में विभाग करो।

(४) ५३२$\frac{१}{२}$ को ऐसे भागों में बाँटो, जिनमें आपस में वही अनुपात हो, जो $\frac{१}{२}$, $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{४}{५}$, $\frac{५}{६}$ में है।

(५) ११ : ७० रु० को ऐसे दो भागों में बाँटो, जिनमें से एक दूसरे का $\frac{५}{८}$ हो।

(६) कुछ रुपये ऐसे भागों में बाँटे गये, जो ३$\frac{३}{४}$, ४, ५·५ के समानुपाती हैं, सबसे छोटा भाग ३० रुपये है; तो रुपयों की संख्या बताओ।

(७) कुछ रुपये क, ख, ग को उनकी आयु के अनुसार समानुपाती भागों में बाँटे गये और उनकी आयु क्रम से १०, १२, १३ वर्ष की है, क को ११०० रु० मिले; तो दूसरे भाग बताओ ।

(८) बारूद—शोरा, गंधक और कोयले से बनती है और उनके भाग ७५, १० और १५ के साथ समानुपाती होते हैं; तो ६७२ किलो ग्राम बारूद में कितने किलो ग्राम कोयला होगा ?

(९) पूर्व भाँति की बारूद २५ किलो ग्राम गंधक से कितनी बनेगी ?

(१०) किसी युद्ध में एक सेना के प्रत्येक २५ मनुष्यों में से ४ मनुष्य घायल हुए और २ मारे गये और ३८००० मनुष्य बेदाग़ बच रहे; तो सेना में पहले कितने मनुष्य थे ?

(११) ९० रुपये ३ मनुष्यों को इस भाँति बाँटो कि प्रथम मनुष्य को १ रु० मिले, दूसरे मनुष्य को ७५ पै० और तीसरे को ५० पै० मिलें ।

(१२) ३६ रु० क, ख और ग को इस रीति से बाँटो कि क को ख के भाग का ३/४ और ग को क के भाग का २/३ मिले ।

(१३) ३६० रु० क, ख, ग को इस रीति से बाँटो कि क को ख से तिगुना और ख और ग को मिलाकर क का १/२ मिले ।

(१४) ३२ रुपये क, ख, ग में इस प्रकार बाँटो कि क को ख से तिगुना मिले और ग को उसका १/३ मिले, जो क और ख को मिले ।

(१५) १४ रु० को क और ख में इस भाँति विभाग करो कि क के भाग का १/२, ख के २/३ के बराबर हो ।

(१६) ३० को ऐसे तीन भागों में विभाग करो कि पहले भाग का १/३ = दूसरे भाग का २/५ = तीसरे भाग का १/२ हो ।

(१७) २१ रुपये क, ख, ग में बाँटे गये । क का भाग ख के भाग का ३/५ और ख और ग के मिले हुए भाग का २/५ है; तो प्रत्येक का भाग बताओ ।

(१८) ६६ रु० ५ पुरुष, ७ स्त्री और १० लड़कों में इस रीति से बाँटो कि प्रत्येक स्त्री को प्रत्येक पुरुष के भाग का ३/५ और प्रत्येक लड़के को प्रत्येक स्त्री के भाग का २/३ मिले ।

(१९) ११० रुपये, १० पुरुष, १६ स्त्री और २० लड़कों में बाँटने हैं। यदि प्रत्येक पुरुष का भाग दो स्त्रियों के भाग के बराबर है और १६ स्त्रियों को २० लड़कों से दूना मिलता है; तो बताओ कि प्रत्येक स्त्री को क्या मिलेगा।

(२०) पुरुष, स्त्री और बालकों की संख्या ३, ४, ५ के साथ समानुपाती है। ७·८३ रु० को उनमें इस भाँति बाँटो कि प्रत्येक पुरुष, स्त्री और बालक के भागों में ४, ३, १ का अनुपात हो।

(२१) ३९ रु० क, ख, ग में इस भाँति बाँटो कि क का भाग : ख का भाग =३ : २, ख का भाग : ग का भाग=४ : ३।

(२२) एक भाँति की पीतल, ताँबा, जस्ता, सीसा और टीन चार धातुओं से बनी हुई है, ताँबे का जस्ते के साथ अनुपात १ : २, जस्ते का सीसे के साथ ३ : ५ और सीसे का टीन के साथ ७ : ८ है; तो बताओ कि एक किलो ग्राम पीतल में कितना जस्ता है।

(२३) चार नगरों को अपनी मनुष्य-संख्या के अनुसार १४० मनुष्यों को एक छावनी में रसद देनी पड़ती है। नगरों की मनुष्य-संख्या क्रम से १०५८, १५८७, २११६ और २६४५ है; तो बताओ कि प्रत्येक नगर से कितने-कितने मनुष्यों को रसद पहुँचानी है।

(२४) रुपये, ५० पैसे के सिक्के और २५ पैसे में सिक्के मिलकर ७०० सिक्के हैं; परन्तु रुपये, ५० पैसे के सिक्के और २५ पैसे के सिक्के के मोल में अनुपात २ : ३ : ५ है; तो रुपयों की संख्या बताओ।

(२५) कितने रुपये, ५० पैसे के सिक्के और २५ पैसे के सिक्के मिलकर ८० रुपये होंगे, जिसकी संख्याओं में अनुपात २$\frac{१}{२}$, ३ और ४ का है ?

(२६) २ पुरुष इतना काम करते हैं जितना ५ स्त्रियाँ और ६ स्त्रियाँ उतना जितना १० लड़के; तो एक सप्ताह की मज़दूरी ३८ रुपये को ८ पुरुषों, ९ स्त्रियों और १५ लड़कों में बाँटो।

(२७) तीन भिन्नों का योग $\frac{१२२}{१०५}$ है, पहली भिन्न का १४ गुना=दूसरी भिन्न का १५ गुना=तीसरी भिन्न का १८ गुना; तो भिन्नों को बताओ।

(२८) १४२ रुपये क, ख, ग को इस भाँति बाँटो कि यदि क को ५ रु० मिलें, तो ख को ३ रुपये और यदि ख को ७ रु० मिलें, तो ग को ५ रुपये।

(२९) वृत्तों के क्षेत्रफल में परस्पर वही अनुपात होता है जो उनके व्यासार्द्ध के वर्गों में होता है। १ मीटर व्यासार्द्ध के वृत्त को तीन समान भागों में एक समान केन्द्र वृत्तों द्वारा विभाग करो।

(३०) एक सम्पत्ति ३ मनुष्यों मे ७, ८ और १० के अनुपात से बँटने को हैं; तो सम्पत्ति का मूल्य बताओ, जबकि सबसे बड़े भाग का मूल्य और २५०० रुपये मिलकर कुल सम्पत्ति के मूल्य के आधे के बराबर हो।

(३१) कुछ आम ४ मनुष्यों को बाँटने हैं और उनके भाग $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{४}$, $\frac{१}{५}$ और $\frac{१}{६}$ के समानुपाती होंगे; तो कम-से-कम कितने आम होने चाहिए कि उनका विभाग बिना आम के काटे हो जाय?

बयालीसवाँ अध्याय

साझा

२१५। मान लो कि क, ख और ग तीनों किसी व्यापार में साझी हैं। उस काम में क के ३००० रु०. ख ५००० रु० और ग के ६००० रु० लगे हैं और उस काम में १४०० रु० का लाभ हुआ; तो अब यह जानने की आवश्यकता है कि वह लाभ का धन तीनों साझियों के बीच किस हिसाब से बाँटा जाना चाहिए?

यह स्पष्ट है कि लाभ का रुपया उन तीनों में ३०००, ५००० और ६००० के समानुपाती हिस्सों में बाँटना चाहिए और यह इस अध्याय से पूर्व के अध्याय में लिखित रीति के अनुसार हम कर सकते हैं।

उपर्युक्त उदाहरण (समानकाल) साझे का है, अर्थात् प्रत्येक साझी की पूँजी एक ही बराबर काल तक व्यापार में लगी हुई समझी जाती है।

२१६। फिर मान लो कि क, ख और ग किसी व्यापार में साझी है। क के ३००० रु० केवल ३ मास तक, ख के ५००० रु० ६ मास तक और ग के ६००० रु० ७ महीने तक उस व्यापार में लगे रहे। ७ मास के अन्त में ७२० रु० लाभ हुए; तो अब लाभ के रुपये उन तीनों साझियों के बीच में किस हिसाब से बाँटे जाने चाहिए?

अब ३००० रु० की पूँजी जो कि ३ मास तक लगी रही, एक ही मास तक लगी हुई ९००० रु० (अर्थात् ३००० रु०×३) की पूँजी के बराबर समझी जा सकती है, ६ महीने तक लगी हुई ५००० रु० की पूँजी एक ही मास तक लगी हुई ३०००० रु० (अर्थात् ५००० रु० × ६) की पूँजी के बराबर और ७ मास तक लगी हुई ६००० रु० की पूँजी एक ही मास तक लगी हुई ४२००० रु० (अर्थात् ६००० रु० × ७) की पूँजी के बराबर। इसलिए लाभ के रुपये ९०००, ३०००० और ४२००० के समानुपाती भागों में बाँटे जाने चाहिए, जो कि पूर्वलिखित रीति के अनुसार किया जा सकता है।

इसलिए जब साझियों की पूँजियाँ असमान काल तक लगी रहें, तब प्रत्येक पूँजी को उसके लगे रहने के काल की संख्या से गुणा कर सब पूँजियों को एक ही समान काल कर लेना उचित है।

सूचना—प्रश्नों के हल करने में धन की भिन्न-भिन्न राशियों को एक ही प्रकार की इकाइयों में परिवर्त्तन कर लेना चाहिए, और ऐसे ही समय की राशियों को भी।

उपर्युक्त उदाहरण 'असमान काल साझे' का है, अर्थात् इस उदाहरण में प्रत्येक साझी की पूँजी के व्यापार में लगे रहने का समय भिन्न-भिन्न है।

प्रश्नमाला १३९

(१) क, ख और ग तीनों ने मिलकर कोई व्यापार आरम्भ किया। क ने ३५० रु०, ख ने ५०० रु० और ग ने ७५० रु० लगाये। यदि कुल धन पर ३२० रु० लाभ हो; तो उसमें से प्रत्येक साझी को कितना-कितना मिलना चाहिए?

(२) एक देवालिया दो बौहरों का २००० रु० का ऋणी है। एक बौहरे का तो १२०० रु० और दूसरे का ८०० रु० ऋण है और उसकी कुल सम्पत्ति ७०० रु० है। यदि देवालिया अपना ऋण चुकावे, तो प्रत्येक बौहरा कितने-कितने रुपये की हानि में रहेगा?

(३) क, ख, ग और घ चारों ने मिलकर ७५५० रु० किसी व्यापार में लगाये। एक वर्ष के अन्त में क को २०० रु०, ख को २३५ रु०, ग को १२० रु० और घ को २०० रु० लाभ के मिले; तो बताओ ग ने कितनी पूँजी लगाई थी।

(४) क, ख, ग तीनों किसी व्यापार में साझी थे। क को लाभ के रुपयों का $\frac{३}{७}$ मिला और बाक़ी रुपयों को ख और ग ने बराबर-बराबर बाँट लिया। जब कि लाभ पूँजी के $\frac{१}{१२}$ से $\frac{१}{१०}$ हो गया तब क की प्राप्ति ७५ रु० और अधिक हो गई; तो प्रत्येक साझी की पूँजी बताओ।

(५) क और ख किसी व्यापार में साझी थे। क $\frac{१५}{३२}$ का हिस्सेदार था और ख $\frac{१७}{३२}$ का। ख को उस व्यापार-सम्बन्धी काम करने के बदले में कुल लाभ का $\frac{१}{३०}$ मिला और बाक़ी लाभ पूँजियों के समानुपाती भागों में बाँट लिया गया। यदि कुल लाभ ६०८० रु० हुआ हो, तो बताओ कि ख को क्या मिला।

(६) क, ख और ग तीनों ने १८००० रु० लगाकर कोई कार्य आरम्भ किया। क की पूँजी ख की पूँजी से २००० रु० अधिक है और ख की पूँजी ग की पूँजी से २००० रु० अधिक है; तो १०८० रु० का लाभ उन तीनों साझियों में बाँटो।

(७) क, ख और ग ने साझा किया। क के ७० रु० ५ महीने तक, ख के ५० रु० ६ महीने तक, और ग के ३० रु० ८ महीने तक लगे रहे और उनको ४४·५० रु० लाभ हुआ; तो बताओ कि लाभ का धन किस हिसाब से बाँटा जाय।

(८) क, ख और ग अपने-अपने बैलों को एक ही खेत में चराते हैं। क के १० बैल ७ महीने तक चरते हैं, ख के १२ बैल ५ महीने तक और ग के १५ बैल ३ महीने तक। यदि कुल चराई के दाम १७·५० रु० हों, तो उन तीनों मनुष्यों में से हर एक को कितना-कितना देना चाहिए?

(९) २२०० रु० लगाकर क ने १६ अप्रैल को एक कार्य आरम्भ किया और ३ जुलाई को ख को साझी कर लिया। ख ने उस कार्य में १८०० रु० लगाये। ३१ दिसम्बर तक ४४९·८० रु० लाभ हुए; तो प्रत्येक मनुष्य का भाग बताओ।

(१०) क और ख साझी हुए; क ने ५४०० रु० और ख ने ४५०० रु० लगाये। ३ मास के अन्त में क ने अपनी पूँजी को दूना कर दिया और उन दोनों ने ग को भी साझी कर लिया और ग ने ५७०० रु० लगाये। ५ मास के अन्त में ख ने पूँजी का तिगुना कर दिया। वर्ष भर में

१२०० रु० लाभ हुए; तो बताओ प्रत्येक को कितना-कितना लाभ हुआ।

(११) ५ : ७ के अनुपात से पूँजी लगाकर क और ख ने साझे में एक व्यापार आरम्भ किया। ४ महीने के अन्त में क ने अपनी पूँजी का $\frac{२}{३}$ और ख ने अपनी पूँजी का $\frac{३}{४}$ उस व्यापार में से अलग कर लिया। एक साल के अन्त में २२६ रु० जो लाभ हुआ बाँट लिया गया; तो बताओ कि क को कितना मिला।

(१२) क और ख ने क्रम से ७०० रु० और ६०० रु० लगाकर साझा किया। तीन मास के अन्त में क ने अपनी पूँजी का $\frac{२}{७}$ उस व्यापार से अलग कर लिया, परन्तु दूसरे ३ मास के अन्त में जो कुछ अलग किया था उसका $\frac{३}{५}$ फिर लगा दिया। वर्ष के अन्त में ७२६ रु० लाभ हुआ; तो क को कितना मिलना चाहिए?

(१३) क और ख ने ने साझा किया। क की पूँजी ख की पूँजी से दूनी थी। ३ मास के अन्त में क ने अपनी पूँजी का $\frac{१}{३}$ अलग कर लिया, परन्तु जो कुछ अलग किया था उसका $\frac{१}{३}$ उसने ७ मास के अन्त में फिर लगा दिया और तभी ख ने अपनी पूँजी का $\frac{१}{४}$ अलग कर लिया। एक वर्ष के अन्त में क को लाभ के ३०० रु० मिले; तो ख का लाभ बताओ।

(१४) क और ख ने चौपायों को चराने के लिए एक चरागाह ६ मास के लिए भाड़े पर लिया। क ने २१ गायें ४ मास तक चराईं, तो बताओ कि बाक़ी २ मासों में ख कितनी गायें चरावे कि उसको क का $\frac{५}{७}$ देना पड़े।

तैंतालीसवाँ अध्याय

मिश्रगणित

२१७। मिश्रगणित से यह तात्पर्य है कि एक ही जाति की परन्तु भिन्न-भिन्न गुणोंकी वस्तुओं को किस अनुपात से मिलावें कि इष्ट अर्थ सिद्ध हो।

निम्नलिखित उदाहरण मिश्रगणित के हैं :—

उदाहरण १। १० रु० प्रति किलो ग्राम के भाव की और १५ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव की चायों को पंसारी किस अनुपात से मिलावे कि वह उस मिली वस्तु को १२ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव से बेच सके ?

जब यह मिली हुई वस्तु बना ली जाती है और १२ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव बेची जाती है, तब इसमें घटिया चाय के प्रत्येक किलो ग्राम पर २ रु० लाभ होता है, और बढ़िया चाय के प्रत्येक किलो ग्राम पर ३ रु० की हानि होती है; इसलिए घटिया चाय के ९ किलो ग्राम पर १८ रु० का लाभ होता है और बढ़िया चाय के ६ किलो ग्राम पर १८ रु० की हानि होती है। इसलिए यह सोचकर कि न लाभ हो न हानि, जब हम ९ किलो ग्राम घटिया चाय लें तब हमको ६ किलो ग्राम बढ़िया चाय लेनी चाहिए; इसलिए "९ हिस्से पीछे ६ हिस्से" का अनुपात होना चाहिए; अर्थात् उन दोनों प्रकार की चायों को दोनों मूल्यों और मध्य-मूल्य के अन्तरों के उलटे अनुपात से मिलाना चाहिए।

उदाहरण २। १० रु० प्रति किलो ग्राम, १२ रु० प्रति किलो ग्राम, १७रु० प्रति किलो ग्राम और १९ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव की चायों को किस अनुपात से मिलावें कि यह मिली हुई वस्तु १६ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव से बिक सके ?

इस उदाहरण में पहले दो मोल, १६ रु० से कम और अन्त के दो मोल उससे अधिक हैं। पहले दो दामों की चायों को बराबर-बराबर मिलाने से ११ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव की मिली हुई वस्तु बन जाती है और अन्त के दो मोलों की चायों को भी बराबर-बराबर मिलाने से १८ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव की मिली वस्तु बन जाती है। अब हम इन दोनों मिली हुई वस्तुओं को पहले उदाहरण की रीति के अनुसार मिलावें तो ज्ञात होगा कि ये ६ और १५ अथवा २ और ५ के अनुपात से मिलाई जानी चाहिए। इसलिए चारों प्रकार की चायें १, १, $\frac{५}{२}$, $\frac{५}{२}$ के अनुपात से मिलाई जानी चाहिए।

सूचना—पहली दो मिली हुई वस्तुओं को बनाने में हम बराबर-बराबर चायों को न लेकर उन्हें किसी अनुपात से ले सकते हैं। इसलिए इस प्रकार के प्रश्न जिनमें दो से अधिक वस्तुओं को मिलाने की आवश्यकता होती है, अनेक प्रकार से हल हो सकते हैं।

उदाहरण ३। १·४४ रु० किलो ग्राम और ९६ पै० किलो ग्राम के भाव की चीनियों को पंसारी किस अनुपात से मिलावे कि मिली हुई वस्तु को १·२६ रु० किलो ग्राम के भाव बेचने से उसको क्रय-मूल्य का $\frac{१}{६}$ लाभ होवे ?

एक किलो ग्राम मिली हुई वस्तु के क्रय-मूल्य का १$\frac{१}{६}$=१·२६ रु०।
∴ एक किलो ग्राम मिली हुई वस्तु का क्रय-मूल्य=१·२६ रु० ÷ १$\frac{१}{६}$= १·०८ रु०।

अब पहले उदाहरण के अनुसार हम जान सकते हैं कि १·४४ रु० किलो ग्राम की और ९६ पै० किलो ग्राम की चीनियाँ (१·०८ रु० − ·९६ रु०) और (१·४४ रु० − १·०८ रु०) अर्थात् १ और ३ के अनुपात से मिलाई जानी चाहिए।

प्रश्नमाला १४०

(१) १·४४ रु० किलो ग्राम की चीनी १·८० रु० किलो ग्राम की चीनी में किस हिसाब से मिलाई जाय कि मिली हुई चीनी १·०२ रु० किलो ग्राम की बन जाय ?

(२) ३६ रु० प्रति किलो ग्राम की मिली हुई वस्तु बनाने के लिए ३१ रु० प्रति किलो ग्राम को और ४४ रु० प्रति किलो ग्राम की चायों को किस अनुपात से मिलाना चाहिए ?

(३) १२ रु० प्रति किलो ग्राम की चाय २० रु० प्रति किलो ग्राम की चाय के साथ मिलाई गई और मिली हुई वस्तु १६·४० रु० प्रति किलो ग्राम के भाव से बेची गई; तो बताओ दोनों चाय किस हिसाब से मिलाई गई थीं।

(४) ९ रु० प्रति किलो ग्राम के क़हवा में १·७५ रु० प्रति किलो ग्राम की चिकरी किस अनुपात से मिलाई जाय कि मिली हुई वस्तु को ६ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव से बेचने से क्रय-मूल्य का $\frac{१}{१२}$ लाभ हो ?

(५) एक पंसारी ने ४·५० रु० प्रति किलो ग्राम की काली चाय और ६·७५ रु० प्रति किलो ग्राम की हरी चाय मोल ली; तो उन दोनों प्रकार की चायों को वह कैसे मिलावे कि उस मिली हुई वस्तु को

५·४० रु० प्रति किलो ग्राम के भाव बेचने से क्रय-मूल्य का $\frac{१}{६}$ लाभ हो ?

(६) किस हिसाब से पानी मिलाया जाय कि १५ रु० प्रति लिटर के भाव की शराब १२ रु० प्रति लिटर के भाव से बेची जा सके ?

(७) ५ रु० प्रति किलो ग्राम की किशमिश ८ रु० प्रति किलो ग्राम की किशमिशों के साथ मिलाकर ७ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव की १७ किलो ग्राम मिली हुई वस्तु बनाई गई; तो बताओ दोनों प्रकार की किशमिश कितने-कितने किलो ग्राम ली गई थीं।

(८) एक मनुष्य ने ३८० रु० के दो प्रकार के ६०० किलो ग्राम चावल मोल लिये। बढ़िया चावल ०·७५ रु० और घटिया ०·५५ रु० किलो ग्राम का था; तो बताओ उस मनुष्य ने कितने किलो ग्राम बढ़िया चावल और कितने किलो ग्राम घटिया चावल मोल लिए।

(९) एक प्रकार का रस जल से १$\frac{३}{७}$ गुना भारी है और जल एक दूसरे प्रकार के रस से १$\frac{२}{५}$ गुना भारी है, तो पहली प्रकार का कितना रस दूसरी प्रकार के ७ लिटर रस में मिलाया जाय जबकि किसी बरतन में भरी हुई मिली वस्तु तोल में उसी बरतन में भरे पानी के बराबर हो ?

(१०) सोने और चाँदी का एक गोला जो तोल में २७० ग्राम है, क़ीमत में २०१० रु० का है। यदि इस गोले में सोने और चाँदी की मात्राएँ उलटी होतीं (अर्थात् जितना सोना है उतनी चाँदी होती और जितनी चाँदी है उतना सोना होता) तो उसका मूल्य १८२४ रु० होता। यदि एक ग्राम सोने के दाम १०·२ रु० हों; तो बताओ कि उस गोले में सोना और चाँदी किस अनुपात से है और एक ग्राम चाँदी के क्या दाम होंगे।

(११) एक सौदागर के पास ७ रु०, ९ रु०, ११ रु० और १५ रु० प्रति लिटर के भाव की शराब हैं। यदि पहली दो प्रकार की शराब बराबर-बराबर ली जायँ, और दूसरी प्रकार को भी बराबर-बराबर ली जायँ; तो १० रु० प्रति लिटर की मिली हुई वस्तु बनाने के लिए वे शराबें किस हिसाब से मिलाई जायँ ?

(१२) ४·५० रु०, ५·४० रु० और ८·१० रु० प्रति किलो ग्राम के भाव की चायों को पंसारी किस अनुपात से मिलावे कि मिली हुई वस्तु

७·२० रु० प्रति किलो ग्राम की बन जाय, जबकि वह पहली दो प्रकार की चायों को बराबर-बराबर लेकर मिलाता है ?

(१३) एक मनुष्य के पास २२ रु० प्रति लिटर की और १८ रु० प्रति लिटर की शराबें थीं; उसने इन दोनों प्रकार की शराबों को बराबर-बराबर लेकर पानी के साथ मिला दिया और १६ रु० प्रति लिटर के भाव की ५० लिटर मिली हुई वस्तु बनाली; तो बताओ कि इस मिली हुई वस्तु में पानी कितना है।

(१४) एक पंसारी ने ३ रु०, ३·६० रु० और ४·५० रु० प्रति किलो ग्राम के भाव की चायों को मोल लिया। यदि पहली दो प्रकार की चायें २ और ३ के अनुपात से ली जायँ; तो बताओ वह इन चायों को किस हिसाब से मिलावे कि ३·९० रु० प्रति किलो ग्राम के भाव की मिली हुई वस्तु बन जाय।

(१५) एक पंसारी २·४० रु०, ३·६० रु०, ४·२० रु० और ४·८० रु० प्रति किलोग्राम के भाव की चायों को मिलाना चाहता है, तो उन चायों को किस हिसाब से मिलावे (जबकि पहली दो प्रकार की चायें २ और ३ के अनुपात से और अन्त की दो प्रकार की चायें ३ और ४ के अनुपात से ली जायँ) कि मिलावट को ४ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव बेचने से उसे विक्रय-मूल्य का $\frac{१}{३०}$ लाभ होवे ?

चवालीसवाँ अध्याय

माध्य

२१८। दी हुई एक ही प्रकार की अनेक राशियों का 'माध्य' वह राशि है, जो उन राशियों के योगफल को उनकी संख्या से विभक्त करने से प्राप्त हो।

उदाहरण। चार लड़के क्रम से १०, ११, १३ और १४ वर्ष की अवस्था के हैं, तो उनकी अवस्थाओं का माध्य निकालो।

इष्ट अवस्थाओं का माध्य $=\frac{१०+११+१३+१४}{४}$ वर्ष $=\frac{४८}{४}=$ १२ वर्ष।

प्रश्नमाला १४१

निम्नलिखित संख्याओं का माध्य निकालो :—

(१) १, २, ३, ४, ५।

(२) ८, १०, १३, १५, १७, २०।

(३) ३$\frac{१}{३}$, ७$\frac{३}{४}$, ८$\frac{१}{४}$, ९$\frac{१}{३}$, १० ।   (४) १·३, ७·६, ८·९, ३·१, ·८ ।

(५) पाँच लड़कों की अवस्था क्रम से १३, १५, ११, ९ और ८ वर्ष की है; तो उनकी अवस्थाओं का माध्य बताओ ।

(६) एक मनुष्य ने सन् १८८० के पहले ६ मासों में तो ४४७०·०९ रु० व्यय किये, और दूसरे ६ मासों में १६९२·१५ रु०; तो बताओ कि प्रति दिन व्यय का माध्य क्या था ।

(७) एक नगर की मनुष्य-संख्या सन् १८७० में २८७५० थी और सन् १८८० में ३०००० हो गई; तो उन दोनों तारीख़ों के बीच की मनुष्य-संख्या की बढ़ती का माध्य ज्ञात करो ।

(८) २० मनुष्यों में से १२ मनुष्य तो ६७ रु० और ८ मनुष्य ४८ रु० प्रति मनुष्य लाभ उठाते हैं; तो बताओ कि कुल मनुष्यों में प्रति मनुष्य लाभ का क्या माध्य रहा ।

(९) पाँच मनुष्य क्रम से ६० किलो ग्राम, ६५ किलो ग्राम, ७० किलो ग्राम, और ७५ किलो ग्राम भारी हैं; तो प्रति मनुष्य के बोझ का माध्य बताओ ।

(१०) यदि २० कुर्सियाँ १५ रु० कुर्सी के भाव से और १५ कुर्सियाँ १४·५० रु० कुर्सी के भाव से, और १५ और कुर्सियाँ १४ रु० कुर्सी के भाव से मोल ली जायँ, तो एक कुर्सी का औसत दाम बताओ।

(११) एक रेलगाड़ी पहले १० मिनटों में ३$\frac{३}{५}$ किलो मीटर, दूसरे १० मिनटों में ४$\frac{१}{५}$ किलो मीटर, तीसरे १० मिनटों में ३$\frac{१}{५}$ किलो मीटर, चौथे १० मिनटों में ४$\frac{२}{५}$ किलो मीटर और पाँचवें १० मिनटों में ६$\frac{३}{५}$ किलो-मीटर चलती है; तो गाड़ी की चाल का माध्य प्रति घण्टा बताओ ।

(१२) ६ मनुष्यों की तोल का माध्य १०० किलो ग्राम है; उनमें दो मनुष्य ऐसे हैं जिनमें हर एक की तोल ९० किलो ग्राम है; तो शेष मनुष्यों की तोल का माध्य बताओ ।

(१३) ८ पुरुषों, ७ स्त्रियों और १ लड़के की अवस्थाओं का माध्य ४५ वर्ष है, पुरुषों की अवस्थाओं का ४८ वर्ष है, और स्त्रियों की अवस्थाओं का ४६ वर्ष है, तो लड़के की अवस्था बताओ ।

(१४) ५ बच्चों की अवस्थाओं का माध्य ७ वर्ष है; परन्तु जब उनके पिता की अवस्था भी ली जाती है तब माध्य ६ वर्ष और अधिक हो जाता है; तो उनके पिता की अवस्था बताओ।

(१५) ७ मनुष्य के बोझ का माध्य २ किलो ग्राम तब घट जाता है जब कि उनमें से ७० किलो ग्राम के बोझवाला मनुष्य निकाल दिया जाता है और उसकी जगह एक दूसरा मनुष्य गिना जाता है; तो नये मनुष्य का बोझ बताओ।

(१६) एक श्रेणी में २० लड़के हैं, उनकी अवस्थाओं का माध्य १२ वर्ष है। यदि ५ लड़के जिनकी अवस्थाओं का माध्य ७ वर्ष है और भरती हो जायँ तो उस श्रेणी के लड़कों की अवस्थाओं का माध्य बताओ।

(१७) १०वें प्रश्न में यदि कुर्सियाँ इस तरह बेची जातीं कि विक्रय-मूल्य का $\frac{१}{५}$ लाभ होता, तो उन कुर्सियों के विक्रय-मूल्य का माध्य क्या होता ?

(१८) एक कुर्सी, एक मेज़ और एक पलङ्ग के मूल्यों का माध्य १६० रु० है, और उस मेज़, उस पलङ्ग और एक आलमारी के मूल्य का माध्य २२० रु० है। यदि उस आलमारी का मूल्य १६० रु० हो; तो कुर्सी का मूल्य बताओ।

(१९) सोमवार, मङ्गल, बुध और वृहस्पति को तापक्रम का माध्य ६० डिग्री है। मङ्गल, बुध, वृहस्पति और शुक्रवार को तापक्रम का माध्य ६३ डिग्री है। यदि सोमवार के तापक्रम और शुक्रवार के तापक्रम का अनुपात २१ : २५ हो, तो प्रत्येक दिन का तापक्रम बताओ।

पैंतालीसवाँ अध्याय

प्रतिशतता

२१९। प्रति शत का अर्थ सौ पीछे वा सौ पर है।

कल्पना करो कि एक व्यापारी जिसकी पूँजी ४००० रु० है; २०० रु० का लाभ उठाता है, तो वह अपनी पूँजी के हर एक सौ रुपये पर ५ रु०

का लाभ उठता है। इसी बात को व्यापारी का लाभ ५ प्रति शत, ऐसा कह कर प्रकट करते हैं।

सूचना—प्रति शत चिह्न % द्वारा भी प्रकट किया जाता है।

उदाहरण १। किसी संख्या का ५ प्रति शत उसकी कौनसी भिन्न के समान है ?

किसी संख्या का ५ प्रति शत = उस संख्या का $\frac{५}{१००}$

= उस संख्या का $\frac{१}{२०}$ ।

उदाहरण २। ३२० रु० का ६$\frac{१}{४}$ प्रति शत कितना होता है ?

३२० रु० का ६$\frac{१}{४}$ प्रति शत = ३२० रु० का $\frac{६\frac{१}{४}}{१००}$

= ३२० रु० का $\frac{१}{१६}$ = २० रु० ।

प्रश्नमाला १४२

निम्नलिखित प्रति शत दरों से कौन-कौन भिन्न समझी जाती हैं--

(१) १२$\frac{१}{२}$ । (२) ३३$\frac{१}{३}$ । (३) $\frac{१}{४}$ । (४) $\frac{३}{८}$ । (५) १२५ ।

इनका मान निकालो :—

(६) ७०० रु० का ५ प्र० शत । (७) १४० किलो ग्राम का ७$\frac{१}{२}$ प्र० शत ।

(८) ४०० रु० का $\frac{३}{४}$ प्र० शत । (९) ३४८० मनुष्य का ३५ प्र० शत ।

(१०) १४४ वर्ग सेंटी मीटर का $\frac{१}{८}$ प्रति शत ।

(११) ५०० किलो ग्राम का ८·५ प्रति शत ।

(१२) एक मनुष्य की वार्षिक प्राप्ति ३००० रु० है; यदि वह मास में इसका ६$\frac{१}{४}$ प्रति शत व्यय करे, तो वर्ष भर में वह कितना बचावेगा ?

(१३) किसी नगर की कुल मनुष्य-संख्या में ५ प्रति शत अँग्रेज़ और शेष हिन्दू हैं। यदि उस नगर की मनुष्य-संख्या ३७८२० हो, तो उसमें हिन्दुओं की संख्या बतओ।

(१४) सन् १८७१ में किसी मनुष्य की प्राप्ति १०००० रु० थी, सन् १८७२ में २० प्रति शत बढ़ गई; तो सन् १८७२ में उसकी प्राप्ति बताओ।

(१५) ८० का $\frac{३}{४}$ और ८० रु० का $\frac{३}{४}$ प्रति शत में क्या अन्तर है ?

(१६) एक मनुष्य ने मरते समय अपनी सम्पत्ति का $\frac{२}{५}$ अपने पुत्र के नाम;

शेष का ६० प्रति शत अपनी पुत्री के नाम; और उन दोनों को देने से जो कुछ बचा वह अपनी स्त्री के नाम लिखा। इस प्रकार पुत्र को पुत्री से ७५ रु० अधिक मिले, तो बताओ कि उसकी स्त्री को क्या मिला।

उदाहरण ३। $\frac{३}{८}$ भिन्न से क्या प्रति शत दर समझी जाती है?

भिन्न $\frac{३}{८} = \frac{३ \times १००}{८ \times १००} = \frac{\frac{३००}{८}}{१००} = \frac{३७\frac{१}{२}}{१००}$;

$\therefore$ प्रति शत दर $= ३७\frac{१}{२}$।

उदाहरण ४। ३ रु०, ४० का क्या प्रति शत है?

भिन्न $= \frac{३}{४०} = \frac{३ \times १००}{४० \times १००} = \frac{\frac{३००}{४०}}{१००} = \frac{७\frac{१}{२}}{१००}$;

$\therefore$ ३ रु०, ४० रु० का $७\frac{१}{२}$ प्रति शत है।

प्रश्नमाला १४३

निम्नलिखित भिन्नों से क्या प्रति शत दर समझी जाती है :—

(१) $\frac{१}{४}$। (२) $\frac{१}{६}$। (३) $\frac{१}{३०}$। (४) $\frac{२}{५}$। (५) $\frac{२}{७}$।
(६) $\frac{७}{३०}$। (७) $\frac{८}{९}$। (८) $\frac{१६}{९९}$। (९) $\frac{७५}{१९६}$। (१०) $\frac{६६}{५०}$।

क्या प्रति शत है :—

(११) १३ रु०, २६ रु० का? (१२) ८ रु०, ४० रु० का?
(१३) १२ रु०, ६० रु० का? (१४) $\frac{१}{७}$, ·२५ का?
(१५) ·७, $\frac{१}{३}$ का? (१६) $\cdot\dot{३}$, $\cdot\dot{६}$ का?

(१७) किसी नगर के ३४२० मनुष्यों में से ४२० मनुष्य मर गये; तो प्रति शत कितने मनुष्य बचे?

(१८) २५०० रु० के ऋण में से १९०० रु० दिये गये; तो प्रति शत कितना देने को शेष रहा?

(१९) किसी पाठशाला में जनवरी के महीने में ३२० लड़के थे, फ़रवरी के महीने में ३६० हो गये; तो प्रति शत कितने लड़के बढ़े?

(२०) कुछ बारूद में ३७·५० ग्राम शोरा, ५ ग्राम गन्धक और $७\frac{१}{२}$ ग्राम कोयला है; तो बताओ उसमें हर एक चीज़ कितने-कितने प्रति शत है।

(२१) मुहर के सोने में १२ हिस्सों में ११ हिस्सा शुद्ध सोना है; तो प्रति शत मिलावट बताओ।

उदाहरण ५। ३० रु० कितने रुपयों का ५ प्रति शत है ?

इष्ट धन का ५ प्रति शत = ३० रु०;

वा उस धन का $\frac{५}{१००}$ = ३० रु०;

∴ वह धन = ३० × $\frac{१००}{५}$ = ६०० रु०।

प्रश्नमाला १४४

किस संख्या का :—

(१) २२, १० प्रति शत है ?
(२) ५७, ४$\frac{३}{४}$ प्रति शत है ?
(३) ३०, १२० प्रति शत है ?
(४) ८१, $\frac{३}{४}$ प्रति शत है ?
(५) २$\frac{१}{३}$, २$\frac{१}{३}$ प्रति शत है ?
(६) ३$\frac{१}{३}$, ·२७ प्रति शत है ?

(७) एक मनुष्य वर्ष भर में ३२५० रु० जो कि उसकी वार्षिक प्राप्ति का ६६$\frac{२}{३}$ प्रति शत है, खर्च करता है; तो उसकी वार्षिक प्राप्ति बताओ।

(८) एक मनुष्य अपनी प्राप्ति में से ६० रु० प्रति शत व्यय करके २००० रु० जमा कर लेता है; तो उसकी प्राप्ति बताओ।

(९) किसी नगर की मनुष्य-संख्या सन् १८८० से सन् १८८३ तक ७ प्रति शत बढ़कर सन् १८८३ में १३९१० हो गई; तो सन् १८८० में मनुष्य-संख्या क्या थी ?

(१०) किसी मनुष्य की प्राप्ति पर १० रुपये प्रति शत के हिसाब से ३०० रु० आयकर होता है; तो पाँच पै० प्रति रुपया की दर से क्या कर होगा ?

विविध प्रश्नमाला १४५

(१) एक बोतल लाल स्याही का मूल्य एक बोतल काली स्याही के मूल्य की अपेक्षा २० प्रति शत अधिक है। यदि एक बोतल लाल स्याही १·४४ रु० में आवे; तो एक बोतल काली स्याही का मूल्य बताओ।

(२) एक व्यापारी ने पहले वर्ष अपनी पूँजी पर ८ रु० प्रति शत के हिसाब से लाभ उठाया, परन्तु दूसरे वर्ष उस धन में जो कि उसके पास पहले वर्ष के अन्त तक हो गया था, १० रु० प्रति शत के हिसाब से घाटा रहा और उसकी पूँजी पहली पूँजी से २२४ रु० कम रह गई; तो उसकी पहली पूँजी बताओ।

(३) किसी व्यापारी की पूँजी पर हर साल १० रु० प्रति शत लाभ होता रहा. ३ वर्ष के अन्त में उसके पास ६०५० रु० हो गये; तो उसकी पहली पूँजी बताओ।

(४) विद्यार्थियों को किसी पाठशाला में प्रति शत २५ विद्यार्थी (लड़के और लड़कियाँ) ७ वर्ष से कम अवस्था के हैं; और ७ वर्ष से अधिक की लड़कियों की संख्या ३६ है, जो ७ वर्ष से अधिक के लड़कों की संख्या की $\frac{३}{५}$ है, तो बताओ उस पाठशाला में कुल कितने विद्यार्थी हैं।

(५) एक मनुष्य अपनी आय से ५ रु० प्रति शत अपने जीवन के बीमा कराने में व्यय करता है और आय के उस अंश का आयकर उसे नहीं देना पड़ता। यदि ४ पैसे प्रति रुपये के हिसाब से उसे कुल ९५ रु० आयकर देना पड़े; तो उसकी कुल आय बताओ।

(६) तीन पीपों में शराब की मात्रा बराबर-बराबर है—एक में से २५ प्रति शतः दूसरे में से ३५ प्रति शत और तीसरे में से ४५ प्रति शत शराब निकाल ली गई और मिला दी गई; तो बताओ यह मिली हुई शराब कुल (तीनों पीपों की) शराब की क्या प्रति शत है।

(७) दो पाठशालाएँ हैं—एक में ९० लड़के और लड़कियाँ और दूसरी में १२० लड़के और लड़कियाँ हैं। पहली में ६० प्रति शत लड़के हैं और दूसरी में ५० प्रति शत लड़के हैं, तो दोनों पाठशालाओं के कुल विद्यार्थियों में कितने प्रति शत लड़के हैं ?

(८) किसी नगर में ३४५० तो पुरुष थे और ३०२० स्त्रियाँ; पुरुष-संख्या १० प्रति शत घट गई और स्त्री-संख्या ५ प्रति शत बढ़ गई; तो बताओ कि उस नगर की कुल मनुष्य-संख्या कितने प्रति शत बढ़ वा घट गई है।

(९) क़हवा और चिकरी की मिलावट में ४० प्रति शत क़हवा है, ५०० किलो ग्राम मिली हुई वस्तु में कुछ चिकरी और मिला देने से क़हवा ३६$\frac{४}{११}$ प्रति शत हो गया; तो चिकरी कितने किलो ग्राम मिलाई गई ?

(१०) यदि मोहन की आय सोहन की आय से १० प्रति शत अधिक है; तो सोहन की आय मोहन की आय से कितने प्रति शत कम है ?

(११) क अपने माल को ख की अपेक्षा १० प्रति शत सस्ता बेचता है, और ग की अपेक्षा १० प्रति शत महँगा; तो बताओ ग की दर ख की दर से कितने प्रति शत कम है।

(१२) यदि चीनी का भाव पहले से १० प्रति शत बढ़ जाय, तो एक मनुष्य कितने प्रति शत कम चीनी खाय कि उसका व्यय पहले के बराबर हो ?

छियालीसवाँ अध्याय

दस्तूरी [कमीशन], दलाली, बीमा कराई [प्रीमियम]

२२०। 'दस्तूरी वा कमीशन' उस धन को कहते हैं जो एजेण्ट (गुमाश्ता) वा आढ़तिये को किसी प्रकार की वस्तु वा माल बेचने वा मोल लेने के श्रम के बदले में दिया जाता है। यह धन प्रायः बेचने वा मोल लेने की लागत पर प्रति शत के हिसाब से दिया जाता है।

एजेण्ट को कभी-कभी 'दलाल' कहते हैं, विशेषकर जब यह सरकारी प्रॉमेसरी नोट तथा तमस्सुक, कम्पनियों के हिस्से आदि मोल ले वा बेचे और तब कमीशन वा दस्तूरी को 'दलाली' कहते हैं।

'बीमा कराई' (प्रीमियम) उस धन को कहते हैं, जो किसी इंश्योरेंस (बीमा) कम्पनी को दिया जाय और जिसके बदले में वह कम्पनी बीमा करानेवाले के उस नुक़सान को जो उसे आग लगने वा जहाज़ डूब जाने से पहुँचे, भर देने की वा उसके मरने पर उसके घर वालों को कुछ धन दे देने की प्रतिज्ञा करे। वह पत्र जिसमें बीमा के नियम लिखे रहते हैं बीमा सम्बन्धी प्रतिज्ञा-पत्र (पॉलिसी आफ़ इंश्योरेंस) कहलाता है और उस प्रतिज्ञा-पत्र पर जो स्टाम्प (टिकट) लगता है उसके दाम को 'प्रतिज्ञा-पत्र कर' (पॉलिस ड्यूटी) कहते हैं। बीमा कराई

वा प्रीमियम प्रायः उस धन पर जो (किसी नियत समय पर) देने की कम्पनी प्रतिज्ञा करती है, प्रति शत के हिसाब से दिया जाता है।

इससे मालूम हुआ कि किसी प्रति शत धन को ही कभी कमीशन, दस्तूरी वा आढ़त, कभी दलाली और कभी प्रीमियम वा बीमा कराई कह कर पुकारते हैं।

उदाहरण १। एक एजेण्ट ने ७५० रु० का माल मोल लिया और $२\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत के हिसाब से उसे कमीशन मिला; तो उसने कुल कमीशन कितना पाया ?

कमीशन = ७५० रु० का $\frac{२\frac{१}{२}}{१००} = \frac{७५}{४} = १८\cdot७५$ रु०।

उदाहरण २। ५ रु० प्रति शत प्रीमियम के हिसाब से ७६० रु० के मूल्य के माल का बीमा कराना है, तो कितने धन का बीमा कराया जाय कि यदि माल नष्ट हो जाय, तो उसका मूल्य और दिया हुआ प्रीमियम दोनों वसूल हो सकें ?

यदि ७६० रु० का बीमा कराया जाय, तो माल नष्ट हो जाने पर ७६० रु० ही वसूल होंगे; परन्तु प्रीमियम जो कुछ दिया जायगा वह नहीं मिलेगा। परन्तु यदि प्रत्येक (१०० − ५) वा ९५ रु० के लिए १०० रु० पर प्रीमियम दिया जाय, तो माल नष्ट हो जाने पर १०० रु० वसूल होंगे, अर्थात् माल का मूल्य ९५ रु० और दिया हुआ प्रीमियम ५ रु० दोनों वसूल होंगे।

क्योंकि ९५ रु० के लिए १०० रु० का बीमा कराना होगा,

∴ १ ,, ,, ,, $\frac{१००}{९५}$ रु० ,, ,, ,, ,,

∴ ७६० ,, ,, ,, $\frac{१००\times७६०}{९५}$ रु० वा ८०० रु० का बीमा कराना होगा।

प्रश्नमाला १४६

(१) एक दलाल ने ५००० रु० का माल मोल लिया है; तो $४\frac{१}{२}$ रु० प्रति-शत के हिसाब से उसे क्या दलाली मिलेगी ?

(२) ७००० रु० की लागत के पोतभार (जहाज़ का बोझ) का $३\frac{१}{६}$ रु० प्रति शत प्रीमियम के हिसाब से बीमा कराने में क्या व्यय पड़ेगा ?

(३) एक आढ़तिया ७ रु० गट्ठे के भाव से ७२० सन् के गट्ठे बेचता है; तो १ १/३ रु० प्रति के हिसाब से उसका क्या कमीशन हुआ ?

(४) एक एजेण्ट (गुमाश्ते) ने ६७५० को एक मकान मोल लिया; यदि उसका कमीशन ३·७५ रु० प्रति शत हो; तो मोल लेनेवाले को कुल कितना व्यय करना पड़ा ?

(५) एक दलाल सरकारी प्रॉमेसरी नोट मोल लेने के लिए १/८ प्रति शत पाता है; यदि उसे ३५ रु० दलाली के मिले; तो बताओ उसने कुल कितने के नोट मोल लिए।

(६) एक जहाज़ का असली मूल्य के ५/४ का बीमा १ ३/४ प्रति शत प्रीमियम के हिसाब से कराया गया और प्रीमियम १९६० रु० लगे; तो जहाज़ की असली क़ीमत बताओ।

(७) बीमा-सम्बन्धी किसी प्रतिज्ञापत्र में ४ रु० प्रति शत के हिसाब से १२० रु० बीमा कराई लिखी है; तो बताओ कितने का बीमा कराया गया है।

(८) ९७६० रु० के मूल्य के पोतभार का बीमा २ २/७ रु० प्रति शत प्रीमियम के हिसाब से कितने का कराया जाय कि यदि जहाज़ डूब जाय; तो पोतभार की लागत और बीमा कराई दोनों वसूल हो जायँ ?

(९) ७७४० रु० की लागत के माल का ३ १/४ रु० प्रति शत के प्रीमियम से ऐसा बीमा कराना है कि यदि माल मारा जाय, तो उसका मूल्य और बीमा कराई दोनों वसूल हो जायँ, तो बताओ कितनी बीमा कराई देनी पड़ेगी ?

(१०) ५००० रु० के मूल्य के पोतभार का ऐसा बीमा कराना है कि यदि जहाज़ डूब जाय तो पोतभार की लागत और बीमा कराई का सब ख़र्च वसूल हो जावे, प्रीमियम २ १/१० प्रति शत, प्रतिज्ञापत्र-कर (स्टाम्प १३/६० प्रति शत और दलाली १/४ प्रति शत है, तो बताओ कि उस पोतभार का बीमा कितने धन का कराया जाय और बीमा कराने में कुल कितना व्यय होगा ?

सैंतालीसवाँ अध्याय

लाभ और हानि

२२१। इस अध्याय में हम लाभ अथवा हानि का केवल मान ही निर्णय नहीं करेंगे, परन्तु लाभ अथवा हानि क्रय-मूल्य की अपेक्षा निर्णय करेंगे, अर्थात् यह कि क्रय-मूल्य पर कितना प्रति शत लाभ वा हानि हुई?

उदाहरण १। यदि २० रुपया कुर्सी के हिसाब से कुछ कुर्सियाँ मोल ली जायँ और २२·२५ रु० के हिसाब से बेच दी जायँ; तो प्रति शत क्या लाभ होगा?

२० रु० वा २००० पै० पर २२५ पै० लाभ है। अब हमको यह निर्णय करना है कि २२५ पै० २००० पै० का क्या प्रति शत है?

$$\text{अब, भिन्न} = \frac{२२५}{२०००} = \frac{२२५ \times १००}{२००० \times १००} = \frac{२२५ \times \cancel{१००}}{\frac{२०\cancel{००}}{१००}} = \frac{११\frac{१}{४}}{१००}$$

∴ ११¼ प्रति शत लाभ होगा।

उदाहरण २। एक घोड़ा ८० रु० को मोल लिया और २५ रु० प्रति शत के लाभ से बेच डाला, तो लाभ और घोड़े का विक्रय-मूल्य बताओ।

लाभ = ८० रु० का २५ प्रति शत,

$= ८० \text{ रु० का } \frac{२५}{१००} = २० \text{ रु०},$

∴ घोड़ा ८० रु० + २० रु० अर्थात् १०० रु० को बेचा गया।

उदाहरण ३। कुछ माल ९० का मोल लिया; तो उसको कितने में बेचें कि १० रु० प्रति शत लाभ हो?

विक्रय-मूल्य = क्रय-मूल्य का ११० प्रति शत

$= ९० \text{ का } \frac{११०}{१००} = ९९ \text{ रु०}।$

उदाहरण ४। १·२० रु० किलो ग्राम के भाव चीनी बेचने से मुझे २० रु० प्रति शत लाभ होता है; तो कै रुपये किलो ग्राम के भाव से मैंने चीनी मोल ली थी?

क्रय-मूल्य का १२० प्रति शत = विक्रय-मूल्य;

वा क्रय-मूल्य का $\frac{१२०}{१००}$ = १·२० रु०;

∴ क्रय-मूल्य = १·२० रु० × $\frac{१००}{१२०}$ = १ रु०।

उदाहरण ५ । यदि किसी वस्तु को ७२ रु० में बेचने से १० रु० प्रति शत घाटा पड़े, तो बताओ वह वस्तु कितने पर बेची जाय कि ५ प्रति शत लाभ हो ।

क्रय-मूल्य का ९० प्रति शत = ७२ रु०,
∴ ,, ,, १५ ,, ,, = १२ रु०,
∴ ,, ,, १०५ ,, ,, = ८४ रु०, उत्तर ।

उदाहरण ६ । एक घर ६९०० रु० में बेचने से ८ प्रति शत हानि होती है; यदि वह घर ७८०० रु० में बेचा जाय; तो प्रति शत क्या हानि या लाभ होगा ?

६९०० रु० = क्रय-मूल्य का ९२ प्रति शत
∴ १ रु० = ,, ,, ,, $\frac{९२}{६९००}$,, ,,
∴ ७८०० रु० = ,, ,, ,, $\frac{९२ \times ७८००}{६९००}$,,
= ,, ,, ,, १०४ ,, ,,
∴ ४ प्रति शत लाभ होगा ।

प्रश्नमाला १४७

(१) एक वस्तु मैंने १६ रु० को मोल ली और २० रु० में बेची; तो प्रति शत लाभ बताओ ।

(२) जितने धन में मैंने २५ वस्तुएँ बराबर-बराबर मूल्यों पर मोल ली थीं, उतने ही धन में २० वस्तुएँ बेच दीं; तो प्रति शत लाभ बताओ ।

(३) यदि कुछ खिलौनों की संख्या के $\frac{३}{४}$ का विक्रय-मूल्य उनकी पूरी संख्या के क्रय-मूल्य के बराबर हो; तो प्रति शत लाभ बताओ ।

(४) ७० डेका लिटर शराब ७००० रु० को मोल ली गई, उसमें से ९ डेका लिटर चू गई; शेष १२ रु० प्रति लिटर के हिसाब से बेच दी गई; तो लागत पर प्रति शत लाभ अथवा हानि बताओ ।

(५) कुछ चीज़ें १२ रु० प्रति शत मोल ली गईं और २$\frac{१}{२}$ रु० दर्जन से बेची गईं; तो प्रति शत लाभ अथवा हानि बताओ ।

(६) १ मनुष्य ४८ मीटर कपड़े को बेचकर उतना ही लाभ उठाता है जितना कि १६ मीटर मोल लेने में व्यय करता है; तो उसका प्रति शत लाभ बताओ।

(७) ३२० किलो ग्राम चावल २ रु० किलो ग्राम के भाव से मोल लिए गये; और उनको बेचने से ५ रु० प्रति शत की हानि हुई; तो कुल हानि और विक्रय-मूल्य प्रति किलो ग्राम बताओ।

(८) एक व्यापारी ने १६·७१ रु० प्रति किलो ग्राम के हिसाब से कुछ माल मोल लिया और १·२९ रु० प्रति किलो ग्राम ऊपर के ख़र्च में पड़े; तो बताओ वह उस माल को प्रति किलो ग्राम किस हिसाब से बेचे कि कुल लागत पर १५ प्रति शत लाभ हो।

(९) यदि १ रु० की १५ नारङ्गियाँ आवें; तो २५ रु० प्रति शत लाभ उठाने के लिए रुपये की कै नारङ्गियाँ बेची जायँ?

(१०) एक पुस्तक का क्रय-मूल्य ९० पै० है, यदि उसको बेचने में ५ प्रति शत व्यय पड़े और २० प्रति शत लाभ हो; तो उस पुस्तक का फुटकर मूल्य बताओ।

(११) २४ लिटर एल (एक प्रकार की शराब) २ रु० लिटर के हिसाब से और ३० लिटर पोर्टर (दूसरे प्रकार की शराब) १ रु० लिटर के हिसाब से मोल लीं और मिला दी गईं; यदि उस मिली हुई वस्तु के १३ लिटर चू जायँ और २० लिटर २·२५ रु० लिटर के हिसाब से बेच दिए जायँ, तो शेष मिली हुई वस्तु प्रति लिटर किस भाव से बेची जाय कि कुल लागत पर २० प्रति शत लाभ हो?

(१२) एक मनुष्य ने ७५ रु० की कुछ चाय मोल ली और उसी चाय का $\frac{1}{3}$ हिस्सा ४ प्रति शत हानि के साथ बेच दिया; तो बताओ अब वह अपने विक्रय-मूल्य को प्रति शत कितना बढ़ावे कि बची हुई चाय को उस बढ़े हुए भाव से बेचने से कुल पर उसे ४ रुपया प्रति शत लाभ हो।

(१३) मैंने २ रु० ५० पै० के ५ दस्ते के हिसाब से कुछ काग़ज़ मोल लिया और ऐसे हिसाब से बेचा कि ३२ दस्तों के क्रय-मूल्य पर मुझे उतना ही लाभ हो गया जितने को मैंने ८ दस्ते बेचे; तो बताओ कि मैंने एक-एक दस्ता कितने-कितने को बेचा।

(१४) एक घोड़े को ४४० रुपये में बेचने से १२ प्रति शत की हानि हुई; तो उस घोड़े का क्रय-मूल्य बताओ ।

(१५) १·२० रु० किलो ग्राम के भाव से कुछ चीनी बेची गई; और १२½ रु० प्रति शत के हिसाब से कुल लाभ १५ रु० हुआ; तो बताओ कितनी चीनी बेची गई ।

(१६) यदि नारङ्गियाँ १ रु० की ११ के हिसाब से ८⅓ रु० प्रति शत के लाभ के साथ बेची गईं; तो बताओ किस भाव से मोल ली गई थीं ।

(१७) एक देवालिए का माल ५२०५ रु० में बेचा गया जिससे क्रय-मूल्य पर १७ रु० प्रति शत हानि हुई । यदि वही माल बाज़ार के भाव से बिकता तो २० रु० प्रति शत लाभ होता; तो बताओ बाज़ार के भाव से कितने कम मूल्य पर देवालिये का माल बिका ।

(१८) एक घोड़ा २४० रुपये को ५⅓ रु० प्रति शत हानि के साथ बेचा गया; तो बताओ वह घोड़ा कितने को बेचा जाता कि २६ रुपया प्रति शत लाभ होता ।

(१९) एक पंसारी ने ५ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव से चाय बेचकर ५ प्रति शत लाभ उठाया; तो बताओ कि वह अपनी बिक्री के भाव को और कितना बढ़ावे कि उसको १५ प्रति शत लाभ होने लगे ।

(२०) यदि २ रु० २०⅓ पै० के ७ आम बेचने से १६⅔ रु० प्रति शत लाभ हो; तो बताओ कि २० रु० प्रति शत लाभ उठाने के लिए एक दर्जन आम कितने को बेचे जायँ ।

(२१) यदि रुपये को १२ नारङ्गियाँ बेचने से ४ प्रति शत हानि हो; तो ४४ प्रति शत लाभ उठाने के लिए रुपये की कितनी नारङ्गियाँ बेची जायँ ?

(२२) यदि किसी माल को १४१ रु० में बेचने से ६ रु० प्रति शत हानि हो, तो उस माल को १५९ रु० में बेचने से कितने रु० प्रति शत हानि अथवा लाभ होगा ?

(२३) कुछ माल ३७·५० रु० को बेचा गया जिससे १२½ रुपये प्रति शत लाभ हुआ; यदि वह माल ३३·५० रु० को बेचा जाता; तो प्रति शत क्या लाभ अथवा हानि होती ?

(२४) १२ रु० किलो ग्राम की ख़रीद की चाय फुटकर के १४ रु० किलो ग्राम के भाव से बेची जाती है और १० प्रति शत चाय किसी कारण से नष्ट भी हो जाती है; तो प्रति शत लाभ बताओ।

(२५) ३ रु० प्रति किलो ग्राम के भाव से गन्धक का एसिड सील के कारण पहले से २$\frac{१}{३}$ प्रति शत भारी हो गया; तो बताओ अब एक किलो ग्राम के दाम क्या होंगे?

(२६) एक सौदागर ने ४० प्रति शत लाभ के साथ कुछ चाय किसी बनिये के हाथ बेची; परन्तु उस बनिये का देवाला निकल गया। इसलिए १ रु० में वह केवल ७५ पै० दे सका; तो बताओ उस सौदागर को प्रति शत क्या लाभ अथवा हानि हुई।

(२७) एक बनिया क्रय-मूल्य से ३० प्रति शत अधिक दामों पर सौदा बेचता है: यदि वह अपने ग्राहकों को १० प्रति शत दस्तूरी काट दे, तो बताओ वह कितने प्रति शत लाभ में रहा।

(२८) क्रय-मूल्य से प्रति शत कितने अधिक मूल्य पर सौदा बेचा जाय कि सौदागर ५ प्रति शत दस्तूरी देकर २० प्रति शत के लाभ में रहे?

(२९) आटे का भाव पहले से २० प्रति शत बढ़ गया है, तो बताओ कि एक मनुष्य आटा कितना प्रति शत कम खावे कि उसका ख़र्च पहला ही सा रहे।

(३०) एक वस्तु ५ रुपये प्रति शत के लाभ से बेची गई, इस प्रकार ५ रुपये प्रति शत की हानि से बेचे जाने की अपेक्षा १५ रु० अधिक मिले; तो उस वस्तु का क्रय-मूल्य बताओ।

(३१) एक मनुष्य १० रु० प्रति शत की हानि के साथ एक वस्तु बेचता है। यदि उसे वस्तु के मूल्य ५ रु० और अधिक मिलें, तो वह १२$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत के लाभ में रहे; तो बताओ उसने वह वस्तु कितने में ख़रीदी थी।

(३२) एक कपड़े का थान ३० रु० प्रति शत लाभ के साथ ८१·२५ रु० को बेचा गया। यदि वह ३·५० रु०।मीटर के भाव बिकता, तो २५ रु० का लाभ होता; तो बताओ वह थान कै मीटर का था।

(३३) एक मनुष्य के पास कुछ पूँजी थी; उसने उस पूँजी से पहली बार व्यापार करने से ८० प्रति शत लाभ उठाया। अब उसके पास जो धन हो गया उस सब को उसने दूसरी बार व्यापार में लगाया; परन्तु इस बार वह १५ प्रति शत की हानि में रहा इसके अनन्तर उसने तीसरी बार अपने सब धन को व्यापार में लगाया और फिर भी १५ प्रति शत की हानि में रहा; तो बताओ वह अपनी पहली पूँजी पर प्रति शत क्या हानि अथवा लाभ में रहा।

(३४) ५० पै० के ६ अमरूद के हिसाब से एक लड़के ने कुछ अमरूद मोल लिए, फिर इनसे तिहाई अमरूद २५ पै० के चार के हिसाब से और मोल लिए; तो बताओ वह अपने पास के सब अमरूदों को किस भाव से बेचे कि २० प्रति शत लाभ हो। यदि इस क्रय-विक्रय से उसको ८ रुपये का लाभ हुआ; तो बताओ उसने कुल कितने अमरूद मोल लिए थे।

(३५) ३·६० रु० प्रति किलो ग्राम की चाय और ४·२० रु० प्रति किलो ग्राम की चाय को किस अनुपात से मिलावें कि मिली हुई चाय को ४·४० रु० प्रति किलो ग्राम के भाव से बेचने से १० प्रति शत लाभ हो?

(३६) एक पंसारी ने अपनी बढ़िया चाय को १० प्रति शत के लाभ से बेचने का विचार किया; परन्तु उस बढ़िया चाय में उसी की $\frac{1}{3}$ घटिया चाय जिसका मूल्य बढ़िया चाय के मूल्य का $\frac{3}{4}$ है, मिला दी; तो बताओ उस पंसारी ने प्रति शत क्या लाभ उठाया और यह भी बताओ कि दोनों प्रकार की चायों को वह किस अनुपात से मिलावे कि २० प्रति शत के लाभ में रहे।

(३७) एक सौदागर ने ७८७·५, मीटर कपड़ा मोल लिया जिसके $\frac{1}{3}$ को ६ रु० प्रति शत के लाभ से. $\frac{1}{5}$ को ८ रु० प्रति शत के लाभ से, $\frac{1}{7}$ को १२ रु० प्रति शत के लाभ से और शेष को ३ रु० प्रति शत की हानि के साथ उसने बेच दिया, यदि वह कुल कपड़े को ५ रु० प्रति शत के लाभ से बेचता तो उसे १२०·७५ रु० और अधिक विक्रय-मूल्य मिलता; तो एक मीटर कपड़े का क्रय-मूल्य बताओ।

(३८) २० रु० प्रति लिटर के भाव की अँगूरी शराब और ४५ रु० प्रति लिटर के भाव की ब्रांडी शराब किस हिसाब से मिलाई जाय कि मिली हुई

शराब को ३५ रु० प्रति लिटर के भाव से बेचने में अँगूरी शराब के क्रय-मूल्य पर तो १५ प्रति शत और ब्रांडी शराब के क्रय-मूल्य पर २० प्रति शत लाभ हो ?

(३९) २० रु० और २५ रु० प्रति लिटर के भाव की अँगूरी शराब मिला दी गई और यह मिली हुई शराब १० प्रति शत लाभ के साथ बेच दी गई; यदि २० रु० प्रति लिटर के भाव वाली १५ प्रति शत लाभ से और २५ रु० प्रति लिटर के भाव वाली ८ प्रति शत लाभ से अलग बेची जाती, तो कुल लाभ उतना ही होता जितना कि मिली हुई शराब के बेचने से हुआ; तो बताओ दोनों प्रकार की शराबें किस अनुपात से मिलाई गईं।

(४०) एक तराजू ऐसी है कि उसके एक पल्ले में जितना बोझ रखा जाय दूसरे में उतने से १० प्रति शत अधिक रखने से डंडी सीधी रहती है; इस तराजू से एक बनिया सौदा क्रय और विक्रय दोनों में ठगता है; तो बताओ अपनी बेईमानी से कुल लागत पर कितने प्रति शत लाभ उठाता है।

(४१) एक मनुष्य ने कुछ घाटा सहकर ४०० रु० में एक मकान बेच दिया; यदि वह मकान ५०० रु० में बिकता; तो उसको घाटे का $\frac{2}{3}$ लाभ होता; तो उस मकान का क्रय-विक्रय बताओ।

(४२) एक सौदागर के पास ३०० रु० की लागत का माल है; उस माल के तिहाई को उसने ऐसे भाव से बेचा कि १० प्रति शत की हानि में रहा; तो बताओ वह अपने बेचने के भाव को अब प्रति शत कितना बढ़ावे कि कुल माल के बेच देने पर वह १० प्रति शत के लाभ में रहे।

अड़तालीसवाँ अध्याय

सरल ब्याज

२२२। ऋणी (कर्ज़दार) उधार दिये हुए धन को बरतने अर्थात् अपने काम में लाने के बदले में जो धन अपने धनी (महाजन वा साहूकार) को देता है, उसे 'ब्याज' (वृद्धि) वा 'सूद' कहते हैं। जिस धन को धनी

ऋण लेनेवाले को उधार देता है, उसे 'असल' वा 'मूलधन' अथवा केवल 'मूल' कहते हैं। मूलधन और उसके किसी नियत समय तक के व्याज को मिलाकर जो धन होता है, उसे 'मिश्रधन' वा 'सर्वधन' कहते हैं। किसी नियत धन को किसी नियत समय तक बरतने के बदले जो धन दिया जाता है उसे 'व्याज की दर' कहते है। जैसे, यदि मैं कुछ रुपया इस नियम पर उधार लूँ कि महीने में रुपया पीछे २ पैं० व्याज दिया जायगा, तो मैं २ पै० रुपया मासिक की दर से, ऋण लेता हूँ; फिर, यदि मैं इस नियत पर ऋण लूँ कि साल में ५ रु० प्रति शत व्याज दिया जायगा, तो मेरा "५ रु० प्रति शत वार्षिक की दर से" ऋण लेना कहा जायगा।

सूचना—प्रति वर्ष वार्षिक का अर्थ एक वर्ष वा साल के लिए और प्रति मास; मासिक का अर्थ एक मास के लिए है।

"२ पै० रुपया मासिक" का अर्थ 'मास में एक रुपया पर २ पै० व्याज' है। ऐसे ही "५ रु० प्रति शत वार्षिक" का अर्थ 'वर्ष में सौ रुपये पर ५ रु० व्याज' है।

२२३। जो व्याज केवल असल वा मूलधन ही पर लगाया जाता है, उसे 'सरल व्याज' (सरल वृद्धि) वा 'सादा सूद' कहते हैं।

सूचना १—'सरल व्याज' के लिए प्रायः केवल 'व्याज' शब्द का प्रयोग करते हैं।

उदाहरण १। दो पै० रुपये मासिक की दर से २४ रु० का ५ मास में सरल व्याज क्या होगा ?

∵ १ मास में १ रु० का व्याज = २ पै० = $\frac{१}{५०}$ रु०,

∴ १ ,, २४ रु० ,, ,, = $\frac{१}{५०}$ × २४ रु०,

∴ ५ ,, २४ रु० ,, ,, = $\frac{१}{५०}$ × २४ × ५ रु०,

= २·४० रु०।

इसलिए, ऊपर के प्रश्न में ब्याज मालूम करने के लिए हम मूलधन को ५ और $\frac{१}{५०}$ से अर्थात् $\frac{५}{५०}$ से गुणा करते हैं, जिसकी क्रिया निम्नलिखित रीति से होगी—

```
           रु०
           २४
            ५
   ५०) १२० (२ रु०
        १००
         २०
        १००
   ५०) २००० (४० पै०
       २०००
         ×
```

प्रश्नमाला १४८

सरल ब्याज बताओ—

(१) ५८ रु० का ४ मास में ३ पै० प्रति रु० मासिक की दर से।

(२) ७६ रु० का ९ मास में २ पै० प्रति रु० मासिक की दर से।

(३) २४० रु० का १ वर्ष में १ पै० प्रति रु० मासिक की दर से।

(४) ३७५ रु० का १५ मास में ५ पै० रु० मासिक की दर से।

(५) २९ रु० का ३ वर्ष ३ मास में १ पै० प्रति रु० मास की दर से।

(६) ७२० रु० का १८ मासों में ४ पैं० प्रति रु० मासिक की दर से।

उदाहरण २। ८०० रु० का ५ वष का ४ रु० प्रति शत वार्षिक की दर से ब्याज बताओ।

∵ १ वर्ष में १०० रु० का ब्याज $=$ ४ रु०,

∴ १ „ १ रु० „ „ $= \frac{४}{१००}$ रु०,

∴ १ वर्ष में ८०० रु० का ब्याज $= \frac{८००\times४}{१००}$ रु०,

∴ ५ „ ८०० रु० „ $= \frac{८००\times४\times५}{१००}$ रु०,

$=$ १६० रु०।

TWELVE YEAR NATIONAL DEFENCE CERTIFICATE
NOT TRANSFERABLE EXCEPT WITH THE PERMISSION OF THE COMPETENT POSTAL AUTHORITY
5 FIVE RUPEES 12ND
541711
FIVE RUPEES 5
Post Office
Date of Issue
Receipt No.

ऊपर की क्रिया से हम नियम निकालते हैं—

मूलधन को प्रति शत ब्याज की दर और वर्षों की संख्या से गुणा कर गुणनफल को १०० से भाग दे देने से इष्ट ब्याज निकल आता है।

क्रिया इस प्रकार होगी—

१६००० रु० को १०० से भाग देने पर १६० रु० मिलती है।

रु०
८००
४
३२००
५
१००) रु० १६०००
∴ ब्याज = १६० रु०।

सूचना २—मिश्रधन, ब्याज और मूलधन को जोड़ने से प्राप्त होता है; जैसे, ऊपर के प्रश्न में मिश्रधन

= ८०० रु० + १६० रु०
= ९६० रु०।

यदि केवल मिश्रधन ही मालूम करना हो, तो निम्नलिखित रीति से भी मालूम कर सकते हैं :—

४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ५ वर्ष में १०० रुपये का ब्याज
= २० रु०,

∴ ५ वर्ष में १०० रु० का मिश्रधन = १२० रु०,

∴ ५ ,, ,, १ रु० ,, ,, = $\frac{१२०}{१००}$ रु०,

∴ ५ ,, ,, ८०० रु० ,, ,, = $\frac{८०० \times १२०}{१००}$ रु०
= ९६० रु०।

प्रश्नमाला १४९

[ध्यान रहे जब कि प्रति शत ब्याज का समय न दिया हो, तो प्रति-शत ब्याज वार्षिक समझा जाय।]

सरल ब्याज बताओ—

(१) २०० रु० का ३ वर्ष में ४ रु० प्रति शत की दर से।
(२) ३०० रु० का ४ वर्ष में ५ रु० प्रति शत की दर से।
(३) ७५० रु० का ७ वर्ष में ६ रु० प्रति शत की दर से।
(४) १३८ रु० का १५ वर्ष में ३ रु० प्रति शत की दर से।

(५) ४५० रु० का ११ वर्ष में $४\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत की दर से।

(६) ८०० रु० का $३\frac{१}{२}$ वर्ष में ४ रु० प्रति शत की दर से।

सरल ब्याज और मिश्रधन बताओ—

(७) ४९६ रु० का $२\frac{३}{४}$ वर्ष में ३ रु० प्रति शत की दर से।

(८) ३२५·५० रु० का ४ वर्ष में $२\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत की दर से।

(९) २२५ रु० का ४ वर्ष में १ रु० प्रति शत मासिक दी दर से।

केवल मिश्रधन बताओ—

(१०) २५० रु० का २ वर्ष में ७ रु० प्रति शत की दर से।

(११) ६०४ रु० का ५ वर्ष में $४\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत की दर से।

(१२) ३३६ रु० का $३\frac{१}{२}$ वर्ष में $\frac{३}{४}$ रु० प्रति शत मास की दर से।

(१३) ७५० रु० का $२\frac{१}{४}$ वर्ष में $२\frac{२}{३}$ रु० प्रति शत की दर से।

(१४) ३३६ रु० का $७\frac{१}{२}$ वर्ष में $३\frac{१}{४}$ रु० प्रति शत की दर से।

(१५) २४० रु० का ७ मास में ५ रु० प्रति शत की दर से।

सूचना ३—जब कि प्रति शत बयाज दर और वर्षों की संख्या दोनों वा उनमें से एक भिन्न संख्या हो; तो प्रथम उन दोनों को गुणन और गुणनफल से मूलधन को गुणन करने के पश्चात् १०० से भाग देने पर अधिक सुगमता होगी।

उदाहरण ३। ३४५·६२ रु० का $५\frac{१}{४}$ रु० प्रति शत की दर से २ वर्ष ६ मास में क्या ब्याज होगा?

२ वर्ष ६ मास $= २\frac{१}{२}$ वर्ष,

और $२\frac{१}{२} \times ५\frac{१}{४} = \frac{५}{२} \times \frac{२१}{४} = \frac{५ \times ७ \times ३}{८}$;

रु०
३४५·६०
५
१७२८·००
७
१२०९६·००
३
८) ३६२८८·००
४५३६·००

इसको १०० से भाग देने पर ब्याज $=$ ४५·३६ रु०

प्रश्नमाला १५०

[ध्यान रहे कि जब समय मासों और दिनों में दिया हो, तो १२ मास का वर्ष और ३० दिन का मास जानना चाहिए।]

सरल ब्याज बताओ—

(१) ३६० रु० का $३\frac{१}{३}$ वर्ष में $२\frac{१}{३}$ रुपये प्रति शत की दर से।

(२) ४५० रु० का $६\frac{२}{३}$ वर्ष में $३\frac{१}{३}$ रु० प्रति शत की दर से।

(३) ८७५ रु० का ३ वर्ष ४ मास १५ दिन में $५\frac{१}{३}$ रु० प्रति शत की दर से।

निकटतम पै० तक सरल ब्याज बताओ—

(४) ३०९·६९ रु० का ५ मास १० दिन में $४\frac{१}{५}$ रुपये प्रति शत की दर से।

(५) २१·८० रु० का २ वर्ष ९ मास में $३\frac{१}{३}$ रु० प्रति शत की दर से।

(६) १०१·५० रु० का १ वर्ष ७ मास ६ दिन में $\frac{३}{५}$ रु० प्रति शत मासिक की दर से।

सूचना ४—जबकि वर्ष की एक तारीख़ से और किसी दूसरी तारीख़ तक का ब्याज लगाना होता है, तो उन दोनों दिनों में एक ही दिन जोड़ा जाता है।

उदाहरण ४। ३२० रु० का ४ जनवरी से ३० मई तक का ३ रु० प्रति शत की दर से ब्याज बताओ।

कुल दिनों की संख्या = २७ + २८ + ३१ + ३० + ३० = १४६;

१४६ दिन = $\frac{१४६}{३६५}$ वर्ष = $\frac{२}{५}$ वर्ष और ३ × $\frac{२}{५}$ = $\frac{६}{५}$।

```
   रु०
   ३२०
     ६
५) १९२०
रु० ३·८४
```

ब्याज = ३·८४ रु०।

सूचना ५—यह ध्यान रहे कि ३६५ के गुणनखण्ड ५ और ७३ हैं।

प्रश्नमाला १५१

[ध्यान रहे कि जब समय दिनों में वा वर्षों और दिनों दोनों में दिया हो; तो ३६५ दिन का वर्ष जानना चाहिए।]

सरल ब्याज बताओ—

(१) ४०० रु० का ४ अप्रैल से १६ जून तक का ३ रु० प्रति शत की दर से।

(२) ७५० रु० का २३ फ़रवरी ३० सितम्बर तक का ४$\frac{१}{६}$ रु० प्रति शत की दर से।

(३) ३२१·५० रु० का १० दिसम्बर सन् १८८७ से ४ मई सन् १८८८ तक का ३$\frac{३}{४}$ रु० प्रति शत की दर से।

(४) ३४९·५० रु० का १ जून से ४ अक्टूबर तक का ५$\frac{३}{४}$ रु० प्रति शत की दर से।

(५) ३०९ रु० ७५ पैसा का १ वर्ष ७३ दिन का २$\frac{२}{३}$ रु० प्रति शत की दर से।

२२४। सरल ब्याज पर विलोम (उलटे) प्रश्न।

उदाहरण १। कितने प्रति शत ब्याज की दर से ३ वर्ष में ४२५ रु० (मूलधन) का ४७६ रु० (मिश्रधन) हो जायगा?

३ वर्ष में ४२५ रु० का ब्याज = ५१ रु० (अर्थात् ४७६ रु० − ४२५ रु०)

∴ ३ वर्ष में १ रु० का ब्याज = $\frac{५१}{४२५}$ रु०,

∴ १ „ १ रु० „ ब्याज = $\frac{५१}{४२५ \times ३}$ रु०,

∴ १ „ १०० रु० „ ब्याज = $\frac{५१ \times १००}{४२५ \times ३}$ रु०

= ४ रु०,

∴ प्रति शत ब्याज दर = ४ रु०।

प्रश्नमाला १५२

कितने प्रति शत ब्याज की दर से—

(१) ३०० रु० ५ वर्ष में ३३७ रु० ५० पैसा हो जावेंगे?

(२) ८२५ रु० ३ वर्ष में १०७२ रु० ५० पैसा हो जावेंगे?

(३) १४२·५० रु० ४$\frac{१}{२}$ वर्ष में १६३·७६ रु० हो जावेंगे?

(४) २२२१२ रु० का ब्याज ७ मास १० दिन में ४६२·७५ रु० हो जायगा?

(५) एक दिया हुआ धन २० वर्ष में दूना हो जायगा?

(६) किसी दिये हुए धन का ब्याज २० वर्ष में उसके मिश्रधन का $\frac{२}{५}$ हो जायगा?

(७) मास में प्रति रुपया कितने ब्याज की दर से २५० रु० ८ मासों में ३१२ रु० ५० पैसा हो जावेंगे?

उदाहरण २। कितने वर्ष में ५ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ३०० रु० (मूलधन) ४०५ रु० (मिश्रधन) हो जायगा?

१ वर्ष में ३०० रु० का ब्याज $=\frac{३००\times५}{१००}$ रु० $=$ १५ रु०; और इष्ट वर्षों में ३०० रु० का ब्याज $=$ ४०५ $-$ ३०० रु० $=$ १०५ रु०।

इष्ट वर्षों की संख्या $\frac{१०५ \text{रु०}}{१५ \text{ रु०}}=७$।

प्रश्नमाला १५३

कितने समय में—

(१) ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ५७५ रु० के ४३२ रु० हो जावेंगे?

(२) ३ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ८०० रु० के ८८० रु० हो जावेंगे?

(३) कितने वर्षों और मासों में ३$\frac{३}{४}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ३१२०· रु० का ब्याज ५५५·७५ रु० हो जायगा?

(४) कितने वर्ष, मास और दिनों में ५ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ५२० रु० के ४६८·७५ रु० हो जावेंगे?

(५) कितने दिनों में ६$\frac{१}{४}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से २९२ रु० का ब्याज ४·८५ रु० हो जायगा?

(६) कितने वर्षों में ४$\frac{१}{२}$ प्रति शत ब्याज की दर से कोई धन तिगुना हो जायगा?

(७) कितने समय में ६$\frac{१}{४}$ प्रति शत ब्याज की दर से किसी धन का ब्याज मूलधन का ·१८७५ हो जायगा?

(८) कितने समय में ५ प्रति शत ब्याज की दर से किसी धन का ब्याज उसके मिश्रधन का $\frac{१}{५}$ होगा?

(९) किसी मनुष्य ने १ फ़रवरी सन् १८१८ को ६$\frac{१}{४}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ४०० रु० उधार लिए और उनका ब्याज ५ रु० हो जाने पर ऋण चुका देने की प्रतिज्ञा करली; तो बताओ उसे किस तारीख़ को ऋण चुका देना चाहिए?

(१०) कितने मासों में १ पै० प्रति रुपया मासिक ब्याज की दर से ३२०० रु० के ४००० रु० हो जावेंगे?

उदाहरण ३। कितना मूलधन १० वर्ष में $२\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से १००० रु० (मिश्रधन) हो जायगा ?

∵ १० वर्ष में $२\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से १०० रु० का ब्याज = २५ रु०;
∴ १० वर्ष में $२\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से १०० रु० (मूलधन) १२५ रु० (मिश्रधन) हो जाता है।

∴ १२५ रु० मिश्रधन का मूलधन = १०० रु०,
∴ १ रु० ,, ,, ,, = $\frac{१००}{१२५}$ रु०,
∴ १००० रु० ,, ,, ,, = $\frac{१००\times१०००}{१२५}$ रु०,
= ८०० रु०, उत्तर।

प्रश्नमाला १५४

कितना मूलधन—

(१) ५ वर्ष में ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ९०० रु० हो जायगा ?

(२) $१\frac{१}{४}$ वर्ष में $५\frac{१}{४}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से १३६४० रु० हो जायगा ?

(३) ३ वर्ष में ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ३३६ रु० हो जायगा ?

(४) ३ वर्ष ७ मासों में $२\frac{३}{४}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ९२२७·७५ रु० हो जायगा ?

(५) २ वर्ष ४ मास १२ दिन में $६\frac{१}{४}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से १३७७·५० रु० हो जायगा ?

(६) १०० दिन में $३\frac{३}{४}$ प्रति शत ब्याज की दर से ७३७·५० रु० हो जायगा ?

(७) २० अप्रैल से २ जुलाई तक $५\frac{५}{१२}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ८०९ रु० हो जायगा ?

(८) $१\frac{१}{४}$ वर्ष में ३ पै० रुपया मासिक ब्याज की दर से २९० रु० हो जायगा ?

कितने मूलधन पर—

(९) ४ वर्ष ३ मास में $३\frac{१}{३}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ३४ रु० ब्याज मिलेगा ?

(१०) कितना मूलधन किसी बैंक में जमा किया जाय कि १३ वर्ष में ३$\frac{3}{4}$ प्रति शत ब्याज की दर से १२००० रु० हो जाय? उत्तर निकटतम पैसे तक निकालो।

विविध प्रश्नमाला १५५

(१) किसी धन का ब्याज ६ वर्ष के अन्त में उसका $\frac{4}{9}$ हो जाता है: तो प्रति शत ब्याज की दर बताओ।

(२) किसी धनी ने कुछ रुपया ३ वर्ष ७ मासों के लिए १$\frac{1}{3}$ पै० रुपया मासिक ब्याज की दर से उधार दिया; उस समय के अन्त में उसे कुल १५७६२ रु० चुकाये गये; तो बताओ कि उसने कितना धन उधार दिया था।

(३) कुछ धन का १ वर्ष का ब्याज उसका $\frac{1}{16}$ है और ७ वर्ष में वह ९०२·५० रु० हो जाता है: तो मूलधन बताओ।

(४) २७५ रु० का १ वर्ष का ब्याज उसका $\frac{1}{10}$ है, तो कितने समय में वह ३५७·५० रु० हो जायगा?

(५) कुछ मूलधन ६ वर्ष में ५ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ४४२ रु० हो जाता है, तो कितने वर्ष में वह मूलधन ५१० रु० हो जायगा?

(६) वर्ष के आरम्भ में किसी ब्याज दर से १००० रु० उधार लिए गये और ७ मासों के बाद पहली ब्याज दर की आधी ब्याज दर से ७०० रु० और उधार लिए गये, वर्ष के अन्त में दोनों ऋणों का ब्याज ६८·७५ रु० हुआ; तो बताओ पहला ऋण कितनी ब्याज दर से लिया गया था।

(७) ३$\frac{3}{4}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से कितना धन ऋण दिया जाय कि प्रति दिन ३ रु० ब्याज का मिले?

(८) ५ वर्ष में मूलधन और ब्याज मिलकर ५५० रु० होते हैं और ब्याज मूलधन का $\frac{1}{5}$ है; तो मूलधन और वार्षिक प्रति शत ब्याज दर बताओ।

(९) कुछ समय में ३$\frac{1}{4}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ब्याज और मूलधन दोनों मिलकर ४५० रु० हो जाते हैं और ब्याज मूलधन का $\frac{3}{16}$ है; तो समय बताओ।

(१०) ५ रु० प्रति शत ब्याज की दर से कितना धन उधार दिया जाय कि ४½ वर्ष में उतना ही ब्याज मिले जितना ६ रु० प्रति शत ब्याज दर से १५०० रु० उधार देने में ४ वर्ष में मिलता है ?

(११) यदि १८० रु० जो किसी बैंक में जमा किये गये हैं ८ मासों में १८६ रु० हो जाते हैं, तो उसी ब्याज दर से कितना धन जमा किया जाय कि १० मासों में वह ४८४·५० रु० हो जाय ?

(१२) अनन्त मरते समय बसन्त को कुछ धन बतौर वसीयत के दे गया; जिसमें से १० प्रति शत वसीयतनामा के व्यय में निकल गया; शेष धन पर ३ रु० प्रति शत ब्याज दर से वार्षिक ८१० रु० ब्याज आता है; तो बताओ अनन्त बसन्त को कितना धन छोड़ मरा था।

(१३) एक मनुष्य रुपये में ४ पै० आयकर देता है, परन्तु ७·६८ रु० प्रति शत से ७·२० रु० प्रति शत ब्याज दर हो जाने के कारण उसकी वार्षिक शुद्ध प्राप्ति (आयकर देने के बाद बचा हुआ ब्याज) पहले से ६०·२४ रु० कम हो गया; तो बताओ उसका मूलधन क्या है।

(१४) कुछ धन २० वर्ष में दूना हो जाता है, तो वही धन कितने वर्ष में तिगुना हो जायगा ?

उनचासवाँ अध्याय

चक्रवृद्धि❀(ब्याज पर ब्याज, सूद दर सूद)

२२५। जब ब्याज देने योग्य हो जाता है तब इसे मूलधन में जोड़ देते हैं और फिर मिश्रधन (मूलधन और ब्याज दोनों) पर ब्याज लगाया जाता है; तो इस ब्याज को 'चक्रवृद्धि', 'ब्याज पर ब्याज' वा 'सूद दर सूद' कहते हैं।

❀ "चक्रवृद्धि" संस्कृत है। 'चक्र' का अर्थ 'चक्कर' और 'वृद्धि' का अर्थ 'बढ़ती' है। ऐसा ज्ञात होता है कि 'वृद्धि बिगड़ कर ब्याज' हो गया है। "चक्रवृद्धि" का अर्थ 'चक्कर की तरह घूमनेवाला ब्याज' अर्थात् ब्याज पर ब्याज है। बहुत-सी अङ्कगणित की पुस्तकों में "चक्रवृद्धि" की जगह "चक्रवृद्धि ब्याज" लिखा है, परन्तु हम केवल "चक्रवृद्धि" ही प्रयोग ठीक समझते हैं।

उदाहरण। २½ रु० प्रति शत वार्षिक ब्याज की दर से ३२१·५० रु० पर ३ वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज बताओ।

३२१·५ रु० और २½ रु० प्रति शत=२·५ रु० प्रति शत।

रु०

दशमलव चिह्न ३२१·५
को बाईं ओर दो २·५
स्थान हटा देने से १६०७५
१०० द्वारा भाग का ६४३०
कार्य सम्पन्न होता है। ८·०३७५=पहले वर्ष का ब्याज।
३२१·५
३२९·५३७५=एक वर्ष में मिश्रधन।
२·५
१६४७६८७५
६५९·७५०
८·२३८४३७५=दूसरे वर्ष का ब्याज।
३२९·५३७५
३३७·७७५९३७५=दो वर्ष में मिश्रधन।
२·५
१६८८८७९६८७५
६७५५५१८७५०
८·४४४३९८४३७५=तीसरे वर्ष का ब्याज।
३३७·७७५९३७५
३४६·२२०३३५९३७५=तीन वर्ष में मिश्रधन।
३२१·५ =मूलधन।
२४·७२०३३५९३७५=कुल ब्याज
=२४·७२ रु०, उत्तर।

सुचना १—ऊपर के प्रश्न में पहले वर्ष का ब्याज, दूसरे वर्ष का ब्याज और तीसरे वर्ष का ब्याज जोड़ देने से भी चक्रवृद्धि ज्ञात हो सकती है यदि २¾ वर्ष की चक्रवृद्धि इष्ट हो; तो पहले वर्ष का ब्याज, दूसरे वर्ष का ब्याज और तीसरे वर्ष के ब्याज का ¾ जोड़ देने से इष्ट चक्रवृद्धि ज्ञात हो सकेगी।

सूचना २—यदि अर्द्धवार्षिक (छःमाही) ब्याज दिया जाय, तो दी हुई वार्षिक दर की आधी दर से दी हुई वर्ष-संख्या की दूनी बार और यदि ब्याज त्रैमासिक (तीन-तीन महीने के अन्त में) दिया जाय; तो दी हुई वार्षिक ब्याज दर की चौथाई दर से दी हुई वर्ष-संख्या की चौगुनी बार ब्याज (चक्रवृद्धि) निकालना चाहिए।

प्रश्नमाला १५६

[यदि और कुछ न लिखा हो, तो जानना चाहिए कि ब्याज वार्षिक चुकाया जाता है।]

निकटतम पै० तक चक्रवृद्धि बताओ—

(१) ४०० रु० पर २ वर्ष की ५ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।
(२) ५२० रु० पर २ वर्ष की ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।
(३) ५०० रु० पर २$\frac{१}{२}$ वर्ष की ३ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।
(४) ३००० रु० पर ३ वर्ष की ४$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

ब्याज पर ब्याज लगाकर निकटतम पै० तक मिश्रधन बताओ—

(५) ६५० रु० का ३ वर्ष में ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।
(६) ३२० रु० का २ वर्ष में ३$\frac{१}{५}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।
(७) ६०० रु० का २$\frac{१}{४}$ वर्ष में ३ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।
(८) २५० रु० का २ वर्ष में १$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।
(९) जबकि ब्याज अर्द्ध वार्षिक (छःमाही) दिया जाता है; तो ३५० रु० पर १ वर्ष की चक्रवृद्धि ४ रु० प्रति शत वार्षिक ब्याज की दर से बताओ।
(१०) जबकि ब्याज त्रैमासिक दिया जाता है, तो २०० रु० पर १$\frac{१}{२}$ वर्ष की चक्रवृद्धि १० रु० प्रति शत वार्षिक ब्याज की दर से क्या होगी ?

२२६। चक्रवृद्धि लगाकर मिश्रधन जानने की निम्नलिखित रीति भी उपयोगी है :—

उदाहरण १। ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से चक्रवृद्धि लगाकर ३ वर्ष का ५००० रु० का मिश्रधन बताओ।

∵ १ वर्ष के अन्त में १०० रु० का मिश्रधन = १०४ रु०;
∴ १ ,, ,, १ रु० ,, ,, = $\frac{१०४}{१००}$ रु०;
∴ १ ,, ,, किसी मूलधन का ,, = उस धन के $\frac{१०४}{१००}$।

और २ वर्ष के अन्त में किसी मूलधन का मिश्रधन

$=$पहले वर्ष वाले मिश्रधन के $\frac{१०४}{१००}$

$=$उस मूलधन के $\frac{१०४}{१००}$ के $\frac{१०४}{१००}$

$=$उस मूलधन के $\left(\frac{१०४}{१००}\right)^2$

ऐसे ही ३ वर्ष में किसी मूलधन का मिश्रधन $=$ उस मूलधन के $\left(\frac{१०४}{१००}\right)^3$; इत्यादि।

इसलिए ५००० रु० का ३ वर्ष में मिश्रधन जानने के लिए हम ५००० रु० को $(१०४)^3$ से गुणा कर गुणनफल को $(१००)^3$ से भाग देते हैं।

क्रिया—

५००० रु०
१०४
———
५२००००
१०४
२०८
५२
———
५४०८००००
१०४
———
२१६३२
५४०८
———
५६२४·३२०००० रु० $=$ ३ वर्ष में मिश्रधन, जो

$=$५६२४·३२ रु०, उत्तर।

दाहिनी ओर से ६ अङ्कों के अनन्तर दशमलव-चिह्न रख देने से अन्तिम गुणनफल $(१००)^3$ से विभक्त हो गया है।

उदाहरण २। ६ रु० [illegible]शत ब्याज की दर से चक्रवृद्धि लगाकर २½ वर्ष में ४०० रु० का मिश्रधन [illegible] होगा ?

इष्ट मिश्रधन $=$ ४०० रु० $\times \frac{१०६}{१००} \times \frac{१०६}{१००} \times \frac{१०३}{१००} =$ इत्यादि।

उदाहरण ३। ५ रु० प्रति शत ब्याज की दर से चक्रवृद्धि लगाकर २ वर्ष में कितने मूलधन का ५५१ रु० २५ पैसा मिश्रधन हो जायगा ?

$\because$ मूलधन $\times \left(\frac{१०५}{१००}\right)^2 =$ ५५१·२५ रु०,

$\therefore$ मूलधन $=$ ५५१·२५ रु० $\times \left(\frac{१००}{१०५}\right)^2$

$=$ ५०० रु०, उत्तर।

प्रश्नमाला १५७

ब्याज पर ब्याज लगाकर निकटतम पैसे तक (अनुच्छेद २६४ के अनुसार) मिश्रधन बताओ—

(१) १००० रु० का २ वर्ष में ५ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(२) ३०० रु० का ३ वर्ष में ३ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(३) ७०० रु० का २½ वर्ष में ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(४) ७५० रु० का ३ वर्ष में ४½ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(५) २००० रु० का २¼ वर्ष में ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(६) ४००० रु० का २⅔ वर्ष में ३ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(७) १ रु० का १½ वर्ष में ३½ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(८) १० रु० का ३¼ वर्ष में ३¼ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(९) ३००० रु० का १½ वर्ष में ४ प्रति शत वार्षिक ब्याज की दर से, जबकि ब्याज अर्द्धवार्षिक (आधे वर्ष में) चुकाया जाता है।

(१०) ३५० रु० का १¾ वर्ष में ४ रु० प्रति शत वार्षिक ब्याज की दर से, जबकि ब्याज त्रैमासिक (हर तीसरे महीने) चुकाया जाता है।

चक्रवृद्धि पर कितना धन उधार दिया जाय कि—

(११) ५ रु० प्रति शत ब्याज की दर से २ वर्ष में १०० रु० मिश्रधन हो जाय?

(१२) ५ रु० प्रति शत ब्याज की दर से २ वर्ष में १३२·३० रु० मिश्रधन हो जाय?

(१३) ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से २ वर्ष में २७०·४० मिश्रधन हो जाय?

(१४) ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से २¼ वर्ष में ३४१३·८० रु० मिश्रधन हो जाय?

(१५) ६ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ३½ वर्ष में १००० रु० मिश्रधन हो जाय?

(१६) ८ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ३¾ वर्ष में १ रु० मिश्रधन हो जाय?

विविध प्रश्नमाला १५८

(१) ५०० रु० पर ३ वर्ष में ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से जो चक्रवृद्धि और सरल ब्याज हो उनका अन्तर बताओ।

(२) सिद्ध करो कि २ प्रति शत व्याज की दर से चक्रवृद्धि लगाकर २ वर्ष में जो मिश्रधन होगा वह मूलधन का १·०४०४ गुना होगा ?

(३) सिद्ध करो कि ५ प्रति शत व्याज की दर से ३ वर्ष में जो चक्रवृद्धि और सरल व्याज होंगे उनका अन्तर मूलधन का ·००७६२५ गुना होगा।

(४) ४ रु० प्रति शत व्याज की दर से २ वर्ष में किसी धन पर जो चक्रवृद्धि और साधारण व्याज मिलते हैं उनका अन्तर १ रु० है, तो वह कौनसा धन है ?

(५) एक मनुष्य प्रति वर्ष के आरम्भ में ८००० रु० निकाल कर ५ रु० प्रति शत व्याज की दर से चक्रवृद्धि पर उधार देता है; तो बताओ इस तरह से ३ वर्ष के अन्त में उसके पास कुल कितना धन हो जायगा।

(६) किसी नगर की मनुष्य-संख्या ६४००० है और प्रति वर्ष सौ पीछे १० मनुष्य बढ़ते जाते हैं, तो बताओ ३ वर्ष के अन्त में उस नगर में सब कितने मनुष्य हो जायँगे।

(७) एक सौदागर ने कुछ पूँजी से लेन-देन आरम्भ किया और प्रति वर्ष (उस वर्ष के शुरू में जो धन उसके पास हुआ उस पर) ३० रु० प्रति शत लाभ में रहा। यदि ३ वर्ष के अन्त में उसके पास २१९७० रु० हो गये; तो उसकी असली पूँजी बताओ ?

(८) एक साहूकार ४ रु० प्रति शत वार्षिक व्याज की दर से कुछ रुपया उधार लेता है और वर्ष के अन्त में व्याज चुकाता है। उस रुपये को वह ६ रु० प्रति शत वार्षिक व्याज की दर से उधार देता है और उसे अर्द्ध-वार्षिक (छःमाही) व्याज मिलता है और वह वर्ष के अन्त में चक्रवृद्धि चुका लेता है। इस प्रकार से १ वर्ष में वह १०४·५० रु० लाभ उठाता है; तो बताओ वह कितना धन उधार लेता है।

पचासवाँ अध्याय

तत्कालधन और मितीकाटा

२२७। किसी नियत समय के अन्त में देय (दिये जाने वाले) धन का 'तत्कालधन', 'तात्कालिक मूल्य' वा 'क़ीमत हाल' उस धन को कहते हैं; जो अपने उस नियत समय के व्याज के साथ उस देयधन के बराबर हो।

नियत समय के अन्त में देयधन यदि उस समय से पहले ही निबटाया जाय, तो जो उस धन में से काट दिया जाता है उसको 'मितीकाटा', 'बट्टा' वा 'डिस्काउण्ट' कहते हैं।

[हैण्ड-नोट वा रुक्का, हुण्डी, दुकानदारों के बिल आदि का रुपया नियत समय के अन्त में देय रुपये का दृष्टान्त है।]

तत्कालधन के लक्षण से यह स्पष्ट है कि वह धन जो किसी भविष्य समय में देय होता है, वर्त्तमान समय में तत्कालधन (जिसको इसीलिए वर्त्तमान मूल्य भी कहते हैं) को दे देने से चुकता है। इसलिए मितीकाटा बराबर है तत्कालधन के ब्याज के और (नियत समय के अन्त में) देयधन = तत्कालधन + मितीकाटा।

इसलिए तत्कालधन को मूलधन, मितीकाटे को ब्याज और नियत समय के अन्त में देयधन को मिश्रधन समझा जा सकता है।

उदाहरण १। ४ रु० प्रतिशत ब्याज की दर से २½ वर्ष के अन्त में देय-धन ८२५ रु० का तत्कालधन बताओ।

[ध्यान रहे कि इस प्रश्न का वही अर्थ है जो कि अनुच्छेद २२४ के तीसरे उदाहरण का।]

४ रु० प्रतिशत ब्याज की दर से १०० रु० का २½ वर्ष में ११० रु० मिश्रधन हो जाता है।

∵ ११० रु० का तत्कालधन = १०० रु०,

∴ १ रु० ,, ,, $= \frac{१००}{११०}$ रु०,

∴ ८२५ रु० ,, ,, $= \frac{१०० \times ८२५}{११०}$ रु०;

= ७५० रु०, उत्तर।

[मितीकाटा = ८२५ रु० − ७५० रु० = ७५ रु०।]

प्रश्नमाला १५६

तत्काल-धन बताओ—

(१) ४ वर्ष के अन्त में देय (दिये जाने वाले) २०४ रु० का, ५ रु० प्रतिशत ब्याज की दर से।

(२) ४ वर्ष के अन्त में देय १५१८·७५ रु० का, ५¾ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(३) १८ मास के अन्त में देय ३७७६·२५ रु० का, ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(४) ३ वर्ष के अन्त में देय ३०४४·१५ रु० का, $४\frac{३}{५}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(५) $४\frac{१}{२}$ वर्ष के अन्त में देय ४८२३·७५ रु० का, ३ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(६) $३\frac{१}{३}$ वर्ष के अन्त में देय ३४६८·४० रु० का, $४\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(७) ४ मास १० दिन के अन्त में देय १६२६ रु० का, $४\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(८) २५ दिन के अन्त में देय १८३ रु० का, ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(९) ३ वर्ष के अन्त में देय $२४८४५\frac{१५}{१६}$ रु० का, $७\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से चक्रवृद्धि लगाकर।

(१०) २ वर्ष के अन्त में देय २१०१·२५ रु० का, $२\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से चक्रवृद्धि लगाकर।

उदाहरण २। ५ रु० प्रति शत ब्याज की दर से, ४ वर्ष के अन्त में देय ६०० रु० पर मितीकाटा बताओ।

५ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ४ वर्ष में १०० रु० का ब्याज = २० रु०,

∴ १२० रु० पर मितीकाटा = २० रु०,

∴ १ रु० ,, ,, = $\frac{२०}{१२०}$ रु०,

∴ ६०० रु० ,, ,, = $\frac{२० \times ६००}{१२०}$ रु०,

= १०० रु०, उत्तर।

[तत्कालधन = ६०० रु० − १०० रु० = ५०० रु० ।]

प्रश्नमाला १६०

मितीकाटा बताओ—

(१) ४ मास के अन्त में देय (दिये जाने वाले) ३५५·२५ रु० पर, ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से।

(२) ७ मास के अन्त में देय १६९८१·२५ रु० पर, ५ प्रति शत ब्याज की दर से।

(३) ९ मास के अन्त में देय १३८०२·७५ रु० पर, ३ रु० प्रति शत व्याज की दर से।

(४) ११ मास के अन्त में देय ८९४१·२५ रु० पर, ४ रु० प्रति शत व्याज की दर से।

(५) १४६ दिन के अन्त में देय ७२४·८५ रु० पर; ४$\frac{१}{३}$ रु० प्रति शत व्याज की दर से।

(६) ५ मास के अन्त में देय १२१·७५ रु० पर, ३$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत व्याज की दर से।

(७) ३$\frac{१}{२}$ वर्ष के अन्त में देय ५२०८·७५ रु० पर, ४$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत व्याज की दर से।

(८) ३ वर्ष ९ मास १८ दिन के अन्त में देय ४८३१·२० रु० पर, ६$\frac{१}{४}$ रु० प्रति शत व्याज की दर से।

(९) ४ वर्ष के अन्त में देय ११५४८·८६ रु० पर, ५ रु० प्रति शत व्याज की दर से चक्रवृद्धि लगाकर।

(१०) २ वर्ष के अन्त में देय १६५३·७५ रु० पर, ५ रु० प्रति शत व्याज की दर से चक्रवृद्धि लगाकर।

२२८। विलोम (उलटे) प्रश्न।

उदाहरण १। ४ रु० प्रति शत व्याज की दर से यदि २८२·५० रु० पर, ३२·५० रु० मितीकाटा है, तो बताओ वह धन कितने समय के अन्त में देय है।

[ध्यान रहे कि इस प्रश्न का अर्थ वही है जो अनुच्छेद २३२ के प्रश्न २ का है।] देयधन = २८२·५० रु० और मितीकाटा = ३२·५० रु०;

∴ तत्कालधन = २५० रु०।

∴ इष्ट समय में २५० रु० का व्याज = ३२·५० रु०;

और ४ रु० प्रति शत व्याज की दर से १ वर्ष में २५० रु० का व्याज = १० रु०;

$$\text{इष्ट धन संख्या} = \frac{\text{३२·५० रु०}}{\text{१० रु०}} = \text{३·२५ या ३}\tfrac{१}{४}\text{।}$$

∴ वह धन ३$\frac{१}{४}$ वर्ष के अन्त में देय है।

प्रश्नमाला १६१

बताओ (मिश्रधन) कितने समय के अन्त में देय है, जबकि—

(१) ५ रु० प्रति शत ब्याज की दर से २०२१·२५ रु० पर १८३·७५ रु० मितीकाटा है।

(२) $५\frac{३}{५}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से १५१८·७५ रु० पर २६८·७५ रु० मितीकाटा है।

(३) $३\frac{१}{३}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ५७४७ रु० पर १४७ रु० मितीकाटा है।

(४) ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ३८५० रु० का तत्कालधन ३५०० रु० है।

(५) $३\frac{३}{४}$ रु० प्रति शत ब्याज की दर से ३०६०७·५० रु० का तत्कालधन २६४०० रु० है।

उदाहरण २। यदि $३\frac{१}{२}$ वर्ष के अन्त में देय ५२८·७५ रु० पर ७८·७५ रु० मितीकाटा हो; तो बताओ कितने प्रति शत दर से ब्याज लगाया गया है। [ध्यान रहे कि इस प्रश्न का अर्थ वही है जो अनुच्छेद २३२ के प्रश्न १ का है।]

देयधन = ५२८·७५ रु०; मितीकाटा = ७८·७५ रु०।

∵ तत्कालधन = ४५० रु०।

$३\frac{१}{२}$ वर्ष में ४५० रु० का ब्याज $= ७८·७५$ रु०,

∴ $३\frac{१}{२}$ वर्ष में १ रु० का ब्याज $= \frac{७८\frac{३}{४}}{४५०}$ रु०;

∴ १ वर्ष में १ रु० का ब्याज $= \frac{७८\frac{३}{४}}{४५० \times ३\frac{१}{२}}$ रु०,

∴ १ वर्ष में १०० रु० का ब्याज $= \frac{७८\frac{३}{४} \times १००}{४५० \times ३\frac{१}{२}}$ रु० $=$ ५ रु०।

∴ प्रति शत ब्याज दर ५ रु० है।

प्रश्नमाला १६२

ब्याज की दर बताओ, जबकि—

(१) २ वर्ष के अन्त में देय ३५० रु० पर, १०० रु० मितीकाटा है।

(२) ४ वर्ष के अन्त में देय ७४८० रु० पर, ६८० रु० मितीकाटा है।

(३) ४ वर्ष के अन्त में देय १२६० रु० का तत्कालधन ११२५ रु० है।
(४) ३$\frac{१}{३}$ वर्ष के अन्त में देय ५३४६·२५ रु० का तत्कालधन ४५५० रु० है।
(५) १२$\frac{१}{४}$ वर्ष के अन्त में देय २८५७·५० रु० का तत्कालधन २००० रु० है।

२२६। तत्कालधन और मितीकाटे पर विविध प्रश्न।

उदाहरण १। २ वर्ष के अन्त में देय कितने धन पर ४ रु० प्रतिशत ब्याज की दर से २० रु० मितीकाटा होगा।

यहाँ पर, दो वर्ष में तत्कालधन का ब्याज = २० रु०।

अब ८ रु० = दो वर्ष का १०० रु० का ब्याज,

∴ ४ रु० = ,, ,, ५० रु० ,, ,, ,,

∴ २० रु० = ,, ,, २५० रु० ,, ,, ,,

∴ तत्कालधन = २५० रु०; ∴ देय (मिश्रधन) = २७० रु०, उत्तर।

उदाहरण २। यदि ५ रु० प्रतिशत ब्याज की दर से ५०० रु० का ब्याज ५७५ रु० के मितीकाटे के बराबर हो; तो बताओ ५७५ रु० कितने समय के अन्त में देय हैं।

यहाँ पर, ५०० रु० = ५७५ रु० के तत्कालधन के,

∴ ७५ रु० × ५०० रु० के ब्याज के;

अब, इष्ट समय में ५०० रु० का ब्याज = ७५ रु०;

परन्तु ५ रु० प्रतिशत ब्याज की दर से १ वर्ष में ५०० रु० का ब्याज = २५ रु०;

∴ इष्ट वर्ष संख्या $\frac{\text{७५ रु०}}{\text{२५ रु०}}$ = ३;

∴ वह धन ३ वर्ष के अन्त में देय है।

उदाहरण ३। किसी धन का ब्याज किसी समय में और किसी ब्याज की दर से २२ रु० है और उसी धन पर उसी समय के लिए और उसी ब्याज की दर से २० रु० मितीकाटा है; तो वह धन बताओ।

क्योंकि वह धन = उसका तत्कालधन + उसका मितीकाटा,

∴ उस धन का ब्याज = तत्कालधन का ब्याज + मितीकाटे का ब्याज
= उसी धन पर का मितीकाटा + मितीकाटे का ब्याज।

∴ उस धन का ब्याज − उसी धन पर मितीकाटा = मितीकाटे का ब्याज

∴ २ रु० = २० रु० का ब्याज,

∴ २२ रु० = २२० रु० का ब्याज,

∴ इष्ट धन = २२० रु०, उत्तर।

सूचना—यह स्मरण रखना उचित है कि किसी समय में किसी व्याज की दर से, किसी धन के व्याज और उसी समय के लिए, उसी व्याज दर से, उसी धन पर के मितीकाटे का अन्तर बराबर है उसी समय में उसी दर से उस मितीकाटे के व्याज के।

प्रश्नमाला १६३

(१) १६ मास के अन्त में देय (दिये जानेवाले) कितने धन पर ४$\frac{३}{४}$ रु० प्रति शत व्याज की दर से ४८४·५० रु० मितीकाटा होगा ?

(२) यदि ८ मास के अन्त में देय किसी धन पर २$\frac{१}{३}$ रु० प्रति शत व्याज की दर से २६५१ रु० मितीकाटा हो; तो बताओ वह धन कितना है।

(३) २$\frac{१}{४}$ वर्ष के अन्त में देय किसी धन पर २$\frac{२}{३}$ रु० प्रति शत व्याज की दर से ९७·५० रु० मितीकाटा है; तो वह धन बताओ।

(४) यदि किसी समय में ३$\frac{१}{८}$ रु० प्रति शत व्याज की दर २२७५ रु० का व्याज उसी समय के लिए और उसी व्याज की दर से २५९३·५० रु० के मितीकाटे के बराबर हो; तो बताओ २५९३·५० रु० कितने समय के अन्त में देय हैं ?

(५) यदि ३ रु० प्रति शत व्याज की दर से ८०० रु० व्याज ८३८ रु० के मितीकाटे के बराबर हो; तो ८३८ रु० कितने समय के अन्त में देय हैं ?

(६) यदि ५ वर्ष में १४८ रु० का व्याज, उसी व्याज की दर से ५ वर्ष के अन्त में देय १७३·९० रु० के मितीकाटे के बराबर हो; तो व्याज की दर बताओ।

(७) किसी धन का व्याज १२० रु० है और उसी धन पर उसी समय के लिए उसी व्याज की दर से १०० रु० मितीकाटा है; तो वह धन बताओ।

(८) किसी धन का याज ३३६ रु० है और मितीकाटा (उसी समय के लिए, उसी व्याज दर से) ३०० रु० है; तो वह धन बताओ।

(९) २ वर्ष के अन्त में देय किसी धन पर ५० रु० मितीकाटा है और २ वर्ष में उसी का व्याज ५६·२५ रु० होता है; तो वह धन और प्रति शत वार्षिक याज की दर बताओ।

(१०) ५ रु० प्रति शत ब्याज की दर से किसी समय में किसी धन का ब्याज ५० रु० और (उसी समय के लिए, उसी ब्याज की दर से) मितीकाटा ४० रु० होता है; तो वह धन और समय बताओ।

(११) यदि ३ रु० प्रति शत ब्याज की दर से किसी धन के ३ वर्ष के ब्याज और मितीकाटे का अन्तर १ रु० है; तो वह धन कितना है ?

(१२) ४ प्रति शत ब्याज की दर से किसी धन के ९ मास के ब्याज और मितीकाटे का अन्तर २·२५ रु० है; तो वह धन बताओ।

(१३) मोहन ने एक घर के लिए ८०० रु० लगाया है और सोहन ने उसी घर के लिए ८१५ रु०; परन्तु ४ मास के अन्त में देने कहे। यदि ब्याज की दर वार्षिक ५ रु० प्रति शत हो; तो बताओ किसके हाथ वह घर बेचा जाय कि बेचनेवाला इस समय लाभ में रहे।

(१४) एक मनुष्य ने २५० किलो ग्राम सामान ६ मास के वायदे पर २५०० रु० को मोल लिया और उसी दिन १० रु० किलो ग्राम के भाव से नक़द मूल्य पर बेच दी। यदि ५ रु० प्रति शत वार्षिक ब्याज की दर हो, तो बताओ उस मनुष्य को इस क्रय-विक्रय से इस समय क्या लाभ हुआ।

(१५) एक ब्यापारी अपने माल को दो प्रकार से बेचता है—एक तो नक़द दामों से और दूसरे ६ मास के वायदे पर। यदि ब्याज की दर ४ प्रति शत हो, तो बताओ वह दोनों प्रकार के दाम किस सम्बन्ध से रखे, यदि उसके पास से एक वस्तु ५० रु० पर उधार आवे; तो उसके नक़द मूल्य बताओ।

(१६) एक वर्ष के वायदे पर कुछ मूल्य में एक पुस्तक की ५ प्रतियाँ आती हैं और उतने ही नक़द मूल्य में उसी पुस्तक की ६ प्रतियाँ आ सकती हैं; तो ब्याज की दर बताओ।

(१७) किसी समय के लिए ५५० रु० पर ५० रु० मितीकाटा है, तो उतने ही धन पर उस समय से दूने समय के लिए क्या मितीकाटा होगा ?

(१८) किसी समय में ७२० रु० का ब्याज १८ रु० होता है; तो उसी धन पर उतने ही समय के लिए क्या मितीकाटा होगा ?

(१९) एक मनुष्य ने कुछ सम्पत्ति २००० रु० में मोल ली और उसी समय उसे ५ मास के अन्त में देय २२८७·५० रु० पर बेच भी डाली।

यदि ब्याज की दर ४ रु० प्रति शत वार्षिक हो; तो बताओ इस समय वह प्रति शत कितने लाभ में रहा।

(२०) २५६·३५ रु० ४ वर्ष के अन्त में देय हैं, और १७३·६० रु० ५ वर्ष के अन्त में देय हैं। यदि ३½ रु० प्रति शत ब्याज की दर हो, तो इन दोनों धनों का वर्तमान-काल में क्या मूल्य है ?

(२१) यदि ब्याज की दर ५ रु० प्रति शत हो, तो इस समय कितना धन (किसी बैंक में) जमा कर दिया जाय, कि ४ वर्ष तक हर वर्ष के अन्त में २००० रु० मिलते रहें ?

बैङ्क-सम्बन्धी व्यावहारिक बट्टा

२३०। किसी नियत समय के अन्त में किसी नियत धन को देने की लिखी हुई प्रतिज्ञा (वायदे) को बिल*कहते हैं।

उदाहरण—(१) 'बिल ऑव ऐक्सचेंज' (बदले का बिल) अथवा 'हुण्डी' (जो एक प्रकार का दस्तावेज़ है, जिसमें एक मनुष्य किसी दूसरे को लिखता है कि नियत समय के अन्त में नियत धन स्वयं उसी को वा किसी तीसरे मनुष्य को दिया जाय) और (२) 'प्रॉमेसरी नोट' वा 'हैण्ड-नोट' (अङ्गीकार-पत्र) अथवा 'रुक़्क़ा' (जो दूसरे प्रकार का दस्तावेज़ है, जिसमें एक मनुष्य किसी दूसरे को नियत समय के अन्त में नियत धन देने की प्रतिज्ञा करता है); ये दोनों बिल हैं।

२३० अ। जब कोई बैङ्क वा महाजन हैण्ड-नोट (रुक़्क़ा) लेकर किसी ब्याज की दर से किसी को रुपया उधार देता है, तो प्रायः वह मिती न काटकर उस हैण्ड-नोट में दिये हुए समय में रिआयती ३ दिन और जोड़कर उस समय का ब्याज काटकर बाक़ी रुपया देता है। ऋण देनेवाला हैण्ड-नोट को देय होने से पहले किसी समय किसी दूसरे के हाथ बेच सकता है। इस दशा में ख़रीदार भी मिती न काटकर हैण्ड-नोट के देय होने के बाक़ी समय में रिआयती ६ दिन जोड़कर उतने समय का (हैण्ड-नोट में लिखे हुए धन का) ब्याज काटकर शेष रुपया बेचनेवाले को देता है।

---

*'बिल' अङ्गरेज़ी शब्द है जो कि अब भारत में सब जगह प्रचलित है।

सूचना १—यह एक दस्तूर है जो अधिनियम के बराबर हो गया है कि कोई बिल (यदि दर्शनी न हो) लिखे हुए समय से ३ दिन (जो रिआयती ३ दिन कहे जाते हैं) अधिक समय के बाद देय होता है; जैसे, वह बिल जो कि १५ जनवरी को ३ मास की मुद्दत पर लिखा गया हो; कहने को तो १५ अप्रैल की, परन्तु वास्तव में १८ अप्रैल को देय होता है और फिर जन्त्री के मास (जिसमें से प्रत्येक ३० दिन के न होकर कोई ३१ दिन के और कोई ३० दिन के होते हैं और एक २८ दिन का होता है) सदैव लिए जाते हैं; जैसे वह बिल जो कि ३१ जनवरी को ३ मास की मुद्दत पर लिखा गया हो, कहने को तो ३० अप्रैल को और असल में ३ मई को देय होता है। [यहाँ पर बँधे हुए मास गिने गये हैं न कि सब ३० दिन के बनाये हुए मास]

सूचना २—प्रश्न को हल करने में रिआयती ३ दिन तभी जोड़ने चाहिए जबकि उस प्रश्न से हमको उन दिनों की ठीक संख्या मालूम हो सके जिनके अन्त में बिल के रुपये देय होते हैं और किसी दशा में नहीं।

उदाहरण। ५०५ रु० का एक बिल जो कि ७ मार्च को ४ मास की मुद्दत पर लिखा गया है, २८ अप्रैल को ५ प्रति शत व्याज की दर से बेचा (भुनाया) गया। यदि व्याज काटा जाय, तो बताओ कि बिल बेचनेवाले को कितना मिला।

बिल का धन कहने को तो ७ जुलाई को, परन्तु वास्तव में १० जुलाई को देय होता है; इसलिए अभी २८ अप्रैल से १० जुलाई तक बिल के दिन बाक़ी हैं, अर्थात् बिल का धन अब से ७३ दिन वा $\frac{१}{५}$ वर्ष के अन्त में देय होगा (दी हुई दो तारीख़ों में से एक ही तारीख़ जोड़ी जायगी)।

५ रु० प्रति शत व्याज की दर से $\frac{१}{५}$ वर्ष में ५०५ रु० का व्याज।

$$= \frac{५०५ \times \frac{१}{५} \times ५}{१००} \text{ रु०} = ५\cdot०५ \text{ रु०}।$$

∴ बिल बेचनेवाले को ५०५ रु० − ५·०५ रु०, अर्थात् ४९९·९५ रु० मिले।

सूचना ३—मितीकाटा न काटकर व्याज काटने में बिल ख़रीदने वाला बैङ्क वा महाजन कुछ लाभ में रहता है।

गणितशास्त्रानुसार बट्टा वा मितीकाटा 'ठीक वा असली बट्टा' कहलाता है।

'बैंक वा महाजन का बट्टा' (अर्थात् व्याज), तिजारती वा व्यावहारिक बट्टा' कहलाता है।

'बैंक का लाभ' = व्यावहारिक और ठीक बट्टे का अन्तर।

सूचना ४—अङ्कगणित में बट्टे से ठीक वा असली बट्टा (मितीकाटा) समझना चाहिए (व्यावहारिक वा बैंक का बट्टा नहीं); इसलिए प्रश्नों को हल करने में यदि बैंक का वा व्यावहारिक बट्टा स्पष्ट न कहा जाय; तो ठीक वा असली बट्टा (मितीकाटा) लगाना उचित है।

२३१। एक दूसरे प्रकार का सौदागरी डिस्काउन्ट (जो समय की अपेक्षा नहीं रखता), वह (धन) है जो दुकानदार नक़द मूल्य पाने के बदले में (अपने ग्राहक को) देता है, जैसे, जब कोई दुकानदार अपने बिल (फ़र्द हिसाब का पर्चा) में यह कहे कि नक़द रुपये देने से (अर्थात् उसी समय रुपया चुकाने से) १० प्रति शत का डिस्काउण्ट दिया जायगा, तो यह जानना चाहिए कि यदि ग्राहक उसी समय दुकानदार के रुपये चुकावे, तो दुकानदार बिल में लगाये हुए मूल्य से १० प्रति शत कम ले लेगा। इसलिए १० प्रति शत व्याज की दर से बिल के रुपयों का १ वर्ष का व्याज ही मालूम करना उस बिल का डिस्काउण्ट मालूम करना है। उस डिस्काउण्ट को प्रायः 'कमीशन' वा 'दस्तूरी' कहते हैं।

प्रश्नमाला १६४

(१) जबकि व्याज दर ६$\frac{1}{4}$ रु० प्रति शत है, तो ४ मास के अन्त में देय ११५२४·८० रु० के बिल पर के व्यावहारिक और ठीक बट्टों का अन्तर बताओ।

(२) २५० रु० का १ बिल १२ जून को ५ मास की मुद्दत पर लिखा गया और ३ सितम्बर को ५ प्रति शत व्याज की दर से बेचा गया। यदि इसमें व्यावहारिक बट्टा लगाया गया हो; तो बताओ बिल भुनाने (बेचने) वाले को कितना मिला।

(३) ७३० रु० का एक बिल ३१ जुलाई को दो मास की मुद्दत पर लिखा गया और ३ सितम्बर को ४ प्रति शत व्याज की दर से भुनाया (बेचा) गया; तो बताओ उस पर व्यावहारिक बट्टा क्या हुआ।

(४) ५ मास मुद्दत की ३६५ रु० की एक हुण्डी ४ सितम्बर को लिखी गई और उसी दिन ६$\frac{1}{2}$ रु० प्रति शत व्याज की दर से व्यावहारिक बट्टा

काटकर उसका रुपया ले लिया; तो बताओ उसको तात्कालिक मूल्य कितना मिला।

(५) १८२·५० रु० की एक हुण्डी का रुपया कहने को १५ मई को देय था। उसका रुपया उसी वर्ष में २३ अप्रैल को ३ रुपया प्रति शत ब्याज की दर से तिजारती बट्टा काटकर बंक से ले लिया गया; तो बंक का लाभ बताओ।

(६) ३६५ रु० की एक हुण्डी ३१ मार्च को ३ मास की मुद्दत पर लिखी गई और १३ जून को ४ रु० प्रति शत ब्याज की दर से बैंक में बेची गई; तो बताओ उस पर ठीक बट्टे से कितना अधिक बट्टा लगा।

(७) ७½ मास की मुद्दत की एक हुण्डी है, जब ५ रु० प्रति शत ब्याज की दर है, तब उस पर बैंक के बट्टे और ठीक बट्टे का अन्तर ९ रु० है; तो उस हुण्डी के रुपये बताओ।

(८) कोई दुकानदार ३७५ रु० का बिल लिखता है; यदि वह १० रु० प्रति शत डिस्काउण्ट (दस्तूरी) दे, तो बताओ वह उस बिल के रुपयों के बदले में कितना नक़द रुपया ले लेगा।

(९) एक सौदागर नक़द ४० रु० पाने से ५० रु० के बिल का रुपया भर पाता है; तो बताओ वह क्या प्रति शत डिस्काउण्ट (दस्तूरी) देता है।

(१०) यदि किसी पुस्तक की ५ प्रतियों के उधार के मूल्य उसी पुस्तक की ६ प्रतियों के नक़द मूल्य के बराबर हों; तो डिस्काउण्ट (दस्तूरी) की प्रति शत दर बताओ। (इस प्रश्न को १६३ प्रश्नमाला के १६वें प्रश्न से मिलाओ)।

(११) किसी व्यापारी का विक्रय मूल्य; क्रय-मूल्य से २५ प्रति शत अधिक है। यदि वह अपने ग्राहकों को १० प्रति शत डिस्काउण्ट (दस्तूरी) दे; तो उसे कितना प्रति शत लाभ होगा।

(१२) क्रय-मूल्य से प्रति शत कितना अधिक मूल्य में सौदा बेचा जाय, जिससे सौदागर अपने ग्राहकों को १० प्रति शत डिस्काउण्ट (दस्तूरी) देकर २० प्रति शत के लाभ में रहे?

इक्यावनवाँ अध्याय

अनेक ऋणशोधन-समय-समीकरण*

[उस समय के जानने के नियम को, जिस समय ऋण निपटाने से भिन्न-भिन्न समय के भिन्न-भिन्न ऋण निपट जायँ, 'ऋणशोधन-समय-समीकरण' कहते हैं।]

२३२। जब कोई मनुष्य किसी दूसरे मनुष्य का भिन्न-भिन्न समय में चुकाये जानेवाले भिन्न-भिन्न ऋणों का ऋणी हो, तो हम एक ऐसा समय मालूम कर सकते हैं कि जिस पर वे सब ऋण चुका दिये जायँ और धनी वा ऋणी को कोई हानि न होने पावे। ऐसे समय के ऋणशोधन को 'समीकरण-समय' कहते हैं।

'समीकृत समय' के जानने का नियम जो व्यवहार के लिए उपयोगी है, आगे लिखा जाता है।

नियम—हर एक ऋण को उतने ही मासों (अथवा दिनों) की संख्या से जिन (मासों अथवा दिनों) के अन्त में वह ऋण चुकाया जाना चाहिए गुणा करो; इस प्रकार से प्राप्त गुणनफलों के योगफल को सब ऋणों के योगफल से भाग दो। इस रीति से जो भागफल मिलेगा; वही 'समीकृत समय' के मासों (अथवा दिनों) की संख्या है।

उदाहरण। मोहन (ऋणी) को सोहन (धनी) के ४०० रु० तो ८ मास के अन्त में और ६०० रु० १० मास के अन्त में चुकाने हैं, तो वे दोनों ऋण एक ही बार में कब चुकाये जा सकते हैं?

समीकृत समय में मासों की संख्या $= \frac{४०० \times ८ + ६०० \times १०}{४०० + ६००} = ९\frac{१}{५}$ मास, उत्तर।

प्रश्नमाला १६५

(१) २०० रु० ५ मास के अन्त में और ४०० रु० ८ मास के अन्त में चुकाने हैं; तो समीकृत समय बताओ।

(२) ४५० रु० २ मास के अन्त में, ४०० रु० ३ मास के अन्त में और २५० रु० ४ मास के अन्त में देने हैं; तो समीकृत समय बताओ।

---

*इसको कोई-कोई 'परिशोध समीकरण' और कोई 'ऋण भाग समकाल निर्णय' आदि भी कहते हैं।

(३) ६०० रु० के चुकाये जाने का समीकृत समय बताओ; जबकि उस (६०० रु०) का $\frac{1}{5}$ छः मास के अन्त में, $\frac{1}{3}$ नौ मास के अन्त में और शेष १ वर्ष के अन्त में देय हो।

(४) मोहन, सोहन का ऋणी है और ऋण ४$\frac{१०}{१३}$ मास के अन्त में देय है; परन्तु मोहन ने $\frac{1}{4}$ (ऋण) तो ३ मास में और $\frac{1}{3}$ (ऋण) ४ मास में चुकाया; तो बताओ शेष ऋण कब चुकाया जाना चाहिए।

(५) सोहन ने मोहन से ९०० रु० का ऋण १० अप्रैल को ४० दिन में चुकाने की प्रतिज्ञा पर लिया। यदि उसने ४०० रु० तो १० मई को और ३०० रु० उसी मास की २० तारीख़ को चुका दिये; तो बताओ कि उसको शेष ऋण किस तारीख़ में चुकाना चाहिए।

बावनवाँ अध्याय

स्टॉक

२३३। उस धन को जो कोई राज्य अपनी आवश्यकता के लिए ऋण लेता है तथा व्यापार करने वाली कम्पनियों के मूलधन को 'स्टॉक' कहते हैं।

भारतीय सरकार ऋण लिए हुए रुपये के बदले में जो 'अङ्गीकार-पत्र' (तमस्सुक) देती है उसे 'सरकारी प्रॉमेसरी नोट' वा 'सरकारी काग़ज़' और कहीं-कहीं 'कम्पनी काग़ज़' भी कहते हैं और इङ्गलिस्तान में राज्य जो रुपये ऋण लेता है, उसको 'फ़राड' कहते हैं और उसके एक भाग को 'कॉन्सल' कहते हैं।

जब कोई राज्य रुपया उधार लेता है, तो उसका चुकाना वह राज्य अपनी इच्छा के अधीन रखता है, परन्तु नियत समयों पर व्याज देना अङ्गीकार कर लेता है: भारत और इङ्गलैराड में व्याज छः मास पीछे दिया जाता है।

व्यापार करनेवाली कम्पनियों का मूल्यधन भागों में बँटा होता है, जिनको 'हिस्सा' वा 'शेयर' बोलते हैं और जो प्रत्येक प्रायः १०० रु० वा १०० पौं० का होता है। जो मनुष्य एक वा अधिक हिस्से लेकर कम्पनी

में साझी होते हैं उनको 'हिस्सेदार' (शेयर होल्डर) कहते हैं। हिस्सेदारों को अपने हिस्से का पूरा रुपया एक साथ नहीं देना पड़ता, परन्तु जैसे कम्पनी का काम बढ़ता जाता है वैसे ही थोड़ा-थोड़ा करके रुपया लिया जाता है और 'माँग' की जाती है। किसी कम्पनी के मूलधन का जो भाग हिस्सेदारों के पास से किसी समय आ चुकता है उसको (पेड-अप कैपिटल) 'आया हुआ मूलधन' कहते हैं। कम्पनी का लाभ नियत समय के अन्त में हिस्सेदारों में बाँटा जाता है। इस प्रकार जो रुपया लिया जाता है उसको 'डिविडेयड' कहते हैं।

जब किसी कम्पनी का कुल मूलधन इकट्ठा हो चुकता है और अधिक रुपये की आवश्यकता होती है, तो बहुधा करके नये हिस्से नहीं बढ़ाये जाते, किन्तु कम्पनी किसी नियत ब्याज की दर से रुपया उधार ले लेती है। मूल हिस्सों पर डिविडेयड देने से पहले इस ऋण पर ब्याज दे देने का प्रण कर लेती है। इस प्रकार जो रुपया लिया जाता है उसको 'प्रिफ़रेंस-स्टॉक' बोलते हैं। पहले मूलधन को 'आर्डिनरी स्टॉक' बोलते हैं।

कोई कम्पनी अपने हिस्सेदारों को उनके मूलधन के लिए जो अङ्गीकार-पत्र देती है उसे 'शेयर' वा 'हिस्से' का काग़ज़ कहते हैं, ऋण लिए हुए मूलधन के बदले में जो तमस्सुक कम्पनी वा चुङ्गी आदि दिया करती है, उसको 'डिबेञ्चर' कहते हैं।

२३४। स्टॉक बिक सकता है, परन्तु उसका मूल्य बहुत से कारणों से घटता-बढ़ता रहता है। जब १०० रु० के स्टॉक का बाज़ारी मूल्य १०० रु० नक़द होता है; तो उसे 'पार' अर्थात् 'सममोल' कहते हैं, जब १०० रु० का स्टॉक ९८ को बिकता है, तो उसको २ प्रतिशत के 'डिस्काउण्ट' वा 'बट्टे' से कहते हैं; जब वह १०२ को बिकता है, तो उसे २ प्रतिशत 'प्रीमियम' वा 'बाढ़े' कहते हैं। स्टॉक का लेना-देना बहुधा करके दलालों द्वारा होता है जो $\frac{१}{८}$ प्रतिशत बिके वा लिए हुए स्टॉक पर लेते हैं; जैसे, यदि १०० रु० के स्टॉक का बाज़ारी मूल्य ९७$\frac{१}{२}$ रु० हो; तो लेनेवाले को (९७$\frac{१}{२}$ + $\frac{१}{८}$) रु० देने पड़ेंगे और बेचनेवाले को (९७$\frac{१}{२}$ − $\frac{१}{८}$) रु० मिलेंगे।

सूचना—'३ प्रतिशत ब्याज का स्टॉक' वा '३ प्रतिशत के स्टॉक' से तात्पर्य उस स्टॉक का होता है जिसके प्रति १०० रु० पर प्रति वर्ष ३ रु० ब्याज दिया जाता है। 'स्टॉक' की दर वा भाव, से १०० रु० के स्टॉक का

बाज़ारी मूल्य समझना चाहिए। १०० रु० के स्टॉक का बाज़ारी मूल्य जो कुछ हो ब्याज १०० रु० पर ही मिलता है।

[ध्यान रखो कि स्टॉक के उदाहरण निकालने में जब तक दलाली दी हुई न हो उसको नहीं लगाना चाहिए।]

२३५। उदाहरण १। ४ रु० प्रति शत ब्याज के १५०० रु० के स्टॉक के मूल्य ९७$\frac{७}{८}$ रु० की दर से क्या होंगे? दलाली $\frac{१}{८}$ रु० प्रति शत है।

१०० रु० के स्टॉक के मूल्य $=$(९७$\frac{७}{८}$ $+$ $\frac{१}{८}$) रु० $=$ ९८ रु०,

∴ १५०० रु० ,, ,, ,, $=$ ९८ $\times$ १५ रु० $=$ १४७० रु०, उत्तर।

उदाहरण २। ३९० रु० में ९७$\frac{१}{२}$ रु० की दर का (जिसमें दलाली मिश्रित है) स्टॉक कितना आ सकता है?

∵ ९७$\frac{१}{२}$ रु० में जो स्टॉक आ सकता है $=$ १०० रु०;

∴ १ रु० ,, ,, ,, $= \frac{१००}{९७\frac{१}{२}}$ रु०;

∴ ३९० रु० ,, ,, ,, $= \frac{१०० \times ३९०}{९७\frac{१}{२}}$ रु०;

$= \frac{१०० \times ३९० \times २}{१९५}$ रु०;

$=$ ४०० रु०, उत्तर।

सूचना—यह विदित है कि ऊपर के दो उदाहरणों में ब्याज की दर से कुछ काम नहीं लिया जाता।

प्रश्नमाला १६६

(१) ४ रु० प्रति शत ब्याज के २००० रु० के प्रॉमेसरी नोट के मूल्य ९५ रु० की दर से निकालो।

(२) ३ रु० प्रति शत ब्याज का ४०० रु० का कॉन्सल ३ रु० प्रति शत बट्टे से मोल लेने में क्या व्यय होगा? (दलाली $\frac{१}{८}$ रु० प्रति शत।)

(३) ४००० रु० के कलकत्ता चुङ्गी के डिबेञ्चर १२ रु० प्रति शत प्रीमियम से बेचने से कितना रु० मिलेगा? (दलाली $\frac{१}{८}$ रु० प्रति शत)।

(४) ४ रु० प्रति शत के ब्याज के सरकारी काग़ज़ की दर बताओ, जब ८०० रु० का काग़ज़ ७५० रु० में मिलता है, (दलाली $\frac{१}{८}$ रु० प्रति शत)।

(५) ४$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत ब्याज के कम्पनी-काग़ज़ का भाव बताओ, जबकि

१६०० रु० का काग़ज़ बेचने से १७०० रु० मिलते हैं। (दलाली $\frac{१}{८}$ रु० प्रतिशत।)

कितने का काग़ज़ मोल लिया जा सकता है—

(६) १३५० रु० में ४ रु० प्रति शत का १० रु० के बट्टे से ?

(७) ५०६२·५० रु० में ५ रुपये प्रति।शत का १२$\frac{३}{८}$ रु० के प्रीमियम से ? (दलाली $\frac{१}{८}$ रु० प्रति शत।)

(८) ६९०९·९० रु० में ९२$\frac{३}{४}$ रु० की दर का कॉन्सल ? (दलाली $\frac{१}{८}$ प्रति शत।)

(९) एक मनुष्य ने ३७५० रु० में ४ प्रति शत व्याज का सरकारी काग़ज़ ९३$\frac{५}{८}$ रु० की दर से मोल लिया और फिर ९५$\frac{५}{८}$ रु० की दर से बेच डाला; तो उसे क्या लाभ हुआ, यदि साधारण दलाली प्रत्येक सौदे पर दी गई हो ?

(१०) एक मनुष्य ३ प्रति शत का १००० रु० का स्टॉक ९८$\frac{५}{८}$ की दर से लेता है और ९६$\frac{५}{८}$ की दर से बेचता है; तो उसे क्या हानि हुई ? (दलाली $\frac{१}{८}$ रु० प्रति शत।

(११) एक मनुष्य ने ५ प्रति शत का रूस का स्टॉक ७२ रु० की दर से लिया और जब उसकी दर ७५$\frac{३}{४}$ हो गई बेच डाला, इस प्रकार उसे ६५ रु० का लाभ हुआ; तो उसने कितना धन लगाया था ?

(१२) एक मनुष्य के पास ४८०० रु० के कॉन्सल हैं; यदि वह उन्हें ८७$\frac{३}{८}$ की दर से बेचकर जो धन मिले उससे २$\frac{१}{२}$ प्रति शत का स्टॉक ८१ की दर से मोल ले; तो उसके पास कितने का स्टॉक होगा ?

(१३) एक मनुष्य ने ५३३० रु० से ३ प्रति शत का काग़ज़ ९१ रु० की दर से मोल लिया और जब दर १$\frac{३}{४}$ रु० प्रति शत बढ़ गई; तब उसे बेचकर दूसरे प्रकार का काग़ज़ १०२$\frac{१}{२}$ की दर से मोल लिया; तो बताओ इस प्रकार का उसके पास कितने का काग़ज़ होगा।

उदाहरण ३। ३८०० रु० के ४$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत के व्याज के कम्पनी-काग़ज़ से वार्षिक क्या आय होगी ?

∵ १०० रु० के काग़ज़ से आय = ४$\frac{१}{२}$ रु०,

∴ १ रु० ,, ,, = $\frac{९}{२\times१००}$ रु०;

∴ ३८०० रु० ,, $\frac{९\times३८००}{२\times१००}$ रु०; = १७१ रु०, उत्तर।

सूचना—इसमें साधारण रीति से ब्याज निकल आता है, जबकि कम्पनी-काग़ज़ को मूलधन मान लिया जाय।

उदाहरण ४। २०४२·५० रु० को ४ रु० प्रति शत के सरकारी काग़ज़ से १०२ की दर से लगाने से वार्षिक आय क्या होगी? (दलाली $\frac{१}{८}$ प्रति शत।)

∵ १०० रु० के काग़ज़ का मूल्य = १०२$\frac{१}{८}$ रु०;

∴ १०२$\frac{१}{८}$ रु० से आय = ४ रु०;

∴ १ रु० ,, ,, = $\frac{४ \times ८}{८१७}$ रु०;

∴ २०४२$\frac{१}{२}$ रु० ,, ,, = $\frac{४ \times ८ \times ४०८५}{८१७ \times २}$ = ८० रु०, उत्तर।

उदाहरण ५। एक मनुष्य ४ रु० प्रति शत ब्याज के ८००० रु० का सरकारी नोट ९८$\frac{५}{८}$ रु० की दर से बेचकर ६ रु० प्रति शत के १३१$\frac{५}{२४}$ की दर के चुङ्गी के डिबेञ्चर मोल लेता है; तो उसकी आय में क्या अन्तर पड़ेगा, यदि साधारण दलाली प्रत्येक सौदे पर दी जावे?

∵ ४ रु० प्रति शत के काग़ज़ का मूल्य = ८००० × $\frac{४}{१००}$ रु० = ३२० रु०

∴ ४ प्रति शत के काग़ज़ का मूल्य = ८००० × $\frac{९८\frac{१}{२}}{१००}$ रु०;

∵ १३१$\frac{१}{३}$ रु० को ६ रु० प्रति शत में लगाने से आय = ६ रु०;

∴ १ रु० ,, ,, ,, = $\frac{६}{१३१\frac{१}{३}}$ रु०;

∴ $\frac{८००० \times ९८\frac{१}{२}}{१००}$ रु० ,, ,, ,, = $\frac{६ \times ८००० \times ९८\frac{१}{२}}{१३१\frac{१}{३} \times १००}$ रु०;

= ३६० रु०।

∴ आय का अन्तर = ३६० रु० − ३२० रु० = ४० रु० अधिक, उत्तर।

उदाहरण ६। एक मनुष्य को ४$\frac{१}{२}$ प्रति शत के किसी कम्पनी के प्रीफ़रेन्स स्टॉक में ९४$\frac{१}{२}$ की दर से (जिसमें दलाली जुड़ी हुई है) कितना रुपया लगाना चाहिए कि उसकी ६०० रु० वार्षिक आमदनी हो जावे?

∵ ४$\frac{१}{२}$ रु० की आय के लिए जो रुपया लगता है = ९४$\frac{१}{२}$ रु०;

∴ १ रु० ,, ,, ,, = $\frac{९४\frac{१}{२}}{४\frac{१}{२}}$ रु०;

∴ ६०० रु० ,, ,, ,, = $\frac{९४\frac{१}{२} \times ६००}{४\frac{१}{२}}$ रु०;

= १२६०० रु०, उ०।

उदाहरण ७। ४ रु० प्रति शत ब्याज के कम्पनी-काग़ज़ की दर बताओ, जबकि उसमें ३९०० रु० लगाने से १६० रु० की वार्षिक आय हो सकती है (दलाली नहीं लगती।)

∵ काग़ज़ का मूल्य जिससे १६० रु० की आय होती है = ३९०० रु०;

∴ ,, ,, १ रु० ,, ,, ,, = $\frac{३९००}{१६०}$ रु०;

∴ ,, ,, ४ रु० ,, ,, ,, = $\frac{३९०० \times ४}{१६०}$ रु०;

= ९७$\frac{१}{२}$ रु०, उ०।

प्रश्नमाला १६७

(१) ४ रु० प्रति शत के ३५०० रु० के काग़ज़ का छःमाही डिविडेण्ड बताओ।

(२) ४$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत ब्याज के ३७२५० रु० के काग़ज़ से वार्षिक आय १ रु० में ४ पै० आयकर देने के पश्चात् क्या होगी ?

(३) ३$\frac{३}{४}$ रु० प्रति शत का कितने का काग़ज़ मोल लिया जाय जिससे तीन मास में ३७५ रु० की आय हो ?

(४) ४$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत ब्याज के कम्पनी-काग़ज़ में ९८$\frac{३}{८}$ की दर से ५९१० रु० लगाने से वार्षिक क्या आय होगी ? (दलाली $\frac{१}{८}$ रु० प्रतिशत।)

(५) एक मनुष्य ने ९० की दर के ३ प्रति शत के स्टॉक में २५९३५ रु० लगाये। यदि प्रथम वर्ष का डिविडेण्ड उसी स्टॉक में, ९१ की दर से और दूसरे वर्ष का डिविडेण्ड ९५ की दर से लगा दिया जाय, तो तीसरे वर्ष में उस मनुष्य की क्या आय होगी ?

(६) यदि मैं १६४२० रु० एक रेलवे के स्टॉक में लगा दूँ जो ५ रु० प्रति शत ब्याज का है और १०२$\frac{१}{२}$ रु० की दर से मिलता है, तो आय पर ५ पैं० प्रति रुपया कर देकर मुझको क्या बचेगा ? (दलाली $\frac{१}{८}$ प्रति शत।)

(७) यदि मैं ९६ की दर के ४$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत ब्याज के कम्पनी-काग़ज़ में २४०० रु० लगा दूँ और छःमाही का डिविडेण्ड लेकर उसको ९४ की दर से बेच दूँ; तो मुझे क्या लाभ होगा ?

(८) एक मनुष्य ने बङ्गाल बैंक के कुछ हिस्से ११३ रु० की दर से मोल लिए और एक छःमाही का डिविडेण्ड १२ रु० प्रति शत प्रति वर्ष

के हिसाब से लेकर ११७ $\frac{१}{३}$ की दर से बेच डाले और कुल १७८·५० रु० का लाभ हुआ; तो उसने कितने हिस्से मोल लिए थे ?

(९) यदि एक मनष्य ने १०४ $\frac{१}{३}$ की दर से ४ रु० प्रति शत ब्याज के प्रॉमेसरी नोटों में १८८१० रु० लगाये, तो एक छःमाही का डिविडेयड लेकर उसको किस भाव से बेचे कि कुल ४५० रु० का लाभ हो ?

(१०) एक मनष्य ११००० रु० का काग़ज़ जो ९२ की दर और ४ प्रति शत का है, बेचकर ११० की दर का ५ प्रति शत का दूसरा काग़ज़ लेता है; तो उसकी आय में क्या अन्तर होगा ?

(११) ३ रु० प्रति शत और ९० की दर के ४००० रु० के कम्पनी-काग़ज़ के बदले में ३ $\frac{१}{३}$ रु० प्रति शत ब्याज का और ९६ की दर का कितने का कम्पनी-काग़ज़ मिलेगा और वार्षिक आय में इस बदले से क्या अन्तर पड़ेगा ?

(१२) एक मनुष्य ने ५८०० रु० सममोल पर कलकत्ता चुङ्गी के ५० रु० प्रति शत के डिबेञ्चर में लगाये और एक छःमाही का डिविडेयड लेकर २ $\frac{५}{३}$ के प्रीमियम से डिबेञ्चर को बेच डाला और कुल रुपया जो कुछ मिला उसको ९५ $\frac{५}{३२}$ की दर से ४ रु० प्रति शत ब्याज के सरकारी नोट में लगा दिया; तो इस प्रकार उसकी आय में क्या अन्तर पड़ा ?

(१३) एक मनुष्य ने १४५०० रु०, ७२ $\frac{१}{३}$ की दर से ३ $\frac{१}{३}$ रु० प्रति शत ब्याज के प्रॉमेसरी नोट में लगाये, जब उसकी दर ६८ हो गई; तो बेचकर बिक्री के रुपये से ७५ $\frac{५}{१६}$ की दर से ४ रु० प्रति शत ब्याज का नोट लिया; तो उसकी आय में क्या लाभ वा हानि हुई ?

(१४) एक मनुष्य को ४ रु० प्रति शत के कम्पनी-काग़ज़ से ४८० रु० की वार्षिक आय है, ९५ $\frac{७}{८}$ की दर से उसने इसको बेचकर रु० को ५ रु० प्रति शत के रेलवे स्टॉक में ११९ $\frac{६}{१६}$ की दर से लगा दिया; तो उसकी आय में क्या अन्तर पड़ा ? (दलाली $\frac{१}{८}$ रु० प्रति शत ।)

(१५) ३ रु० प्रति शत ब्याज के कॉन्सल में ९१ $\frac{३}{८}$ रु० की दर से एक मनष्य को कितना धन लगाना चाहिए, जिससे उसकी वार्षिक आय १००० रु० हो जाय ? (दलाली $\frac{१}{८}$ प्रति शत ।)

(१६) एक मनुष्य को ४ रु० प्रति शत व्याज के कम्पनी-कागज़ में ९३$\frac{३}{४}$ रु० की दर से कितना रुपया लगाना चाहिए, कि ४ पै० प्रति रुपया आयकर देकर ९४० रु० की वार्षिक आय बच रहे ?

(१७) ३ प्रति शत का सममोल पर एक मनुष्य कितना कम्पनी-कागज़ इस अर्थ से बेचे कि उसकी बिक्री से ४ प्रति शत का ११४$\frac{५}{१६}$ की दर का दूसरा कम्पनी-कागज़ मोल ले और उससे उसकी वार्षिक आय २५२ रु० हो जाय ? (दलाली $\frac{१}{८}$ प्रति शत प्रत्येक सौदे पर लगती ।)

(१८) ४ रु० प्रति शत व्याज के कम्पनी-कागज़ की दर बताओ, जब उसमें ३७५० रु० लगाने से १६० रु० की वार्षिक आय हो ।

(१९) ४½ रु० प्रति शत के डिबेंचर का भाव बताओ, जब एक मनुष्य को उसमें ७८०० रु० लगाने से २७० रु० की आय होती है । (दलाली $\frac{१}{८}$ रु० प्रति शत ।)

(२०) एक मनुष्य ने १५७० रु०, ४ रु० प्रति शत व्याज के स्टॉक में लगाये, उसकी आय पर ५ पै० प्रति रु० कर देने के पश्चात् ७६ रु० वार्षिक बच रहते हैं; तो उस स्टॉक की दर बताओ । (दलाली $\frac{१}{८}$ रु० प्रति शत ।)

उदाहरण ८ । ४ रु० प्रति शत व्याज के कम्पनी-कागज़ में ७९$\frac{७}{८}$ रु० की दर से रुपया लगाने में व्याज किस दर से पड़ता है ? (दलाली $\frac{१}{८}$ रु० प्रति शत) ।

∵ ८० रु० का व्याज = ४ रु०,
∴ २० रु० ,, ,, = १ रु०,
∴ १०० रु० ,, ,, = ५ रु०;
∴ व्याज की दर ५ प्रति शत पड़ती है ।

उदाहरण ९ । किस दर से (दलाली जोड़कर) एक मनुष्य को ४½ रु० प्रति शत व्याज का कागज़ लेना चाहिए कि उसे अपने रुपये पर ५ रु० प्रति शत व्याज पड़े ?

∵ ५ रु० = १०० रु० का व्याज,
∴ १ रु० = २० रु० ,, ,, ,
∴ ४½ रु० = ९० रु० ,, ,, ;
∴ ९० रु० की दर से कम्पनी-कागज़ मोल लेना चाहिए ।

उदाहरण १० । किस काग़ज़ में रुपया लगाना अच्छा है, ९५ की दर के ४ प्रति शत वाले में वा १०५ की दर के ४$\frac{१}{२}$ प्रति शत वाले में ?

पहली अवस्था में, ∵ ९५ रु० का ब्याज = ४ रु०,

∴ १ रु० ,, ,, = $\frac{४}{९५}$ रु०,

दूसरी अवस्था में, ∴ १०५ रु० ,, ,, = $\frac{९}{२}$ रु०,

∴ १ रु० ,, ,, = $\frac{९}{२१०}$ रु० ।

यह विदित होगा कि $\frac{४}{९५}$ से $\frac{९}{२१०}$ अधिक है; इसलिए दूसरे प्रकार के काग़ज़ में रुपया लगाना अच्छा है ।

उदाहरण ११ । एक मनुष्य ने देखा कि यदि वह अपना रुपया ९८ की दर के ४ प्रति शत के काग़ज़ में लगाता है, तो उसकी आय ४२ रु० उससे कम होती है जो उसको ११२ की दर के ५ प्रति शत के काग़ज़ में लगाने से होगी; तो उसे कितना रुपया लगाना है ?

पहली अवस्था में, १ रु० से जो आय होती है = $\frac{४}{९८}$ रु०,

दूसरी ,, ,, १ रु० ,, ,, ,, = $\frac{५}{११२}$ रु०;

∴ १ रु० से जो आय होती है उसका अन्तर = $\frac{५}{११२} - \frac{४}{९८}$ रु० = $\frac{३}{११२ \times ७}$ रु०

अब, $\frac{३}{११२ \times ७}$ रु० = १ रु० से जो आय होती है उसका अन्तर,

∴ १ रु० = $\frac{११२ \times ७}{३}$ रु० ,, ,, ,,

∴ ४२ रु० = $\frac{११२ \times ७ \times ४२}{३}$ रु० ,, ,, ,,

= १०९७६ रुपये, उत्तर ।

प्रश्नमाला १६८

इनमें रुपया लगाने से ब्याज किस दर का पड़ता है :—

(१) ९० की दर से ४ प्रति शत के स्टॉक में ?

(२) ७० की दर से ३ प्रति शत के स्टॉक में ? (दलाली $\frac{१}{८}$ प्रति शत ।)

(३) एक मनुष्य ने ८५ की दर से ३ प्रति शत के ८०० रु० के कॉन्सल मोल लिए और ९७ की दर से ५०० रु० के; ७$\frac{१}{३}$ पै० प्रति रु० आयकर देने के पश्चात् उसे अपने धन पर क्या प्रति शत ब्याज मिल जायगा ?

(४) यदि मैं रेलवे के हिस्से जो प्रत्येक ७५ रु० का और ४ प्रति शत ब्याज का है ८५ की दर से मोल लूँ; तो मुझे २$\frac{१}{२}$ पै० प्रति रुपया

आयकर देने के पश्चात् अपने रुपये पर किस दर का ब्याज पड़ जायगा ?

(५) ४ रु० प्रति शत का कम्पनी-काग़ज़ एक मनुष्य को किस भाव से लेना चाहिए कि उसे अपने रुपये पर ५$\frac{1}{3}$ रु० प्रति शत ब्याज मिल जाय ?

(६) ४$\frac{1}{3}$ प्रति शत स्टॉक की क्या दर है, यदि उसको मोल लेने से लागत के रुपये पर ६ प्रति शत का ब्याज पड़ जाय ? (दलाली $\frac{1}{8}$ प्रति शत ।)

(७) जब ४ प्रति शत का काग़ज़ ८८ की दर से हो, तो ४$\frac{1}{2}$ प्रति शत के काग़ज़ की क्या दर होनी चाहिए, जिससे रुपये पर ब्याज उसी दर का पड़ जाय ?

(८) एक मनुष्य ने ४ रु० प्रति शत ब्याज के काग़ज़ में रुपये लगाये, यदि ३$\frac{1}{8}$ पै० प्रति रुपये का आयकर देकर उसको लागत के रुपये पर ४$\frac{1}{3}$ रु० प्रति शत का ब्याज पड़ जाय; तो बताओ उसने किस दर से काग़ज़ लिया ।

(९) यदि बैंक के काग़ज़ से जो १४ प्रति शत बट्टे से लिया गया है लागत के रुपये पर ६$\frac{1}{3}$ प्रति शत का ब्याज पड़े, तो यदि वह २८ प्रति शत के प्रीमियम से लिया जाय, तो क्या प्रति शत ब्याज पड़ेगा ?

(१०) किस स्टॉक में रुपया लगाना अच्छा है, ८२ की दर के ४ प्रति शत वाले में, वा १०२ की दर के ५ प्रति शत वाले में ?

(११) कौन से कम्पनी-काग़ज़ में रुपया लगाना अच्छा है, ८२$\frac{1}{3}$ की दर के ३$\frac{1}{3}$ प्रति शत वाले में वा १००$\frac{1}{3}$ की दर के ४ प्रति शत वाले में ? (दलाली $\frac{1}{8}$ प्रति शत ।)

(१२) ८८ की दर के ४ प्रति शत और ९० की दर के ४$\frac{1}{3}$ प्रति शत के काग़ज़ में रुपया लगाने से आय में प्रति शत क्या अन्तर होगा ?

(१३) एक मनुष्य ने देखा कि यदि वह अपने रुपये को ९६ की दर से ४$\frac{1}{3}$ रु० प्रति शत ब्याज के काग़ज़ में लगाता है; तो उसकी आय १० रु० उससे अधिक होगी जो उसे रुपये को ८८ की दर के ४ रु० प्रति शत ब्याज के काग़ज़ में लगाने से होती है; तो उसे कितना रुपया लगाना है ?

(१४) एक मनुष्य को ७५ की दर से ३ प्रति शत के स्टॉक में कुछ धन लगाने से ५$\frac{2}{3}$ रु० उस आय से कम मिले जो उसे उसी धन को ८४ के दर के ३$\frac{1}{2}$ प्रति शत के स्टॉक में लगाने से होती है; तो उसने कितना धन लगाया था ?

विविध प्रश्नमाला १६९

(१) एक मनुष्य ने ४ प्रति शत ब्याज का काग़ज़ कुछ रुपये से ९५ के भाव से मोल लिया, और फिर कुछ रुपये से ९० के भाव से; तो दूसरे सौदे में पहले की अपेक्षा कितनी अधिक दर से ब्याज पड़ा ?

(२) एक मनुष्य ने १६६०० रु० से ३ प्रति शत ब्याज का काग़ज़ ८३ के भाव से मोल लिया; जब उसका भाव ७ प्रति शत बढ़ गया, उसने अपनी $\frac{3}{4}$ पूँजी को उसमें से निकाल कर उससे रेलवे काग़ज़ ६७$\frac{1}{2}$ के भाव से मोल लिया; तो इस रेलवे काग़ज़ से डिविडेण्ड क्या मिलना चाहिए कि उसकी आय ५० रु० बढ़ जाय ?

(३) किसमें १२५६ रु० लगाना अच्छा है, ३$\frac{1}{2}$ प्रति शत ब्याज और ८७ के भाव के काग़ज़ में वा ८९ रु० प्रति हिस्से के भाव के रेलवे के हिस्से में, जिनमें पूँजी पर ३$\frac{3}{4}$ प्रति शत का ब्याज मिलता है ?

(४) एक मनुष्य ने ३ प्रति शत ब्याज का ३२०० रु० का काग़ज़ ९९$\frac{3}{4}$ के भाव से बेचकर बिक्री के रुपये से ५६ रु० प्रति हिस्से के भाव से रेलवे के हिस्से मोल लिए, इसमें ४५ रु० पर जो हर एक हिस्से पर हिस्सेदारों ने चुकाया है ५ प्रति शत ब्याज मिलता है; तो ऐसा करने से उसकी आय में क्या अन्तर पड़ा ?

(५) एक मनुष्य के पास ३ रु० प्रति शत ब्याज का ५००० रु० का काग़ज़ था, उसे बेचकर उसने ३$\frac{1}{2}$ रु० प्रति शत ब्याज का काग़ज़ ८७$\frac{1}{2}$ के भाव से मोल लिया और इस प्रकार अपनी आय ५ रु० बढ़ा ली; तो ३ रु० प्रति शत ब्याज के काग़ज़ का भाव बताओ।

(६) ३ रु० प्रति शत ब्याज का १५०० रु० का काग़ज़ ९५ के भाव से बेचकर दूसरा काग़ज़ लेने से मेरी आय १५ रु० वार्षिक बढ़ जाती है; यदि दूसरे काग़ज़ का डिविडेण्ड ८ प्रति शत हो; तो उसका भाव बताओ।

(७) ३ प्रति शत व्याज और ९० के भाव के काग़ज़ में कितना धन लगाया जाय कि वह २३$\frac{१}{२}$ वर्ष में साधारण व्याज समेत ३२१० रु० नक़द हो जाय; यदि काग़ज़ का भाव वही रहे और यदि काग़ज़ का भाव ९६ हो जाय; तो इतना धन कितने वर्ष पहले हो जायगा ?

(८) ३ रु० प्रति शत की व्याज का कितना काग़ज़ ८७$\frac{१}{२}$ रु० के भाव से बेचा जाय कि जिसकी बिक्री से ३$\frac{३}{४}$ रु० प्रति शत व्याज की दर के १० मास के अन्त में देनेवाले १६४५$\frac{७}{१६}$ रु० का तत्कालधन चुका दिया जाय ?

(९) चुङ्गी के डिबेञ्चर का भाव ११९ है, जब सरकारी काग़ज़ का भाव ९३$\frac{१}{२}$ है; तो उसका क्या भाव होगा, जब सरकारी काग़ज़ का भाव ७१$\frac{१}{२}$ है ?

(१०) ४ रु० प्रति शत व्याज के काग़ज़ का क्या भाव होगा, जब कुल लागत के रुपये का $\frac{१}{३}$१, २$\frac{१}{२}$ पै० प्रति रु० का आयकर देने के पश्चात् वार्षिक व्याज बच रहे ?

(११) एक मनुष्य ने २३८०० रु० में से कुछ रुपये ३ रु० प्रति शत व्याज के काग़ज़ में सममोल से लगाये और बाक़ी रुपये ४$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत व्याज के काग़ज़ में ९७$\frac{१}{२}$ के भाव से; यदि ३ रु० प्रति शत का काग़ज़ ४$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत के काग़ज़ से दूना हो; तो बताओ उसको कुल रुपयों से क्या आय होती है ।

(१२) एक मनुष्य ने ३ प्रति शत व्याज के काग़ज़ में धन लगाया जिससे ८६४ रु० की आय है। इस काग़ज़ को ९० के भाव से बेचकर उसने हिस्से मोल लिए जिनसे ५ प्रति शत का व्याज मिलता है; यदि अब उसकी आय ३३६ रु० बढ़ जाय; तो बताओ उसने किस भाव से हिस्से क्रय किए।

(१३) मुझे कितना धन ३$\frac{१}{२}$ प्रति शत व्याज के काग़ज़ में ९१ के भाव से लगाना चाहिये कि ४००० रु० ३ प्रति शत के काग़ज़ में ७५ के भाव से और लगाकर कुल आय पर २$\frac{१}{२}$ पै० प्रति रु० आयकर देकर, ५२४·२५ रु० मुझे वार्षिक बच रहें ?

(१४) एक मनुष्य ने देखा कि यदि वह अपनी पूँजी का आधा ३ रु० प्रति शत व्याज के काग़ज़ में ९० के भाव से और शेष को ४ रु०

प्रति शत ब्याज के काग़ज़ में सममोल से लगाता है, तो उसकी कुल आय ११०० रु० होती है; तो बताओ उसकी पूँजी क्या है।

(१५) क ने ३५०० रु० से ७८$\frac{१}{८}$ के भाव से ३ रु० प्रति शत ब्याज का और १०९$\frac{३}{८}$ के भाव से ६ रु० प्रति शत ब्याज के बराबर-बराबर काग़ज़ मोल लिए। ख ने भी इतने ही धन से आधे का एक प्रकार का और आधे का दूसरे प्रकार का काग़ज़ लिया; तो (१) उनकी आयों का अन्तर और (२) उनकी लागत पर जो-जो ब्याज पड़ जायगा उनकी दरों का अनुपात बताओ।

(१६) ४ रु० प्रति शत ब्याज के काग़ज़ का भाव ९५ रु० है और ४$\frac{१}{२}$ रुपये प्रति शत के काग़ज़ का भाव १०५ रु० है। एक मनुष्य ने प्रत्येक प्रकार का २०० रु० का काग़ज़ मोल लिया और दूसरे ने प्रत्येक प्रकार के काग़ज़ में २०० रु० लगाये; दोनों को अपनी लागत के रुपये पर जो ब्याज पड़ेगा उसकी दरों का मिलान करो।

(१७) एक हिस्सेदार को एक वर्ष अपने काग़ज़ पर १० रु० प्रति शत डिविडेण्ड मिला, उसने २$\frac{१}{३}$ पै० प्रति रु० आयकर दिया; दूसरे वर्ष उसको १२ रु० प्रति शत का डिविडेण्ड मिला और २$\frac{२६}{४८}$ पै० प्रति रु० आयकर दिया। यदि उसकी आय दूसरे वर्ष में प्रथम वर्ष से ३९४$\frac{१}{३}$ रु० अधिक हो; तो बताओ उसके पास कितने का काग़ज़ है।

(१८) एक कम्पनी के २० हिस्सों का मूल्य १६०० रु० है। जब डिविडेण्ड ५ रु० प्रति शत की दर से दिया जाय: तो कितने हिस्सों का मूल्य ९६० रु० होगा जब डिविडेण्ड ६ रु० प्रति शत की दर से दिया जाय?

(१९) एक मनुष्य ने २८०० रु० से ९० के भाव से ४ रु० प्रति शत ब्याज का काग़ज़ और ९५ के भाव से ४$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत का काग़ज़ मोल लिया, यदि उसकी कुल आय १३० रु० हो, तो उसने प्रत्येक प्रकार का कितना काग़ज़ मोल लिया?

(२०) एक मनुष्य ने १६०० रु०, ४ रु० प्रति शत ब्याज के काग़ज़ में ८० के भाव से और ७$\frac{१}{२}$ रु० प्रति शत वाले में १२५ के भाव से लगाये, तो उसे प्रत्येक प्रकार के काग़ज़ में कितना धन लगाना चाहिए कि लागत के धन पर ५$\frac{३}{४}$ रु० प्रति शत ब्याज मिल जाय?

(२१) एक मनुष्य ने ४ रु० प्रति शत ब्याज का काग़ज़ ८७ के भाव से बेचकर बिक्री के रुपये से ९६ के भाव से ५ रु० प्रति शत ब्याज का काग़ज़ मोल लिया, इस प्रकार उसकी आय १७ रु० बढ़ गई; तो उसने ४ रु० प्रति शत ब्याज का कितना काग़ज़ बेचा ?

(२२) ४ प्रति शत ब्याज का काग़ज़ ९५$\frac{७}{८}$ के भाव से मोल लेकर ६ मास रखा: इस समय के अन्त में ब्याज मिल गया: फिर ख़रीद के भाव से उसे बेच डाला; तो बताओ लागत के रुपये पर वार्षिक प्रति शत क्या ब्याज पड़ा। (दलाली साधारण लगती है।)

(२३) एक मनुष्य ने २५५ रु०, ४ रु० प्रति शत ब्याज के काग़ज़ में ८५ रु० के भाव से लगाये। जब काग़ज़ का भाव ५ रु० बढ़ गया; तो कुल काग़ज़ बेच डाला और जब भाव ८ रु० घट गया तब शेष को बेचा; इस प्रकार उसे कुल ११ रु० टोटा रहा; तो बताओ पहले उसने कितना काग़ज़ बेचा।

(२४) पाँच रु० प्रति शत ब्याज का काग़ज़ १०८ के भाव से बेचा और बिक्री के मूल्य से ९१$\frac{१}{२}$ के भाव से ४ रु० प्रति शत ब्याज का काग़ज़ मोल लिया; कुछ समय पीछे ४ रु० प्रति शत ब्याज का काग़ज़ ९५$\frac{३}{८}$ के भाव से बेचकर पहले प्रकार का काग़ज़ १०९ के भाव से लिया; इस प्रकार १०९ रु० का लाभ हो गया; तो ५ रु० प्रति शत ब्याज से कितने का काग़ज़ बेचा ?

(२५) यदि ३ प्रति शत बयाज के काग़ज़ का भाव ९५ हो और गवर्नमेण्ट ५०००००० रु० ऋण ले और ऋण देनेवाले को ३ प्रति शत ब्याज का ५०००००० रु० का काग़ज़ और ३$\frac{१}{४}$ प्रति शत ब्याज का कुछ काग़ज़ देना चाहे, तो ऋण देनेवाले को ३$\frac{१}{४}$ प्रति शत ब्याज का कितना काग़ज़ लेना चाहिए ?

(२६) एक रेलवे कम्पनी की आय से यदि प्रिफ़रेंस हिस्से न होते तो ६ प्रति शत का डिविडेण्ड दिया जा सकता; परन्तु ५०००० रु० के प्रिफ़रेंस हिस्से इस प्रकार के हैं जिन पर ७$\frac{१}{२}$ प्रति शत वार्षिक ब्याज दिया जाता है; इस कारण साधारण हिस्सेदारों को केवल ५ प्रति शत डिविडेण्ड मिलता है; तो कम्पनी का साधारण मूलधन कितना है ?

(२७) एक मनुष्य ६ प्रति शत ब्याज का काग़ज़, जिस पर ब्याज वार्षिक मिलता है और जिसका रुपया एक वर्ष पीछे सममोल से चुका दिया जायगा, मोल लेना चाहता है। यदि ५ प्रति शत ब्याज का रुपया हो, तो वह काग़ज़ किस भाव से लेना चाहिए ?

तिरेपनवाँ अध्याय

विनिमय

२३६। एक देश की किसी धन-संख्या को, जिसका मान दूसरे देश की एक नियत धन-संख्या के बराबर हो, देने वा लेने को "विनिमय" कहते हैं।

दो देशों के 'समान विनिमयों' से एक देश के एक सिक्के का मौलिक मान जो दूसरे देश के किसी सिक्के द्वारा प्रकट किया जाय, तात्पर्य है।

'विनिमयों के क्रम' से एक देश के किसी सिक्के वा किसी समय का व्यावहारिक मान जो दूसरे देश के किसी सिक्के में हो, तात्पर्य है।

जैसे, अँग्रेज़ी सावरेन में सोना, फ्रेंच नेपोलियन से १·२६१ गुना होता है; इसलिए समान विनिमय में १ पौंड, १·२६१ नेपोलियन के बराबर होता है; परन्तु विनिमय के क्रम में १ पौं०, मान में १·२६१ से कुछ न्यूनाधिक नेपोलियन के बराबर होगा।

देशों की नियत संख्या में से प्रथम और अन्त के देश के बीच में जो 'विनिमयों की दर' हो उसके निश्चय करने को जबकि पहले और दूसरे, दूसरे और तीसरे इत्यादि देशों के बीच की विनिमय की दर मालूम हो 'विनिमय की विधि' (रीति) कहते हैं।

२३७। परस्पर देशों में धन का लेन-देन 'हुण्डी' द्वारा होता है। कार्य करने की साधारण रीति यह है—

मान लो कि मुझे लन्दन के एक सौदागर को १०० पौं० भेजने हैं। मैं एक महाजन के पास गया और उससे १०० पौंड की हुण्डी मोल ली, जिसका मूल्य विनिमय के चलन की दर से चुके। मैंने फिर उस हुण्डी को

लन्दन के सौदागर के पास भेज दिया, उसने हुण्डी को उस महाजन को, जिसके ऊपर हुण्डी लिखी हुई थी दिखाया और १०० पौं० ले लिए।

२३८। निम्नलिखित पाटी में मुख्य देशों के सिक्के लिखे जाते है :—
अँग्रेज़ी मुद्रा :—

१२ पेंस = १ शिलिङ्ग
२० शिलिङ्ग = १ पौंड

देश	सिक्का		
फ़ान्स, बेलजियम, स्विट्ज़रलैंड	...१ फ़्राङ्क	= १०० सेण्टाइम	= ९ २/५ पैंस। (फ़्रान्स से रोमानिया तक)
इटली	...१ लिरा	= १०० सेन्टसीमी	
स्पेन	...१ पेसटा	= १०० सेन्टीमस	
ग्रीस (यूनान)	...१ ड्राम	= १०० लैप्टा	
सर्विया	...१ डिनार	= १०० पेरास	
बलगेरिया	...१ लिवा	= १०० स्टोटिनकीज़	
रोमानिया	...१ ली	= १०० बेनीस	
जर्मनी	...१ मार्क	= १०० फेनीस	= ११ ३/४ पें०।
आस्ट्रिया	...१ फ़्लोरिन / वागल्डिन	= १०० क्रूज़र	= १ शि० ११ ३/४ पें०।
टर्की	...१ टर्किश पौंड	= १००प्यास्टर	= १८ शि० ३/४ पें०।
हालैंड	...१ फ़्लोरिन	= १०० सेन्ट	= १ शि० ८ पें०।
पुर्तगाल	...१ मिलरिस	= १००० रिस	= ४ शि० ६ पें०।
स्वीडन, नार्वे, डेनमार्क	...१ क्रौन	= १०० और	= १ शि० ३/४ पें०।
यूनाइटेड स्टेट्स (अमेरिका)	...१ डालर	= १०० सेन्ट	= ४ शि० २ पें०।
❀ रूस	...१ रुबल	= १०० कोपेक	= १ रु० ७७ पै०।
❀ चीन	...१ टेल = १० मेस	= १०० केन्डरीन	= ३ रु०।
❀ जापान	...१ येन	= १०० सेन	= २ रु० ४७ पै०।

सूचना—उन देशों में जिनके नाम के पहले यह ❀ चिह्न लिखा गया है, भारत के सदृश चलन के सिक्के चाँदी के होते हैं; इङ्गलैंड में चलन

के सिक्के सोने के होते हैं, इस कारण रुपये आदि का मूल्य अँग्रेज़ी मुद्रा में चाँदी की उस तोल के अनुसार बदलता रहता है जो सोने की एक सावरेन में मूल्य ली जा सकती है। थोड़े से पिछले वर्षों से सोने की अपेक्षा चाँदी का मूल्य लगातार घटता जाता है। कुछ वर्ष हुए, १ रुपया मूल्य में अनुमान से २ शि० के बराबर होता था। अब अनुमान से १ शि० ४ पें० के बराबर होता है और सन् १६२६ ई० से रुपये का मूल्य निश्चित रूप से २ शि० ६ पें० हो गया था, परन्तु अब बदलता रहता है।

उदाहरण १। सावरेन और रुपये के बीच में समान विनिमय को निश्चय करो, यह मानकर कि शुद्ध सोना अपनी तोल की शुद्ध चाँदी से मूल्य में १५ गुना है। यह दिया हुआ है कि चलन के १ पौं० ट्राय सोने से जिसकी शुद्धता $\frac{११}{१२}$ है, ४६$\frac{२९}{४०}$ सावरेन बनते हैं और १ रु० में १८० ग्रेन चाँदी है जिसकी शुद्धता $\frac{११}{१२}$ है,

$$\text{सावरेन की तोल } \frac{१२\times२०\times२४}{४६\frac{२९}{४०}} \text{ ग्रेन वा } \frac{१२\times२०\times८\times४०}{६२३} \text{ ग्रेन है।}$$

$$\text{इसलिए उसमें } \left(\frac{१२\times२०\times८\times४०}{६२३}\times\frac{११}{१२}\right) \text{ ग्रेन वा}$$

$$\frac{२०\times८\times४०\times११}{६२३} \text{ ग्रेन शुद्ध सोना है।}$$

१ रुपया तोल में १८० ग्रेन है; इसलिए उसमें $(१८०\times\frac{११}{१२})$ ग्रेन वा १६५ ग्रेन शुद्ध चाँदी है, जो $\frac{१६५}{१५}$ ग्रेन वा ११ ग्रेन शुद्ध सोने के बराबर है।

अब रुपयों की संख्या जो १ सावरेन के बराबर है वही है जितनी बार ११ ग्रेन, $\frac{२०\times८\times४०\times११}{६२३}$ ग्रेन में मिश्रित है।

$$\text{इसलिए १ सावरेन} = \frac{२०\times८\times४०\times११}{६२३\times११} \text{ रुपये,}$$

$$= १०\cdot२७\ldots \text{रुपये।}$$

उदाहरण २। रुपये और शिलिंग का सम्बन्ध जैसा दोनों सिक्कों के मौलिक मान से निश्चय हो; बताओ। यह दिया हुआ है कि एक रुपया तोल में १८० ग्रेन है और उसकी शुद्धता $\frac{११}{१२}$ है और १ पौं० ट्राय चाँदी से जिसकी शुद्धता $\frac{३७}{४०}$ है ६६ शि० बनते हैं।

पहले उदाहरण की रीत्यनुसार विदित होगा कि रुपये में शुद्ध चाँदी १६५ ग्रेन होती है। शिलिंग में शुद्ध चाँदी $\left(\frac{१२\times२०\times२४}{६६}\times\frac{३७}{४०}\right)$ ग्रेन वा $\frac{२४\times३७}{११}$ ग्रेन है।

$$\therefore १ \text{ रु०} = \left(१६५\div\frac{२४\times३७}{११}\right) \text{ शिलिंग} = २\cdot०४३\ldots \text{शिलिंग।}$$

उदाहरण ३। ५५० रु० की अँग्रेज़ी मुद्रा से १ शि० ८ पें० प्रति रु० की दर से विनिमय करो।

∵ १ रु० = १ शि० ८ पें०;

∴ ५५० रु० = १ शि० ८ पें × ५५०

= ४५ पौं० १६ शि० ८ पें०।

उदाहरण ४। विनिमय का क्रम भारत और इङ्गलैंड के बीच में निश्चय करो, जबकि भारतीय मुद्रा २५ प्रति शत बट्टे से हो, यह दिया हुआ है कि समान विनिमय में १ रु० = २ शि०।

[भारतीय मुद्रा का २५ प्रति शत बट्टा होने से यह अभिप्राय है कि उसका मूल्य अँग्रेज़ी मुद्रा में २५ प्रति शत उस मूल्य से कम है जो समान विनिमय में होता है]।

∵ समान विनिमय में १ रु० = २ शि०;

∴ २५ प्रति शत बट्टे से १ रु० = २ शि० − २ शि० का $\frac{१}{४}$

= १ शि० ६ पें०;

∴ विनिमय का क्रम प्रति रुपया १ शि० ६ पें० है।

उदाहरण ५। यदि कलकत्ते और लन्दन के बीच में विनिमय की दर प्रति रुपया १ शि० ९ पें० हो और लन्दन और पेरिस के बीच में प्रति पौं० २५ फ़्राङ्क हो; तो कलकत्ते और पेरिस के बीच के विनिमय की दर निश्चय करो।

१ रु० = १ शि० ९ पें० = $\frac{७}{८०}$ पौं० = $\frac{७}{८०}$ × २५ फ़्राङ्क = २$\frac{३}{१६}$ फ़्राङ्क (अनु० २०५ को देखो)।

∴ इष्ट दर प्रति रु० २$\frac{३}{१६}$ फ़्राङ्क है।

प्रश्नमाला १७०

(१) ३७८२ रु० को अँग्रेज़ी मुद्रा में बदलो, जब विनिमय का क्रम १ शि० ५$\frac{१}{३}$ पें० प्रति रुपया हो।

(२) ३२९ पौं० १० शि० को १३ रु० प्रति पौं० की दर से भारतीय मुद्रा में बदलो।

(३) स्पेन का पिस्टोल १५ शि० के बराबर है और आस्ट्रिया का ड्यूकेट ९ शि० ५ पें० के बराबर है; तो २२६ पिस्टोल के बराबर कितने ड्यूकेट होंगे?

(४) एक फ्रेंच नेपोलियन वा २० फ्राङ्क का सिक्का ·७९ पौं० के समान है; तो निकटम फ़ार्दिङ्ग तक अँग्रेज़ी मुद्रा में १२३·२१ फ्राङ्क का मूल्य बताओ।

(५) एक हुण्डी कलकत्ते में १ शि० ६ पें० प्रति रुपये की दर से मोल ली और न्यूयार्क में ७ शि० ६ पें० प्रति डालर की दर से बेची; तो न्यूयार्क और कलकत्त के बीच के बदले का क्रम बताओ।

(६) यदि ३ पौं० = २० थेलर, २५ थेलर = ९३ फ्राङ्क, २७ फ्राङ्क = ५ स्कुडी, ६२ स्कुडी = १३५ गल्डिन; तो ११ पौं० के बदले में मुझे कितने गल्डिन मिल सकते हैं?

(७) वियना और कलकत्त के बीच में १ फ़्लोरिन की रुपयों में विनिमय की दर निश्चय करो, जब कलकत्त और लन्दन के बीच में ५ शि० का विनिमय ३ रु०, लन्दन और पेरिस के बीच में २५ फ्राङ्क का १ पौं०, पेरिस और बर्लिन के बीच में ४ मार्क का ५ फ्राङ्क और बर्लिन और वियना के बीच में १ फ़्लोरिन का २ मार्क है।

(८) यदि १ थेलर, ४० क्रूज़र, १० सिलवर-ग्रोसन और आधे गल्डिन के बराबर हो और यदि ३० सिलवर-ग्रोसन का १ थेलर हो और ६० क्रूज़र का १ गल्डिन हो; तो ८ थेलर कितने गल्डिन के समान होंगे?

(९) यदि इङ्गलिस्तान में १ रु० का बदला १ शि० ५$\frac{1}{2}$ पें० हो और भारत में १ पौं० का बदला १३ रु० हो; तो ९६० रु० इङ्गलिस्तान में भेजकर फिर वापस लाने से दोनों बदलों से क्या टोटा पड़ेगा?

(१०) कलकत्त का एक मनुष्य २४० डालर का ऋण न्यूयार्क में चुकाना चाहता है, जब बदले का क्रम यह है कि १ डालर = ४·७५ रु०, १ रु० = १ शि० ६ पें०, २५ शि० = ६ डालर; तो बताओ उस मनुष्य को ऋण सीधे न्यूयार्क को भेजना लाभदायक होगा या फेर से लन्दन द्वारा भेजना।

(११) लन्दन के एक महाजन को सेन्टपीटर्सबर्ग के एक महाजन के १५००० रुबल देने हैं; सेन्टपीटर्सबर्ग और लन्दन के बीच में बदले का क्रम ५० पें० (अँग्रेज़ी) प्रति रुबल में, सेण्टपीटर्सबर्ग और एमस्टर्डम के बीच में ९१ पें० (फ़्लेमिश) प्रति रुबल; और एमस्टर्डम और लन्दन के बीच में ३६ शि० ३ पें० (फ़्लेमिश) प्रति पौंड (अँग्रेज़ी) है; तो

सीधे लन्दन के सौदागर पर हुण्डी करने और एमस्टर्डम द्वारा हुण्डी करने में क्या अन्तर पड़ेगा ?

(१२) यदि लन्दन में १ पौं० २५ फ्राङ्क २० सेण्टाइम को मिलता हो; तो फ्रांस के धन को बवेरिया में ले जाने से प्रति शत क्या लाभ वा हानि होगी, यदि विनिमय का क्रम यह हो कि ११ गल्डिन ४० क्रूज़र = १ पौं०, ८ गल्डिन २० क्रूज़र = १ नेपोलियन ? (१ नेपोलियन = २० फ्राङ्क, १ फ्राङ्क = १०० सेण्टाइम, १ गल्डिन = ६० क्रूज़र)।

(१३) यदि समान विनिमय में डालर = ४ शि० २ पें० के हों, तो ३८० डालर को अँग्रेज़ी मुद्रा में बदलो, जब वह (अँग्रेज़ी मुद्रा) ५ प्रति शत बट्टे से हो।

(१४) यदि समान विनिमय में १ रु० = १ शि० १०$\frac{१}{२}$ पें० के हो, तो ६६० रु० को अँग्रेज़ी मुद्रा में बदलो; जब वह प्रति शत बाढ़े से हो।

(१५) यदि भारत इङ्गलैंड के साथ १५ प्रति शत की हानि से बदला करता है, तो बदले का क्रम १ शि० ५ पें० प्रति रुपया होता है; तो समान बदला क्या है ?

(१६) कलकत्ते का एक व्यापारी लन्दन को ६०० रु० भेजना चाहता है। जब १ रु० २ शि० के समान है, तो उसको अँग्रज़ी मुद्रा में लन्दन के ऊपर कितने की हुण्डी लिखानी चाहिए; जब लन्दन के ऊपर की हुण्डी १२$\frac{१}{२}$ प्रति शत के बाढ़े से हो ?

(१७) मैं एक बैंक को लन्दन में चुकानेवाली हुण्डी के बदले ५१००० रु० देता हूँ, बदले की दर १ शि० १०$\frac{१}{२}$ पें० प्रति रुपया है और बैंक मुझसे लन्दन में दिये जानेवाले धन पर २ प्रति शत और ले लेता है; मेरे गुमाश्ते को लन्दन में क्या मिलेगा ?

(१८) लन्दन के एक महाजन को सेण्टपीटर्सबर्ग के एक महाजन को ४६० रुबल देने हैं, जो पेरिस द्वारा जाने चाहिये। जब बदले का क्रम लन्दन और पेरिस के बीच में १ पौं० = २३ फ्राङ्क और पेरिस और सेण्टपीटर्सबर्ग के बीच में २ फ्राङ्क = १ रुबल था, उसने दलाल को

यथोचित धन दे दिया, परन्तु दलाल ने धन भेजने में देर की, यहाँ तक कि बदले की दर २४ फ्राङ्क=१ पौं० और ३ फ्राङ्क=२ रुबल हो गई; तो बताओ दलाल को इससे क्या लाभ वा हानि हुई।

(१९) कलकत्ते के विनिमय की दर लन्दन में ३ मास मुद्दत की हुण्डी की १ शि० ४$\frac{१}{५}$ पें० प्रति रुपया है; तो ५ प्रति शत वार्षिक ब्याज से दर्शनी हुण्डी के विनिमय की दर बताओ।

(२०) सोने की मुहर का जो १८० ग्रेन तोल में है और जिसकी शुद्धता $\frac{११}{१२}$ है, और यूनाइटेड स्टेट्स की ईगल का जो २५८ ग्रेन तोल में है और जिसकी शुद्धता $\frac{९}{१०}$ है, समान विनिमय निश्चय करो।

(२१) यह मानकर कि शुद्ध सोना अपनी तोल की शुद्ध चाँदी से १५ गुने मूल्य का होता है, नेपोलियन और रुपये का समान विनिमय निश्चय करो। यह दिया हुआ है कि १६१९७$\frac{१}{२}$ ग्रेन फ्रेंच सोने से जिसकी शुद्धता $\frac{९}{१०}$ है, १५५ नेपोलियन बनते हैं और रुपये में १८० ग्रेन चाँदी $\frac{११}{१२}$ शुद्धता की होती है।

(२२) ३४६५ ग्रेन शुद्ध चाँदी से १४ थेलर बनते हैं; तो १ थेलर का मूल्य बताओ, जब भारतीय चलन की १ पौं० ट्राय चाँदी का मूल्य, जिसमें १२ भागों में ११ भाग शुद्ध चाँदी है, ३२ रु० हो।

(२३) यदि अँग्रेज़ी चलन की १ पौं० चाँदी का मूल्य; जिसमें ४० भागों में ३७ भाग शुद्ध चाँदी है, ६२ शि० हो, तो हैदराबाद के एक रुपये का मूल्य बताओ जो तोल में ७ पेनीवेट १७ ग्रेन है और जिसमें ३१ भागों में ३० भाग शुद्ध चाँदी है।

(२४) एक देश के सोने के सिक्कों में ११ भाग सोने के साथ एक भाग चाँदी मिली होती है, दूसरे देश के सिक्कों में २३ भाग के साथ एक भाग; देखा गया है कि पहले देश के ५९ सिक्के तोल में दूसरे देश के १२३ सिक्कों के बराबर होते हैं। चाँदी का मूल्य सोने का $\frac{१}{१६}$ है; तो समान विनिमय निश्चय करो।

चौवनवाँ अध्याय

मीटरी पद्धति और दाशमिक सिक्का प्रणाली

२३९। तोल और नाप की 'मीटरी पद्धति' जो प्रथम फ्रांस में चली न्यूनाधिकता से यूरोप के सब देशों में फैल गई है। विज्ञान की पुस्तकों में उसका प्रयोग सर्वदा किया जाता है।

इस पद्धति में—

(१) लम्बाई की इकाई=१ मीटर।

(२) क्षेत्रफल की इकाई=१ एअर=(१०० वर्ग मीटर)।

(३) घनफल की इकाई=१ स्टियर=(१ घन मीटर)।

(४) रसों की माप की इकाई=१ लिटर=($\frac{१}{१०००}$) घन मीटर)।

(५) तोल की इकाई=१ ग्राम ($\frac{१}{१००००००}$ घन मीटर स्वच्छ पानी की तोल)।

'मीटरी पद्धति' में किसी प्रकार की इकाई से पूर्व नीचे लिखे हुए ग्रीक और लैटिन शब्द उपसर्ग की भाँति लगाकर उसका गुणितक वा अंश प्रकट करते हैं।

ग्रीक उपसर्ग

डेका (१० गुना)।

हेक्टो (१०० गुना)।

किलो (१००० गुना)।

मिरिया (१०००० गुना)।

लैटिन उपसर्ग

डेसी ($\frac{१}{१०}$ अंश)।

सेण्टी ($\frac{१}{१००}$ अंश)।

मिली ($\frac{१}{१०००}$ अंश)।

यथा—

१ डेका स्टियर =१० स्टियर।

१ हेक्टेयर =१०० एअर।

१ किलो मीटर =१००० मीटर।

१ मिरिया मीटर =१०००० मीटर।

१ डेसी ग्राम =$\frac{१}{१०}$ ग्राम।

१ सेण्टी मीटर=$\frac{१}{१००}$ मीटर।

१ मिली मीटर=$\frac{१}{१०००}$ मीटर।

सूचना १—१ एअर, १ वर्ग डेका मीटर होता है; १ लिटर, १ घन डेसी-मीटर होता है; १ ग्राम, १ घन सेण्टी मीटर स्वच्छ पानी की तोल होती है।

सूचना २—१ मीटर=३९·३७ इञ्च=प्रायः १$\frac{१}{११}$ गज़; १ किलो मीटर= प्रायः ५ फ़र्लाङ्ग; १ एअर=प्रायः १०७६·४३ वर्ग फ़ीट; १ हेक्टेयर=प्रायः

२$\frac{१}{२}$ एकड़; १ लिटर=प्राय; ·०३५ घन फ़ीट=प्राय: १$\frac{३}{४}$ पॉइण्ट; १ ग्राम =प्राय: १५·४३ ग्रेन; १ किलो ग्राम=प्राय: २$\frac{१}{५}$ पौं० इवर्डोपाइज़ ।

सूचना ३—भारतीय सरकार के अधिनियम ३१ सन् १८७१ में यह हुक्म है कि तोल की इकाई सेर होगी जो तोल में फ्रांस के किलो ग्राम के बराबर हो, और रसों की माप की इकाई वह माप होगी जिसमें एक सेर स्वच्छ पानी आवे; परन्तु वे इकाइयाँ अभी प्रचलित नहीं हुई ।

फ्रांस देश की मुद्रा

१० सेण्टाइम=१ डिसीम ।
१० डिसीम =१ फ्राङ्क ।

हिसाब लिखने में केवल फ्राङ्क और सेण्टाइम काम आते हैं; जैसे ३२·७८ फ्राङ्क को ३२ फ्राङ्क ७८ सेण्टाइम पढ़ते हैं ।

फ्राङ्क चाँदीका सिक्का होता है, जिसमें ९ भाग चाँदी और १ भाग ताँबा और तोल में ५ ग्राम होता है; वह प्राय: ९$\frac{३}{५}$ पें० के बराबर होता है । नेपोलियन सोने का सिक्का है और २० फ्राङ्क के बराबर है ।

इङ्गलिस्तान का प्रस्ताविक दाशमिक सिक्का

१० मिल =१ सेण्ट ।
१० सेण्ट –१ फ़्लोरिन ।
१० फ़्लोरिन =१ पौंड ।

२४० । सिक्कों, तोल और नाप की दाशमिक-प्रणाली से बड़ा सुभीता यह होता है कि मिश्र राशि की अमिश्र राशि और अमिश्र राशि की मिश्र राशि गुणन और भाग की क्रिया किये बिना बन सकती है । इस कारण मिश्र नियमों के स्थान में अमिश्र नियमों से कार्य होता है ।

उदाहरण १ । ७ हेक्टो मीटर, ४ डेका मीटर, २ मीटर=७४२ मीटर ।

उदाहरण २ । ३२५ सेण्टी लिटर=३ लिटर, २ डेसी लिटर, ५ सेण्टी लिटर ।

उदाहरण ३। ३ पौं० ७ फ़्लो० २ सें० ३ मि०, ६ पौं० २ फ़्लो० ४ मि० और ७ फ़्लो० ३ सें० को जोड़ो।

मिल
३७२३
६२०४
 ७३०
१३६५७ मिल = १३ पौंड ६ फ़्लो० ५ सें० ७ मि०, उत्तर।

उदाहरण ४। ७ फ़्लो० ६ सें० ३ मि० को ३२ से गुणा करो।

मिल
७६३
 ३२
१५८६
२३७६
२५३७६ मिल = २५ पौं० ३ फ़्लो० ७ सें० ६ मि०, उत्तर।

२४१। जो धन पौं० शि० पें० में लिखा हो, वह दाशमिक सिक्कों में सुगमता से रूपान्तर हो सकता है और दाशमिक सिक्के पौं० शि० पें० में बदले जा सकते हैं।

उदाहरण १। ७ पौं० १५ शि० ७½ पें० को दाशमिक सिक्कों में लिखो।

४ | २·०
१२ | ७·५
२० | १५·६२५

७·०८१२५ पौं० = ७ पौं० ७ फ़्लो० ८ सें० १·२५ मि०, उत्तर।

उदाहरण २। ६ पौं० ६ फ़्लो० ६ सें० ८ मि० को पौं० शि० पें० में लिखो।

पौं० ६·३६८
 २०
शि० ८·६६०
 १२
पें० ११·५२०

∴ ६ पौं० ३ फ़्लो० ६ सें० ८ मि० = ६ पौं० ७ शि० ११·५२ पें०।

पचपनवाँ अध्याय

बीजक और हिसाब

२४२ ।　　　　　　(१) बीजक का नमूना ।

कलकत्ता, २३ अप्रैल सन् १८८९ ई० ।

चार्ल्स स्मिथ स्क्वेयर,

मोल लिया विलियम मोरन ऐण्ड कम्पनी,

७, बैङ्कशैल स्ट्रीट से ।

		रु०
८ मीटर फ़लालैन १·२५ रु० प्रति मीटर	...	१०·००
१० मीटर डोरिया ०·२३ रु० प्रति मीटर	...	२·३०
२ जोड़ी मोज़े (दस्ताने) १·५८ रु० प्रति जोड़ी	...	३·१६
	रु०...	१५·४६

(२) हिसाब का नमूना ।

कलकत्ता, ३० जून सन् १८८९ ई० ।

चार्ल्स स्मिथ स्क्वेयर,

विलियम मोरन ऐण्ड कम्पनी,

७, बैङ्कशैल स्ट्रीट को ।

१८८९			रु०
२३ अप्रैल ...	बाबत माल जो बीजक में लिखा है	...	१५·४६
७ मई ...	,, ,, ,,	...	३·७३
१३ मई ...	,, ,, ,,	...	९·००
११ जून ...	,, ,, ,,	...	·७६
		रु०...	२८·९५

(३) ब्योरेवार हिसाब का नमूना।

कलकत्ता, ३० जून सन् १८८९ ई०।

चार्ल्स स्मिथ स्क्वेयर,

विलियम मोरन ऐण्ड कम्पनी,

७, बैङ्कशैल स्ट्रीट को।

१८८९		रु०
२३ अप्रैल...	८ मीटर फ़लालैन ३·५० रु० प्रति मीटर	२८·००
,, ,, ...	१० मीटर डोरिया १·१६ रु० प्रति मीटर	११·६०
,, ,, ...	२ जोड़ी मोज़े १·७० रु० प्रति जोड़ी	३·४०
७ मई ...	३ दर्जन जुर्राब ६ रु० प्रति दर्जन ...	१८·००
१३ मई ..	१३ मीटर मलमल २·६२ रु० प्रति मीटर ...	३४·०६
१२ जून ...	२० मीटर ग़लीचा १०·५० रु० प्रति मीटर...	२१०·००
,, ,, ...	४ जोड़ी मोज़े १ रु० प्रति जोड़ी ...	४·००
	रु०...	३०९·०६

सूचना—बीजक और हिसाब को अँग्रेज़ी में 'बिल' कहते हैं।

छप्पनवाँ अध्याय

अङ्कगणित के कठिन प्रश्न

२४३। उदाहरण १। एक मनुष्य के पास कुछ नारङ्गी बेचने को हैं; जो कुछ उसके पास थीं उसका $\frac{1}{2}$ और २ अधिक उसने क को दीं, जो कुछ शेष रहीं उनका $\frac{1}{3}$ और ४ अधिक ख को दीं, जो कुछ बचीं उनका $\frac{1}{4}$ और ६ अधिक ग को दीं, इस प्रकार उसके पास की कुल नारङ्गी बिक गईं; तो बताओ उसके पास कितनी नारङ्गी थीं।

जब वह ग की नारङ्गियों का $\frac{1}{4}$ दे चुका था तब उसके पास ६ रही थीं, इसलिए ग को देने से पहले जो संख्या उसके पास थी उसका $(१-\frac{1}{4})$ वा $\frac{3}{4}$ यह नारङ्गी थीं, इसलिए ग के आने से पहले उसके पास $(६\times\frac{4}{3})$ अर्थात् ८ नारङ्गी थीं, इसलिए ख को ४ नारङ्गी देने से पहले उसके पास (८+४) अर्थात् १२ नारङ्गी थीं; परन्तु यह संख्या नारङ्गियों की है जो उसके

पास ख को नारङ्गियों का $\frac{१}{३}$ देने के पश्चात् बची हैं; इसलिए ख के देने से पहले जो संख्या रही थी उसको $(१-\frac{१}{३})$ अर्थात् $\frac{२}{३}$ यह १२ थीं और इसलिए ख के आने से पहले उसके पास $१२\times\frac{३}{२}$ अर्थात् १८ थीं, इसलिए क को २ नारङ्गी देने से पहले उसके पास $(१८+२)$ अर्थात् २० थीं; परन्तु यह वह संख्या है जो उसके पास क को नारङ्गियों का $\frac{१}{२}$ देने के पश्चात् बच रही थीं, इसलिए क को देने से पहले उसके पास २०×२ अर्थात् ४० नारङ्गियाँ थीं। अर्थात् सबसे पहले उसके पास ४० नारङ्गियाँ थीं।

उदाहरण २। एक घर का मासिक व्यय जब चावल का भाव प्रति रुपया २ किलो ग्राम है; २४० रु० है, जब चावल का भाव प्रति रुपया २·२५ किलो ग्राम है २३० रु० है, जब चावल का भाव प्रति रुपया ३ किलो ग्राम हो; तो मासिक व्यय क्या होगा?

तीनों अवस्थाओं में १ किलो ग्राम चावलों का मूल्य क्रम से $\frac{१}{२}$ रु०, $\frac{४}{९}$ रु० और $\frac{१}{३}$ रु० है, $\therefore$ १ किलो ग्राम चावल का मूल्य प्रथम $(\frac{१}{२}-\frac{४}{९})$ रु० वा $\frac{१}{१८}$ रु० घटता है, फिर $(\frac{१}{२}-\frac{१}{३})$ रु० वा $\frac{१}{६}$ रु०; इसलिए जब १ किलो ग्राम चावल में $\frac{१}{१८}$ रु० की बचत होती है, तो कुल बचत $(२४०-२३०)$ रु० वा १० रु० होती है; $\therefore$ जब १ किलो ग्राम पर बचत $\frac{१}{६}$ रु० है; तो कुल बचत $\frac{१०\times१८}{६}$ रु० वा ३० रु० होगी;

$\therefore$ इष्ट व्यय $=(२४०-३०)$ रु० $=२१०$ रु०।

अथवा इस प्रकार—जब प्रत्येक किलो ग्राम चावल पर बचत $\frac{१}{१८}$ रु० है, तो कुल बचत १० रु० है; $\therefore$ घर के लिए मासिक चावलों की जो आवश्यकता होती है उनमें किलो ग्राम की संख्या $=१०$रु० $\div\frac{१}{१८}$रु० $=१८०$; १८० किलो ग्राम चावलों के दाम २ किलो ग्राम प्रति रुपये की दर से ९० रु० हुए, $\therefore$ घर के अन्य व्यय $=(२४०-९०)$ रु० $=१५०$ रु०। $\because$ फिर १८० किलो ग्राम चावलों के मूल्य ३ किलो ग्राम प्रति रु० की दर से ६० रु० हुए। $\therefore$ कुल व्यय जब चावलों का भाव प्रति रुपया ३ किलो ग्राम हो $(१५०+६०)$ रु० वा २१० रु० होगा।

उदाहरण ३। एक मज़दूर ३६ दिन को नौकर रहा और उससे यह ठहराया कि जिस दिन वह काम करेगा उस दिन उसे १·२५ रु० दिये जायेंगे और जिस दिन काम न करेगा उस दिन ·२५ पै० और उसे दण्ड

देने पड़ेंगे, ३६ दिन के अन्त में उसे ३९ रु० मिले; तो उसने कितने दिन काम नहीं किया ?

यदि वह कुल ३६ दिन काम करता तो उसे ४५ रु० मिलते; ∴ काम न करने के कारण उसको (४५ – ३९) रु० वा ६ रु० कम मिले, परन्तु जिस दिन वह काम नहीं करता उस दिन उसे (१·२५ रु० + ०·२५ रु०) वा १·५० रु० की हानि होती है, ∴ जितने दिन उसने काम नहीं किया उसकी संख्या = ६ रु० ÷ १·५० रु० = ४ ।

उदाहरण ४ । मुझे एक मुख्य स्थान पर एक निश्चित् समय पर पहुँचना है । यदि मैं ५ किलो मीटर प्रति घण्टा चलूँ, तो ६ मिनट देर से पहुँचता हूँ और यदि ६ किलो मीटर प्रति घण्टा चलूँ, तो निश्चित् समय से १० मिनट पहले पहुँचता हूँ; तो मुझे कितनी दूर जाना है ?

यदि मैं ५ किलो मीटर प्रति घण्टा चलूँ, तो मुझे उस समय से १५ मिनट अधिक लगते हैं, जो ६ किलो मीटर प्रति घण्टा चलने में लगते हैं, और १ किलो मीटर चलने में पहली चाल में दूसरी चाल से २ मिनट अधिक लगते हैं, इसलिए मुझको (१६ ÷ २) अर्थात् ८ किलो मीटर जाना है ।

उदाहरण ५ । मुझे कुछ रुपया कुछ लड़कों में बाँटना है । यदि मैं प्रत्येक को ३ रु० देता हूँ तो ४ रुपये बचते हैं, और जो प्रत्येक को ५ रुपये देता हूँ तो ६ रु० और चाहिए; तो बताओ मुझे कितने रुपये बाँटने हैं ?

प्रत्येक को ३ रु० के स्थान में ५ रु० देने से प्रत्येक लड़के को २ रु० अधिक देने पड़ते हैं, और कुल (४ रु० + ६ रु०) वा १० रु० अधिक दिये जाते हैं । लड़कों की संख्या = १० रु० ÷ २ रु० = ५, ∴ मुझे (३ रु० × ५ + ४ रु०) वा १९ रु० बाँटने हैं ।

उदाहरण ६ । एक किलो ग्राम चाय और ४ किलो ग्राम चीनी के मूल्य १५ रु० हैं; परन्तु यदि चीनी के मूल्य ५० और चाय के १० प्रति शत बढ़ जायँ तो उनके मूल्य १८·१० रु० हो जायँ, तो चाय और चीनी के मूल्य प्रति किलो ग्राम बताओ ।

यदि चाय और चीनी दोनों के मूल्य ५० प्रति शत बढ़ जाते, तो १ किलो ग्राम चाय और ४ किलो ग्राम चीनी के मूल्य २५·५० रु० होते; परन्तु चाय के मूल्य केवल १० प्रति शत बढ़ते हैं; ∴ १ किलो ग्राम चाय

के मूल्य का ४० प्रति शत=२२·५० रु०—१८·१० रु०=४·४० रु०; ∴ १ किलो ग्राम चाय के मूल्य=११ रु०; ४ किलो ग्राम चीनी के मूल्य=१५ रु०—११ रु०=४ रु०; ∴ १ किलो ग्राम चीनी के मूल्य=१ रु०।

उदाहरण ७। तीन बटोहियों ने मिलकर भोजन किया; पहले के पास ३ रोटियाँ थीं। दूसरे के पास २ और तीसरे ने जिसे रोटियों का हिस्सा मिला दोनों को ५ पै० दिये, तो उन्हें आपस में किस प्रकार बाँटना चाहिए?

प्रत्येक ने $\frac{५}{३}$ रोटी खाई; ∴ पहले ने (३ − $\frac{५}{३}$) रोटी और दूसरे ने (२−$\frac{५}{३}$) रोटी तीसरे को दीं; ∴ ५ पै० जो तीसरे ने दिये (३ − $\frac{५}{३}$) और (२ − $\frac{५}{३}$) के अनुपात से बँटने चाहिए अर्थात् ४ और १ के अनुपात से; ∴ पहले को ४ पै० और दूसरे को १ पै० मिलेगा?

उदाहरण ८। क और ख की अवस्थाओं का जोड़ अब ४५ वर्ष है और ५ वर्ष पूर्व उनकी अवस्थाएँ ३ : ४ के अनुपात में थीं; तो उनकी वर्त्तमान अवस्था बताओ।

५ वर्ष पूर्व क और ख की अवस्था का जोड़ ३५ वर्ष था। यदि ३५ वर्ष ३ : ४ के अनुपात से बाँटे जायँ, तो भाग १५ वर्ष और २० वर्ष होंगे;

∴ क की वर्त्तमान अवस्था (१५+५) वा २० वर्ष है और ख की (२०+५) वा २५ वर्ष है।

उदाहरण ९। क की अवस्था ख की अवस्था से दूनी और ग की अवस्था से ४ वर्ष अधिक है, और तीनों की अवस्थाओं का जोड़ ७१ वर्ष है; तो प्रत्येक की अवस्था बताओ।

यदि ग की अवस्था क के समान होती तो तीनों की अवस्थाओं का जोड़ ७५ वर्ष होता, अब ७५ को २, १ और २ के अनुपात से बाँटने से हिस्से ३०, १५ और ३० होते हैं, ∴ क की अवस्था ३० वर्ष, ख की १५ वर्ष और ग की (३० − ४) वा २६ वर्ष है।

उदाहरण १०। क और ख ने बराबर पूँजी से वाणिज्य आरम्भ किया। वर्ष के अन्त में क को ६०० रु० का लाभ हुआ और ख ने अपनी $\frac{१}{६}$ पूँजी टोटे में दे दी। अब क के पास ख से दूना है, तो प्रथम प्रत्येक के पास क्या था?

(ख की पूँजी का $\frac{९}{१०}$)×२=क की पूँजी+६०० रु०,
∴(क की पूँजी का $\frac{९}{१०}$)×२= ,, ,, ,,
∴क की पूँजी का $\frac{१८}{१०}$ वा $१\frac{४}{५}$= ,, ,, ,,

अर्थात् क की पूँजी+क की पूँजी का $\frac{४}{५}$=क की पूँजी+६०० रु०,
∴ क की पूँजी का $\frac{४}{५}$=६०० रु०,
∴ क की पूँजी=६००×$\frac{५}{४}$=७५० रु०, उत्तर।

उदाहरण ११। २५० रु० को ऐसे दो भागों में विभाग करो कि पहले भाग का ३ गुना और दूसरे भाग का ५ गुना मिलकर ९५० के बराबर हो।

पहले भाग का ३ गुना+दूसरे भाग का ५ गुना=९५०.........(१)
और पहला भाग+दूसरा भाग=२५०।
∴ पहले भाग का ३ गुना+दूसरे भाग का ३ गुना=७५०......(२)
∴ (२) को (१) में से घटाने से दूसरे भाग का २ गुना=२००,
∴दूसरा भाग=१०० रु०,
और ∴पहला भाग=२५०−१००=१५० रु०।

उदाहरण १२। आम प्रति शत १० रु० के भाव से मोल लिए, तो प्रति शत किस भाव से बेचने चाहिए; कि १०० रु० पर २५० आम की बिक्री के दामों का लाभ हो?

१०० रु० १००० आम की लागत के मूल्य हैं, ∴(१००−२५०) वा ७५० आम १०० रु० को बेचने चाहिए; ∴१०० आम की बिक्री के मूल्य= १०० रु०×$\frac{१००}{७५०}$=$१३\frac{१}{३}$ रु०, उत्तर।

उदाहरण १३। दो मनुष्यों के पास जो एक ही जगह को जाते हैं कुल २४० किलो ग्राम बोझ है। उनको क्रम से ४.५० रु० और ३ रु० बोझ का भाड़ा देना पड़ा। यदि कुल बोझा एक ही मनुष्य का होता, तो उसे ८.२५ रु० बोझे का भाड़ा देना पड़ता, तो कितना बोझा बिना भाड़े प्रत्येक सवारी ले जा सकती है?

∵४.५० रु०+३ रु०=२४० किलो ग्राम का भाड़ा−२ गुना बिना भाड़े के बोझ का भाड़ा, और ८.२५ रु०=२४० किलो ग्राम का भाड़ा− १ गुना बिना भाड़े के बोझ का भाड़ा, ∴बिना भाड़े के बोझे का भाड़ा=८.२५ रु०−(४.२५ रु०+३ रु०)=७५ पै०;

∴(८·२५ रु० + ७५ पै०) वा ९ रु० = २४० किलो ग्राम का भाड़ा;

∴ ७५ पै० = २० किलो ग्राम का भाड़ा; ∴ २० किलो ग्राम बिना भाड़े जा सकता है।

उदाहरण १४। दो तोपें एक ही स्थान से ६ मिनट के अन्तर से छूटीं। परन्तु एक मनुष्य ने जो उस स्थान की ओर आ रहा था छूटने की आवाज़ ५ मिनट ५१ सेकण्ड के अन्तर से सुनी, तो उसकी चाल बताओ, यदि आवाज़ ३४१३८ सें० मी० प्रति सेकण्ड चलती हो।

५ मिनट ५१ सेकण्ड वा ३५१ सेकण्ड में मनुष्य इतनी दूर चलता है, जितनी दूर आवाज़ (६ मिनट − ५ मिनट ५१ सेकण्ड) वा ९ सेकण्ड में चलेगी; परन्तु १ सेकण्ड में आवाज़ ३४१३८ × ९ सें० मी० चलती है;

∴ ३५१ सेकण्ड में मनुष्य ३४१३८ × ९ सें० मी० चलता है;

$$∴ \text{१ घण्टे में उसकी चाल} = \frac{३४१३८ \times ९ \times ६० \times ६०}{·३५१ \times १०० \times १०००} \text{ किलो मीटर}$$

$$= ३१·५१२ \text{ किलो मीटर।}$$

उदाहरण १५। ४९ रु० १५० बालकों में बाँटे गये। प्रत्येक लड़के को २५ पै० और प्रत्येक लड़की को ५० पै० मिले, तो कुल लड़के कितने थे?

यदि प्रत्येक बालक को २५ पै० दिये जाते, तो ३७·५० रु० व्यय होते और लड़कों को हिस्सा मिल जाता; इसलिए शेष ११·५० रु० केवल लड़कियों में बाँटे जाने चाहिए और प्रत्येक को २५ पै० देने चाहिये; इसलिए लड़कियों की संख्या वही है जितनी बार २५ पै०, ११·५० रु० में मिश्रित हैं, इसलिए लड़कियों की संख्या ४६ और लड़कों की संख्या १०४ है।

इस उदाहरण का साधन अनु० २१४ की रीत्यनुसार भी इस प्रकार हो सकता है; जब ४९ रु० १५० बालकों को दिये जाते हैं, तो औसत से प्रत्येक को $\frac{४९}{१५०}$ रु० या $\frac{९८}{३}$ पै० मिलते हैं, इसलिए प्रश्न इस प्रकार किया जा सकता है—'प्रत्येक लड़के को २५ पै० और प्रत्येक लड़की को ५० पै० मिले, तो उनको किस प्रकार मिलना चाहिए कि प्रत्येक की औसत $\frac{९८}{३}$ पै० की पड़ जाय।" इसलिए अनु० २१४ की विधि से लड़कों और लड़कियों की संख्या में अनुपात $(५० - \frac{९८}{३}) : (\frac{९८}{३} - २५)$

वा १०४ : ४६ का होना चाहिए परन्तु १०४+४६=१५०; ∴ लड़कों की संख्या १०४ और लड़कियों की ४६ है।

उदाहरण १६। एक रियासत २० वर्ष की आय पर मोल ली गई; तो लागत के रुपये पर ब्याज प्रति शत क्या पड़ेगा?

["एक रियासत २० साल की आय पर मोल ली गई" से यह अभिप्राय है कि रियासत वार्षिक आय से २० गुने को मोल ली।]

यदि रियासत का मूल्य २० रु० है, तो आय १ रु०,
∴ यदि रियासत का मूल्य १०० रु० है, तो आय ५ रु० है;
∴ ब्याज की दर ५ प्रति शत है।

उदाहरण १७। यदि ३६ बैल ४ सप्ताह में ४८० एअर खेत में जो घास खड़ी है और जो इस समय में उगती है कुल खा जायँ और २१ बैल उसी को ९ सप्ताह में खायें, तो कितने बैल उसमें १८ सप्ताह तक चर सकेंगे, यदि यह समझ लिया जाय कि घास की बढ़वारी सर्वदा एक सी ही रहती है।

उगी घास+४ सप्ताह की बढ़वारी ३६ बैलों को ४ सप्ताह को होती है,
∴ ,, ,, ,, १ बैल को १४४ सप्ताह को होती है,
और उगी घास+९ सप्ताह की बढ़वारी २१ बैलों को ९ सप्ताह को होती है।

∴ उगी घास+९ सप्ताह की बढ़वारी १ बैल को १८९ सप्ताह की होती है; इसलिए दूसरी पंक्ति को चौथी में से घटाने से,

५ सप्ताह की बढ़वारी १ बैल को ४५ सप्ताह को होती है;
∴ १ सप्ताह की बढ़वारी १ बैल को ९ ,, ,, ;
∴ १६ सप्ताह की बढ़वारी १ बैल को १४४ ,, ,, ;
परन्तु उगी घास+४ सप्ताह की बढ़वारी १ बैल को १४४ ,, ;
∴ उगी घास=१२ सप्ताह की बढ़वारी।
अब, १ सप्ताह की बढ़वारी १ बैल को ९ सप्ताह को होती है;
∴ १ सप्ताह की बढ़वारी ½ बैल को १८ ,, ,, ,, ;
∴ (१२+१८) वा ३० सप्ताह की बढ़वारी १५ बैलों को १८ ,, ,, ;
अर्थात् उगी घास+१८ सप्ताह की बढ़वारी १५ बैलों को १८ ,, ,, ;

१५ बल, उत्तर।

प्रश्नमाला १७१

(१) एक मनुष्य को कुछ नारङ्गी बेचनी थीं; जो कुछ उसके पास थीं उनका आधा और १ अधिक क को बेचीं; जो कुछ बच रहीं उनका आधा और १ अधिक ख को और अब जो बचीं उनका आधा और १ अधिक ग को, फिर जो कुछ बचीं उनका आधा और १ अधिक घ को। इस प्रकार कुल नारङ्गी उसके पास की बिक गयीं; तो बताओ उसके पास सबसे पहले कितनी नारङ्गी थीं।

(२) एक चोर ने सिराजुद्दौला के महल से कुछ रुपया चुराया, निलकते समय दरवान ने उसे पकड़ लिया और उससे आधा रुपया और २० रुपया अधिक लेकर छोड़ दिया; फिर उसे संतरी (पहरेवाले) ने फाटक पर पकड़ा और जो उसके पास था उसका $\frac{1}{3}$ और १० रुपया अधिक लेकर छोड़ दिया। अन्त में उससे कोतवाल ने जो कुछ उसके पास रहा था उसका $\frac{1}{4}$ और ६ रु० अधिक लेकर छोड़ दिया। इस प्रकार उससे सब चोरी का रुपया छिन गया, तो बताओ उसने कितना रुपया चुराया था।

(३) एक घर का मासिक व्यय, जब चावल २ किलो ग्राम प्रति रुपया बिकते हैं, ७५ रुपया है, जब चावल २·५० किलो ग्राम प्रति रुपया बिकते हैं, तब ७२ रुपये (अन्य व्यय वही रहते हैं); जब चावलों का भाव ३ किलो ग्राम प्रति रुपया हो, तो मासिक व्यय क्या होगा?

(४) एक मज़दूर १५ दिन को नौकर रखा गया और उससे यह ठहराया कि जिस दिन काम करेगा उस दिन उसे १·५० रु० मिलेंगे और जिस दिन काम न करेगा उस दिन उस पर ५० पै० दण्ड होगा। कुछ समय के अन्त में उसे १६·५० रु० मिले; तो बताओ उसने कितने दिन काम नहीं किया।

(५) मुझे एक नियत स्थान पर एक नियत समय पर पहुँचना है। यदि मैं ४ किलो मीटर प्रति घण्टा चलता हूँ, तो १० मिनट समय से पीछे पहुँचता हूँ और यदि ५ किलो मीटर प्रति घण्टा चलूँ, तो समय से ८ मिनट पहले पहुँचता हूँ, तो मुझे कितनी दूर जाना है?

(६) मुझे कुछ रुपया कुछ लड़कों में बाँटना है। यदि प्रत्येक लड़के को २ रुपये दिये जायँ, तो ४ रुपये बच रहते हैं, और यदि प्रत्येक लड़के

को ३ रु० दिये जायँ, तो ३ रुपये अधिक उठ जाते हैं; तो मुझे कितने रुपये बाँटने हैं?

(७) मुझे कुछ धन से नियत-संख्या अख़रोटों की मोल लेनी है। यदि प्रति रु० ४० की दर से लेता हूँ, तो ५ रु० अधिक उठते हैं, और यदि प्रति रु० ५० की दर से, तो १० रु० कम; तो मुझे कितना धन व्यय करना है?

---

(८) एक किलो ग्राम चाय और ३ किलो ग्राम क़हवे का मूल्य ३० रु० है। यदि क़हवा का मूल्य ३३$\frac{1}{3}$ और चाय का मूल्य ५० प्रति शत बढ़ जाय, तो उनका मूल्य ४२ रु० होगा; तो चाय और क़हवे का मूल्य प्रति किलो ग्राम बताओ।

(९) ३ किलो ग्राम चाय और ४ किलो ग्राम चीनी का मूल्य ४० रु० है। यदि चीनी २५ प्रति शत भाव में बढ़ जाय और चाय २५ प्रति शत घट जाय और उनका मूल्य ३२ रु० हो जाय; तो चाय और चीनी का मूल्य प्रति किलो ग्राम बताओ।

(१०) तीन बटोही खाने के लिए इकट्ठे हुए। पहले के पास ३ रोटियाँ थीं, दूसरे के पास ४, तीसरे ने जो रोटियों का हिस्सा लिया उनके बदले में दोनों को १४ पै० दिये; तो दोनों को यह मूल्य किस प्रकार बाँटने चाहिये?

(११) दो मनुष्यों के पास मिले हुये दो खेत क्रम के ७०० एअर और ५०० एअर के हैं। उन्होंने दोनों को मिलाकर तीसरा साझी और कर लिया और उससे यह ठहरा कि वह १२०० रु० दे, और कुल धरती में प्रत्येक $\frac{1}{3}$ का साझी रहे; तो यह १२०० रु० पहले खेत वालों को आपस में किस प्रकार बाँटना चाहिए?

(१२) क, ख, ग की अवस्थाओं का जोड़ अब ९० वर्ष है। १० वर्ष पहले उनकी अवस्था ३ : ४ : ५ के अनुपात से थीं, तो उनकी वर्त्तमान अवस्थाएँ बताओ।

(१३) क, ख से दूना बड़ा है और ग से ५ वर्ष बड़ा; उनकी अवस्थाओं का जोड़ ४५ वर्ष है, तो प्रत्येक की अवस्था बताओ।

(१४) ८० रु० को क, ख, ग में इस प्रकार बाँटों कि क को ख का तिगुना और ख को ग से १० रु० अधिक मिलें।

(१५) क और ख ने बराबर पूँजी से वाणिज्य आरम्भ किया; वर्ष के अन्त में क को १३० रु० लाभ हुए और ख को पूँजी के $\frac{१}{१५}$ की हानि रही; अब क के पास ख से दूना हो गया; तो बताओ प्रत्येक के पास आरम्भ में कितना रुपया था।

---

(१६) क और ख ने समान पूँजी से वाणिज्य किया; कुछ समय के अन्त में क को अपनी पूँजी का $\frac{१}{४}$ लाभ हो गया, और ख को २०० रुपये की हानि रही। ख के पास अब क के पास का $\frac{१}{३}$ है, तो बताओ प्रत्येक के पास पहले क्या था।

(१७) १५५ को ऐसे दो भागों में विभक्त करो कि पहले भाग का दूना और दूसरे का तिगुना मिलकर ३७० के बराबर हो।

(१८) १०० के ऐसे दो भाग करो कि एक भाग का $\frac{१}{२}$ और दूसरे का $\frac{१}{३}$ मिलकर ४० के समान हो।

(१९) ३५० को ऐसे दो भागों में विभक्त करो कि पहले भाग का ३ गुना और दूसरे का $\frac{१}{३}$ मिलकर २५० के समान हो।

(२०) ५ रु० प्रति शत के भाव से आम मोल लिए। अब वह प्रति शत किस भाव से बेचे जायँ कि १०० रु० पर २०० आमों की बिक्री के मूल्यों का लाभ हो।

(२१) १ रु० प्रति किलो ग्राम खाँड़ मोल ली, तो प्रति किलो ग्राम किस भाव से बेची जाय कि ४० रु० पर ८ किलो ग्राम की बिक्री के मूल्य का लाभ हो?

---

(२२) दो सवारियों के पास, जो एक ही जगह को जाती हैं, मिलकर ३२० किलो ग्राम बोझा है; उनको क्रम से ८ रु० और ४ रु० बोझे के भाड़े के देने पड़े। यदि कुल बोझा एक सवारी का होता, तो उसको बोझे का भाड़ा १४ रु० देना पड़ता; तो बताओ प्रत्येक के पास कितना बोझा था और कितना बोझा बिना भाड़े जा सकता है।

(२३) दो तोपें एक ही स्थान से १० मिनट के अन्तर से छूटीं; परन्तु एक मनुष्य ने जो उस स्थान की ओर आ रहा था, तोप छूटने की ध्वनि ९ मिनट ३० सेकण्ड के अन्तर से सुनी। यदि ध्वनि

३४१४३ सें० मी० प्रति सेकण्ड चलती हो, तो उस मनुष्य की चाल बताओ।

(२४) दो तोपें एक ही स्थान से १५ मिनट के अन्तर से छूटीं: परन्तु एक मनुष्य ने जो उस स्थान से दूर को जा रहा था; तोपें छूटने की ध्वनि १५ मिनट ३० सेकण्ड के अन्तर से सुनीं। यदि ध्वनि ३४१०० सें० मी० प्रति सेकण्ड चलती हो; तो उस मनुष्य की चाल प्रति घण्टा बताओ।

(२५) दो तोपें एक स्थान से २८ मिनट के अन्तर से छूटीं, और एक मनुष्य ने जो उस स्थान की ओर २२$\frac{14}{55}$ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से आ रहा था, तोपें छूटने की ध्वनियाँ २७ मिनट ३० सेकण्ड के अन्तर से सुनीं; तो ध्वनि की चाल प्रति सेकण्ड निकालो।

(२६) एक नगर में समान अन्तर से तोपें छूटती हैं और एक सवार जो नगर की ओर १५ किलो मीटर प्रति घण्टा की चाल से आ रहा है, तोपों की ध्वनि १५ मिनट के अन्तर से सुनता है। यदि ध्वनि ३३० मीटर प्रति सेकन्ड चलती हो; तो बताओ तोपें किस अन्तर से छूटती हैं।

(२७) एक नगर में, जिसकी ओर एक सवारीगाड़ी ४८ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से जा रही है, १० मिनट के अन्तर से तोपें छूटती हैं। यदि ध्वनि ३४५ मीटर प्रति सेकण्ड चलती हो; तो बताओ सवारियाँ किस अन्तर से तोप छूटने की ध्वनि सुनेंगी।

(२८) ६० रु०, ५० बालकों में इस प्रकार बाँटे गये कि प्रत्येक लड़की को २ रु० और प्रत्येक लड़के को १ रु० मिला; तो बताओ लड़के कितने थे।

---

(२९) आम और नारङ्गी के ३५ फल ४·५० रु० को लिए। यदि लागत प्रति आम १० पै० और प्रति नारङ्गी १५ पै० हो, तो नारङ्गी कितनी थीं?

(३०) सोने और चाँदी का एक टुकड़ा ६ घन इञ्च का १०० औंस तोल में है। यदि एक घन इञ्च सोना २० औंस और १ घन इञ्च चाँदी १२ औंस तोल में हो, तो जो सोना टुकड़े में हो उसकी तोल बताओ।

(३१) १९ ग्रेन सोना वा १२ ग्रेन चाँदी १ ग्रेन पानी के स्थान में आती है। यदि एक सोने और चाँदी की अँगूठी ८८ ग्रेन तोल में हो और ५ ग्रेन पानी के स्थान में आ जाय, तो उसमें कितने ग्रेन चाँदी है?

(३२) एक किसान के पास बैल प्रत्येक २५० रु० मूल्य के और भेड़ प्रत्येक ४५ रु० मूल्य की हैं। बैल और भेड़ों की कुल संख्या ३५ है और उनका मूल्य ३८३० रु० है, तो प्रत्येक की संख्या बताओ।

(३३) कितने वर्ष की आय पर एक माफ़ी की रियासत लेनी चाहिये जिससे ब्याज प्रति शत ५ पड़ जाय?

(३४) एक रियासत २५ वर्ष की आय पर ४०००० रु० की ली गई; परन्तु $\frac{1}{4}$ बिक्री का रुपया ६ प्रति शत ब्याज से रेहन पर रहा। लगान उघाने का व्यय १०० रु० वार्षिक है, तो लेनेवाले को लागत के रुपये पर ब्याज प्रति शत क्या मिला?

(३५) यदि १० बैल ५ सप्ताह में २८० एकर खेत की घास उगी हुई और जो उसमें इस समय में उगती है, खा लेते हैं, और ११ बैल उसी को ४ सप्ताह में, तो खेत में प्रथम कितने सप्ताह की घास की बढ़वारी है?

---

(३६) यदि २० बैल ४ सप्ताह में १६० एकर खेत की उगी हुई घास और जो उसमें इस समय में उगती है सब खा लेते हैं, और १० बैल उसी को १० सप्ताह में, तो ५ सप्ताह तक उसमें कितने बैल चर सकेंगे, यदि घास की बढ़वारी सर्वदा एकसी ही मान ली जाय?

(३७) यदि २५ घोड़े एक खेत की १४०० एकर घास ११ दिन में खायँ; तो कितने समय में २० घोड़े दूसरे २२४० एकर खेत की घास खाते हैं, जबकि दूसरे खेत में पहले से प्रति एकर दूनी घास है और बढ़वारी छोड़ दी जाती है? (हिसाब में बढ़वारी नहीं लगाई जाती) और दोनों खेतों की बढ़वारी में क्या अनुपात होना चाहिए कि तुम्हारा उत्तर सर्वथा शुद्ध हो?

(३८) एक कुएँ में पानी सोते से जो एक बराबर एकसा चलता रहता है, आता है। जब कुएँ में १०००० घन मीटर पानी हो, तो ७ मनुष्य उसको २० दिन में ख़ाली कर सकते हैं, और जब १५००० घन मीटर पानी हो, तो ५ मनुष्य ५० दिन में; तो कुएँ में कितने घन मीटर पानी सोते से एक दिन में आता है?

(३९) एक जलपात्र में एक नल का पानी आने का है और दो समान नल ख, ग पानी निकालने के हैं। क खोला गया, जब पात्र थोड़ा भर गया तब ख भी खोल दिया और पात्र ३ घण्टे में ख़ाली हो गया। यदि ख के साथ ग भी खोल दिया जाता, तो पात्र एक घण्टे में ख़ाली हो जाता; तो क से कितनी देर पीछे ख खोला गया ?

(४०) एक पात्र में दो नल हैं—एक पानी डालने का और दूसरा पानी निकालने का। यदि दोनों एक साथ खोल दिये जायँ, तो पात्र ९ घण्टे में भर जाता है; किन्तु यदि पानी डालने के नल से निकालने का नल १ घण्टा पीछे खोला जाय, तो पात्र ७ घण्टे में भर जाता है, तो पानी डालने का नल कितने समय में ख़ाली पात्र को भर सकता है ?

(४१) तीन लिटर के ३० डोल पानी से एक चूनेवाला जलपात्र ५ घण्टे में भरता है, परन्तु चार लिटर के २० डोल पानी से ३ घण्टे में जबकि पानी अन्तर से डाला जाता है; तो बताओ पात्र में कितना पानी आता है और किस समय में वह चू कर ख़ाली हो जायगा।

अभ्यासार्थ प्रश्नमाला १७२

(पहला भाग)

(१) १००३०२००७२००२१ को शब्दों में लिखो।

(२) ६६६७४ – ९६४५ – २०१ + ८४३ – ८७६१ का मान बताओ।

(३) ५१४२५ के रूढ़ उत्पादक निकालो।

(४) $\frac{१८५७७}{३०००६}$ को लघुतम रूप में लाओ।

(५) २३·००१ और ·०४१४ का योगफल और अन्तर निकालो।

(६) १४·३५ रु० के $\frac{३}{५}$ का मान बताओ।

---

(७) ३२००१०३१०२ को शब्दों में लिखो।

(८) सबसे बड़ी जानी हुई रूढ़ संख्या यह है $१२५१^{२} + २९२०^{२}$; इस संख्या को बताओ।

(९) जब २५ रु० में से, ५ रु० ४४ पै०, ३ रु० २८ पै०, २ रु० ९५ पै० और १० रु० ८१ पै० चुका दिये जायँ, तो क्या शेष रहेगा ?

(१०) २३७९१ और ८०२९ का महत्तम समापवर्त्तक निकालो।

(११) $१६\frac{४}{३५}$ में से $१४\frac{५१}{१४०}$ घटाओ।

(१२) ·०३८ को ·००४२ से गुणा करो और ·०३२१७ को ६·२५ से भाग दो।

(१३) २४० रु० के ·००६२५ का मान बताओ।

(१४) दो करोड़ नब्बे लाख बारह हज़ार चार में से एक करोड़ पाँच लाख तीन हज़ार बीस घटाओ।

(१५) ७६५३८९ को ६४१६४ से तीन पंक्तियों में गुणा दो।

(१६) मैं नगर को १७९·५० रु० लेकर गया; तो एक दर्जन कुर्सियाँ प्रत्येक १३ रु० को मोल लेने के पश्चात् मेरे पास क्या रहा?

(१७) ९६६९ और १६११५ का लघुतम समापवर्त्य निकालो।

(१८) $\frac{१४}{१७}$, $३\frac{१}{६}$, $१\frac{५}{५१}$ और $\frac{७}{३७}$ को जोड़ो।

(१९) $·०००३ + \frac{८१७}{३१२५} - ·००८४९ + \frac{३६१}{८००}$ को दशमलव रूप में लिखो।

(२०) २ रु० ३४ पै० के $\frac{७}{९}$ के $\frac{५}{१३}$ को ३ रु० ४० पै० के $\frac{३}{५}$ के $\frac{४}{१७}$ के भिन्न के रूप में लिखो।

(२१) ९४४ को शब्दों में और चार सौ निन्यानवे को अङ्कों में लिखो।

(२२) ३८७६५९ को ८५६७२ से ३ पंक्तियों में गुणा दो।

(२३) ८७ घोड़ों को ९२१ रु० प्रत्येक के भाव से बेचकर ८७ रु० प्रत्येक के भाव की कितनी गायें मोल ली जा सकती हैं?

(२४) $\dfrac{६\frac{३}{४} - १\frac{५}{१४}}{२\frac{१}{६} + १\frac{३}{७}}$ को सरल करो।

(२५) ·००६१३४ को ८०·०३२ से गुणा देकर गुणनफल को ·००३२ से भाग दो।

(२६) १ पै० के $(८ \div १\frac{१}{४})$ को २·४० रु० के दशमलव रूप में लिखो।

(२७) यदि १ रु०, २ शि० $\frac{१}{५}$ पें० का हो और १ डालर, ४ शि० $४\frac{१}{५}$ पें० का; तो रुपयों की सबसे छोटी सख्या बताओ जिनके पूरे डालर ख़रीद सकें।

(२८) किस संख्या का ७६ के साथ वही गुणनफल होगा, जो १५३ का ३८० के साथ ?

(२९) सबसे बड़ी संख्या बताओ, जिससे ३४५६, २६२४४ और ९९२२५ से प्रत्येक को पूरा भाग लग सकता है।

(३०) $\frac{३}{४} \times \frac{५}{८} \div १\frac{१}{३}$ का $१\frac{१}{५}$ को सरल करो।

(३१) सबसे छोटी भिन्न बताओ जिसे $\frac{१}{३} - \frac{१}{४}$ का $\frac{१}{५} - \frac{१}{६}$ जोड़ने से योगफल पूर्णाङ्क हो।

(३२) क ने एक काम का ·००२५ किया और ख ने उसका ·७८५५; तो कितना काम करने को रहा ?

(३३) कौनसी संख्या ३५ का वही अपवर्त्य है जो ३४५६, ९ का है ?

(३४) यदि मेरी वार्षिक आय ३५०० रु० हो और ३९७·५० रु० वार्षिक बचाऊँ, तो मेरा प्रति दिन का औसत व्यय बताओ।

(३५) $\dfrac{(\frac{१}{२} - \frac{१}{३}) \text{ का } (\frac{३}{८} - \frac{१}{९})}{\frac{१}{२} - \frac{१}{३} \text{ का } \frac{१}{८} - \frac{१}{९}}$ को सरल करो।

(३६) यदि $२१\frac{५}{७}$ और $३\frac{६}{११}$ का योगफल $२\frac{१}{४}$ और $\frac{७}{८}$ के गुणनफल में जोड़ा जाय, तो इस फल और २८ में क्या अन्तर होगा ?

(३७) $३\frac{१९}{३४७}$ को दशमलव रूप में लाओ।

(३८) $·२७\dot{८}९\dot{९}$ के समान सामान्य भिन्न बताओ।

(३९) ६·६६ रु० का $\frac{३}{८}$ + १२·५४ रु० का ·३७५ का मान बताओ।

(४०) वह कौनसी सबसे छोटी संख्या है, जो यदि ९७८५४ में से घटाई जाय, तो शेष १४१ से पूरी बँट जाय ?

(४१) $\frac{२}{५}, \frac{३}{७}, \frac{३७}{७०}$ को क्रम से मानानुसार लिखो।

---

(४२) $\frac{२}{३} \div \frac{३}{४}$ के १२ को $\frac{२}{३}$ का $\frac{३}{४} \div १२$ से भाग दो।

(४३) $३·७\dot{२}\dot{५} + ·००\dot{२} + ·२७\dot{२}\dot{५}$ को जोड़ो।

(४४) ३ रु० के $·०\dot{३}$ को १·५ रु० के $\frac{३}{४}$ के दशमलव में करो।

(४५) सबसे छोटी संख्या बताओ, जिसे ३०३२१ में जोड़ने से योगफल ६८१ से पूरी बँट जाय।

(४६) एक बिल १४·६३ रु० का कुछ मनुष्यों को समान भागों में चुकाना है। यदि तीन उनमें से मिलकर ३·९९ रु० दें, तो बताओ कितने मनुष्य भाग देते हैं।

(४७) २$\frac{१०}{१७}$ + १$\frac{३३}{३५}$ ÷ $\frac{८७}{३८}$ × २$\frac{१४}{६६}$ को सरल करो।

(४८) ३५२·९५६२४ को ·०००५०४ से भाग दो।

---

(४९) १·४ ÷ १·$\dot{१}\dot{३}$ को दशमलव रूप में लिखो।

(५०) २३१$\frac{१}{४}$ पै० के ·५४३ के पै० बनाओ।

(५१) समय की सबसे बड़ी इकाई बताओ, जिसके द्वारा २ घण्टे ३ मिनट और १ घण्टा ४ मिनट ३० सेकण्ड पूर्णाङ्क रूप में लिखे जा सकते हैं।

(५२) मैं एक संख्या को ३६ से गुणा करके गुणनफल को १२ से भाग देता हूँ, तो भाग ३७४१८१ आता है, उस संख्या को बताओ।

(५३) क और ख के पास मिलाकर ३६·८६ रु० हैं; क के पास ख से ३·२४ रु० अधिक हैं, तो बताओ ख के पास क्या है।

(५४) $\frac{५१८४}{१९००८}$ को लघुतम रूप में लाओ।

(५५) ८$\frac{६}{१६}$ और ७$\frac{५}{११}$ के सबसे निकट के पूर्णाङ्क बताओ।

---

(५६) ५·३१२ को ·०१२५ से गुणा और भाग देकर गुणनफल और भागफल का अन्तर निकालो।

(५७) (२·३$\dot{६}\dot{४}$ − १·६$\dot{९}\dot{७}$) + १·$\dot{३}$ × (२·$\dot{४}$ + ७·$\dot{५}$) को सरल करो।

(५८) एक भाग में शेषफल से भाजक ७ गुना और भागफल ५ गुना है; यदि शेष ३६० हो तो भाज्य क्या होगा?

(५९) १३७२४ चीज़ों का मूल्य प्रत्येक १५ रु० ४३$\frac{१}{३}$ पै० की दर से बताओ।

(६०) ७$\frac{१}{५}$ + ६$\frac{२}{३}$ को २$\frac{१}{१३}$ − $\frac{२३}{५३}$ से गुणा करो।

(६१) यदि मैं ६$\frac{२}{३}$ किलो मीटर चला जाऊँ, तो १५ किलो मीटर की यात्रा का कौनसा भाग चल चुका?

(६२) १५५०$\frac{१४}{१६}$ को कितने से भाग दें कि भागफल ४५९$\frac{१}{३}$ हो?

(६३) यदि एक मीटर ३९·३७ इञ्च हो, तो ३ मील में कितने मीटर होंगे?

(६४) जब २०८०४०० को एक संख्या से भाग दिया जाता है; तो भागफल ३८१ होता है और १६६४ शेषफल रहता है, तो वह संख्या क्या है ?

(६५) यदि $२\frac{१}{१५}$ किलो ग्राम का मूल्य १८५१·३२ रु० हो, तो १ किलो ग्राम का मूल्य बताओ।

(६६) $\frac{३ - ४\frac{१}{७} + २\frac{१}{३}}{३ \times २\frac{१}{३} - ४\frac{१}{७}} \div \frac{६\frac{१}{४} \text{ का } ४\frac{४}{५}}{११\frac{१}{५} - ६\frac{७}{१०}}$ को सरल करो।

(६७) ·७०२९ को ·०१६५ से भाग दो।

(६८) ५५ रु० का कौनसा दशमलव ७९ रु० में से निकाला जाय कि ४ रु० शेष रहें ?

(६९) यदि एक संख्या को ५, ६ और ७ से संलग्न (लगातार) भाग दिया जाय और शेषफल क्रम से २, ३ और ४ हों, तो शेषफल क्या होगा, जब उस संख्या को २१० से भाग दिया जाय ?

---

(७०) यदि १ किलो ग्राम का मूल्य २१ रु० २४ पै० हो, तो $\frac{७०}{५३१}$ किलो ग्राम का क्या मूल्य होगा ?

(७१) सन् १८९३ की पहली जनवरी को रविवार था, तो सन् १८९४ की १० फ़रवरी को क्या वार होगा ?

(७२) $\frac{७\frac{६}{११}}{८\frac{७}{३४}} \div \frac{२\frac{५}{६}}{७\frac{१}{२}}$ के $\frac{८१\frac{४}{११}}{५\frac{१}{१६}}$ का मान बताओ।

(७३) यदि एक ७ मीटर लम्बे रस्से में से $१\frac{१}{५}$ मीटर लम्बे जितने टुकड़े कट सकें काट लिये जायँ; तो कुल रस्से की कौनसी भिन्न बच रहेगी ?

(७४) $\cdot\dot{१}४२८५\dot{७} + \cdot\dot{८}५७१४\dot{२} - \cdot\dot{२}८५७१\dot{४}$ को साधारण भिन्न में लाओ।

(७५) $\frac{१\cdot५}{\cdot०७५} \times \frac{३\cdot२५}{१\frac{१}{२}}$ को सरल करो।

(७६) ऐसी संख्या बताओ जिसका ३५ गुना यदि २५ में जोड़ा जाय, तो योगफल २५५४० हो।

---

(७७) यदि एक मनुष्य ४ मास में इतना व्यय करे, जितना वह ३ मास में कमावे; तो उसकी वार्षिक बचत क्या होगी; जबकि वह प्रत्येक ६ मास में २५०·५० रु० कमाता हो ?

(७८) $\dfrac{(३\frac{१}{३} - २\frac{१}{२}) \div \frac{५}{६} \text{ का } \frac{३}{७}}{२\frac{२}{३} \div (\frac{१}{२} + \frac{१}{५})}$ को सरल करो।

(७९) एक मनुष्य जिसकी डग ३२ इञ्च है, ४$\frac{३}{४}$ मील चलने में कितना डग रखेगा ?

(८०) ·७५४४५ को ·००६२५ से भाग दो।

(८१) एक मनुष्य ने ४००० किलो ग्राम चावल मोल लिए, उसे २४०० किलो ग्राम चावलों को प्रति किलो ग्राम १ रु० के भाव से बेचने में उतनी हानि रही जितनी बचे हुए चावलों को १·९० प्रति किलो ग्राम की दर से बेचने से लाभ हुआ; तो एक किलो ग्राम चावलों की लागत का मूल्य बताओ।

(८२) १०९ को किन रूढ़ संख्याओं से भाग देने से शेषफल ४ रहता है।

(८३) $\frac{६४७६}{६५१०} + \frac{४३४७}{४४१०} + \frac{६८३१}{६६३०}$ को जोड़ो।

---

(८४) १४·५७८ में से ·०५३ कितनी बार घटाया जा सकता है और शेषफल का परिमाण क्या होगा ?

(८५) ५५ पै० का $\cdot२\dot{३}\dot{६}$ + १·२० रु० का $\cdot५१\dot{६}$ को २·४० रु० के दशमलव में लिखो।

(८६) $\dfrac{(३·२ - २·९) \times १४७}{·००३ \times ·०००५}$ को सरल करो।

(८७) तीन घण्टे जो क्रम से १·२, १·८ और २·७ सेकण्ड के अन्तर से बजते रहे; एक साथ बजे; तो दूसरी बार एक साथ बजने से पूर्व प्रत्येक घण्टा कितनी बार बज चुकेगा।

(८८) भाग करने के पश्चात् शेषफल ९७ रहा और भागफल ५२१ और भाजक दोनों के योगफल से ९ अधिक है, तो भाज्य बताओ।

(८९) कपड़े के दो समान लम्बाई के टुकड़ों का मूल्य क्रम से १३·४१ रु० और १७·२८ रु० है। पहले का मूल्य प्रति मीटर ३७$\frac{१}{४}$ पै० है, तो दूसरे का मूल्य प्रति मीटर बताओ।

(९०) $\frac{१}{२}$ का $\frac{२}{३}$ का $\frac{५}{७}$ का ४२ को २$\frac{१}{५}$ और ४$\frac{५}{६}$ के योगफल से भाग दो।

(९१) $\frac{१}{२}\left[२ - \frac{१}{२}\left\{२ - \frac{१}{२}\overline{(२ - \frac{१}{२})}\right\}\right]$ को सरल करो।

(९२) $\frac{२६}{६५}$ को दशमलव रूप में लाओ।

(९३) २८·८ को २५·३ से गुणा करो और गुणनफल को ६·४८ से भाग दो।

(९४) दो स्थानों के बीच की दूरी २२ मीटर मापकर रखी गयी, परन्तु मापने का मीटर $\frac{१}{१०}$ सें० मी० कम लम्बा था, तो ठीक दूरी क्या थी ?

(९५) यदि ४·२५ रु० प्रत्येक वस्तु की दर से कुछ वस्तुओं का मूल्य ७४५०·२५ रु० हो तो उनकी संख्या बताओ।

(९६) $\frac{\frac{१}{२}-\frac{१}{३}}{\frac{१}{२}+\frac{१}{३}}$ का $\frac{\frac{१}{४}-\frac{१}{५}}{\frac{१}{४}+\frac{१}{६}}$ का $\frac{\frac{१}{६}-\frac{१}{७}}{\frac{१}{६}+\frac{१}{७}}$ का ११७ को सरल करो।

(९७) १·२५ रु० के $\frac{·४२६ \times ·४२६ - ·१७४ \times ·१७४}{·४२६ - ·१७४}$ का मान बताओ।

---

(९८) $५·\dot{१}४२८५\dot{७}$ में से ५·१४२८५७ को घटाओ।

(९९) १·००६२५ को १३२·५ से पाँच दशमलव अङ्क तक भाग दो।

(१००) ४ घण्टे ४८ मिनट को ६ घण्टे के दशमलव में लिखो।

(१०१) एक मनुष्य के पास एक मकान का $\frac{३}{१६}$ है। अपने भाग का $·१\dot{३}५\dot{१}$ उसने बेच डाला, तो कुल मकान का कौनसा भाग उसके पास शेष रहा?

---

(१०२) एक पहिया जो प्रति ३ मिनट में २४३ चक्कर करता है, उतनी देर में कितने चक्कर करेगा, जितने देर ११ मिनट में ३७४ चक्कर करनेवाला पहिया ५४४ चक्कर करता है ?

(१०३) $\frac{२८५७१४}{७१४२८५}$ को लघुतम रूप में लाओ।

(१०४) वह कौनसी सबसे छोटी संख्या है, जिसको यदि प्रत्येक $\frac{७}{१२}$, ·२५ और $·०\dot{३}$ से भाग दें, तो भागफल प्रत्येक अवस्था में पूर्णाङ्क हो ?

(१०५) $\frac{५·३\dot{४} \times ५·३\dot{४} - २·६\dot{५} \times २·६\dot{५}}{५·३\dot{४} - २·६\dot{५}}$ को सरल करो।

(१०६) १२·५ रु० के ·१२३४ का मान निकटतम पै० तक निकालो।

(१०७) किलो लिटर में ३५·३२ घन फ़ीट होते हैं और एक गैलन में २७७·२७४ घन इञ्च, तो निकटतम पूर्णाङ्क तक एक किलो लिटर में गैलनों की संख्या बताओ।

---

(१०८) एक गड़रिये के पास ८९९ भेड़ और ४९३ मेमने हैं; उसने भेड़ और मेमनों के अलग-अलग गल्ले बनाये और प्रत्येक गल्ले में पशुओं की समान संख्या रखी। यदि वे गल्ले उतने बड़े हों जितने कि हो सकते हैं, तो कुल गल्ले कितने होंगे?

(१०९) यदि २५७ किलो ग्राम चाय का मूल्य ८३५·९५ रु० हों, तो निकटतम पै० तक १ किलो ग्राम का मूल्य बताओ।

(११०) $\dfrac{\frac{१}{२} \div \frac{१}{३}}{\frac{१}{४} \div \frac{१}{५}} \div \dfrac{\frac{१}{६} \div \frac{१}{७}}{\frac{१}{८} \div \frac{१}{९}}$ को सरल करो।

(१११) यदि एक बालक को एक रोटी का $२\frac{३}{७}$ का $१\frac{४}{११}$ का $२\frac{५}{१२}$ का $\frac{४}{९}$ का $\frac{११}{१६}$ का $\frac{१}{१०}$ दिया जाय, तो ५० बालकों के लिए कितनी पूरी रोटियों की आवश्यकता होगी?

(११२) $\dfrac{\frac{३}{८} \text{ का } ·३७५ - \frac{२}{४५} \text{ का } ·०\dot{४}}{·३७५ + ·०\dot{४}}$ का मान बताओ।

(११३) वह कौनसी आवर्त्त दशमलव है जो $२\frac{३}{५} \div ४·५$ से गुणा देने से २ हो जाय?

---

(११४) एक संख्या में २ जोड़े, योगफल को ४ से गुणा किया; गुणनफल को ३ से भाग दिया और भागफल में से ३ घटाये, तो शेष १७ बचे, उस संख्या को बताओ।

(११५) सन् १९६० की १० फ़रवरी को क्या वार होगा?

(११६) वह कौनसी सबसे बड़ी रूढ़ संख्या है जिससे यदि १२२६० को भाग दिया जाय, तो शेषफल १७ हो?

(११७) $\dfrac{२·५६ \text{ रु०}}{२ \text{ रु०}}$ के $\dfrac{२·८}{·२१}$ का मान बताओ।

(११८) वह कौनसी संख्या है जिसका आधा उसके पाँचवें भाग से ६ अधिक है?

(११९) ·४̇२८५७१̇ × ·४९ × ·२८५̇७१४२८̇ को सरल करो।

(१२०) १२·४̇५̇ किलो मीटर की दूरी में एक पहिया, जिसका घेरा ३·०̇३̇ मीटर है, कितने चक्कर करेगा ?

(१२१) २८२६६० और ४०२९९ के रूढ़ उत्पादक निश्चय करो; और उनसे इनका महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य निकालो।

(१२२) सबसे छोटा पूर्णाङ्क निकालो जिसको $१\frac{५}{२१}$ और $१\frac{६}{७}$ से भाग देने से प्रत्येक अवस्था में भागफल पूर्णाङ्क हो।

(१२३) $\frac{३}{७}$ का $\frac{६\frac{५}{१२}}{३\frac{२}{३}} - \frac{१६}{२०}$ का $\frac{१\frac{२}{३}}{८\frac{२}{३}} + \frac{३}{५}\left(\frac{३}{४} \times \frac{१}{८} + \frac{३}{८} \div \frac{२}{३}\right)$ को सरल करो।

(१२४) $\frac{५}{९९} + \frac{७}{९९९} + \frac{१६}{९९९९९९}$ को दशमलव में लिखो।

(१२५) यदि एक घन मीटर मिट्टी में ४०० ईंटें प्रत्येक २५० घन सें० मी० की बनें, तो मिट्टी पकने में कितनी सिकुड़ती है ?

(१२६) ३२४·५६७ को १३·२१२ से दो पंक्तियों में गुणा करो।

(१२७) एक घड़ी का लटकन ३·२ सेकण्ड में ६ बार हिलता है और दूसरा ३·६ सेकण्ड में ८ बार: यदि दोनों एक समय ही हिलना आरम्भ करें; तो वे एक घण्टे में कितनी बार एक आवाज़ करेंगे ?

अभ्यासार्थ प्रश्नमाला १७३

(दूसरा भाग)

(१) चार अङ्कों की सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या लिखो जो ३, ०, २, १ अङ्कों से बन सकती हैं।

(२) $\frac{१}{३}\left[३ + \frac{१}{३}\left\{ ३ + \frac{१}{३}\left(३ + १\frac{१}{३} \right) \right\} \right] \div \frac{१}{८}$ को सरल करो।

(३) एक रेल की सड़क पर तार के खम्भे ५५ मीटर के अन्तर से लगे हुए हैं; तो किलो मीटरों की सबसे छोटी संख्या बताओ जिसमें ठीक पूर्णाङ्क संख्या खम्भों की लग जायगी।

(४) एक जलपात्र में २ नली हैं—एक उसको $१२\frac{१}{२}$ मिनट में भर देती है और दूसरी उसे १५ मिनट में; एक नली और है जो भरे हुए पात्र को १० मिनट में ख़ाली कर सकती है। पहली नली अकेली ४ मिनट

तब खुली रही, फिर पहली और दूसरी एक साथ १ मिनट तक खुली रहीं, तत्पश्चात् तीसरी नली खोल दी गई; तो बताओ वह पात्र कितनी देर में भर जायगा।

(५) क और ख की मिलकर २० दिन की वही मज़दूरी होती है जो अकेले क की ३५ दिन की, तो इस धन से ख को अकेले कितने दिनों की मज़दूरी दी जा सकती है ?

(६) एक पीपे में ५ भाग शराब और ३ भाग पानी है; तो यह मिली हुई वस्तु कितनी निकाल कर उतना पानी डाल दिया जाय कि उसमें शराब और पानी बराबर-बराबर हो जायँ ?

(७) एक मनुष्य ने १३० रु० ५ मार्च को उधार लिए और १० अक्टूबर को १३३·९० रु० चुकाये; तो ब्याज की दर बताओ।

---

(८) एक संख्या की इकाई और लाख के स्थान के अङ्क क्रम से ३ और ८ हैं, यदि उस संख्या में से ९९९९९ घटाये जायँ; तो शेष में इन्हीं स्थानों में कौन से अङ्क होंगे ?

(९) एक संख्या में से उसके $\frac{1}{५}$ को घटाकर उसे ३०७ से भाग देने से १२ भागफल आता है और ९६ शेष रहते हैं; तो उस संख्या को बताओ।

(१०) एक आयताकार खेत की लम्बाई, चौड़ाई से ५ मीटर अधिक है और उसकी भुजाओं का योगफल १३० मीटर है; तो उसका क्षेत्रफल बताओ।

(११) जो रेलगाड़ी कलकत्ते से दिन के ४ बजकर ३० मिनट पर चलती है वह बर्दवान रात के ८ बजे पहुँचती है, और जो रेलगाड़ी बर्दवान से ४ बजकर ५० मिनट पर चलती है वह कलकत्ते ८ बज के ३० मिनट पर पहुँचती है; तो वे एक-दूसरी के पास होकर कब जायेंगी ?

(१२) एक खेत के लगान में कुछ धन और कुछ मन गेहूँ के मूल्य दिये जाते हैं। जब गेहूँ का भाव ५० पै० प्रति किलो ग्राम है तो लगान ९० रु० होता है, जब गेहूँ ६० पै० प्रति किलो ग्राम है, तो लगान

१०० रु० होता है; जब गेहूँ का भाव ६५ पै० प्रति किलो ग्राम हो; तो लगान क्या होगा ?

(१३) यदि वृत्त की परिधि का अनुपात व्यास से २२ : ७ हो और पृथ्वी की परिधि का उसके व्यास से वही अनुपात हो जो १६० मीटर का १६७ सेणटी मीटर से है; तो ४ दशमलव अङ्क तक मीटर का अनुपात एक सेणटी मीटर के साथ निश्चय करो।

(१४) कुछ धन पर एक वर्ष का ब्याज १३ रु० है और चक्रवृद्धि दो वर्ष की २६·५२ रु० होती है; तो प्रति शत ब्याज की दर निकालो।

---

(१५) एक संख्या को ५, ६ और ८ से लगातार भाग देने से भाग शेष क्रम से २, ३ और ४ रहते हैं। यदि उस संख्या को २४० से भाग दें, तो शेषफल क्या होगा ?

(१६) १२५५ को १·००४ से भाग दो और तब १२·५५ को १००४ से और ·०१२५५ को १००४००० से भाग देने से जो भागफल होवे बताओ।

(१७) मैंने चौकियों की कुछ संख्या ७२ रु० को ली, और कुछ संख्या उसी भाव से ४५ रु० को ली; तो बताओ कि प्रत्येक चौकी का अधिक से अधिक क्या मूल्य हो सकता है।

(१८) एक घड़ी को जो एक दिन में २$\frac{1}{4}$ मिनट तेज़ हो जाती है, इतवार के मध्याह्न को ३ मिनट सुस्त है, तो वह ठीक समय कब प्रकट करेगी और सोमवार को संध्या के ६ बजे उसमें क्या समय होगा ?

(१९) एक मनुष्य ने ६० किलो मीटर जाने को रेलवे के ४ टिकट मोल लिए—दो प्रथम श्रेणी के और एक द्वितीय श्रेणी का, चौथा एक आधा टिकट प्रथम श्रेणी का एक बालक के लिए और द्वितीय श्रेणी के टिकट का मूल्य प्रथम श्रेणी के एक टिकट के मूल्य का $\frac{2}{3}$ था और कुल ३८ रु० देना पड़ा; तो प्रत्येक टिकट का मूल्य और प्रथम श्रेणी का प्रति किलो मीटर भाड़ा बताओ।

(२०) मदिरा और पानी अलग-अलग क्रम से ३ : २ और ४ : ५ के अनुपात से मिलाये गये। यदि पहले में की १ लिटर दूसरे की २ लिटर के साथ मिला दी जाय, तो अन्त की मिली हुई वस्तु का कौनसा भाग उसमें मदिरा होगी ?

(२१) मेरे इङ्गलैण्ड से एक पुस्तक मँगाने में (१ शि० ६ पं० डाक-व्यय जोड़ कर) १६ शि० १ पं० लगे और पुस्तक भेजनेवाले ने मुझे छपे हुए मूल्य पर १ शि० में २ पं० कमीशन दिया; तो छपा हुआ मूल्य बताओ ।

---

(२२) कौनसी संख्या ७ का वही अपवर्त्य है जो ३९७५, १५ का है ?

(२३) $\frac{१}{७\frac{१}{४}+६\frac{६५}{११}} \div \left(\frac{२}{१३}-\frac{२}{९}\right)-\left(\frac{१३}{३}+\frac{१}{९}\right)\div\frac{७}{३}$ का $\frac{४}{९}$ का ६३ को सरल करो ।

(२४) एक खेत में ६० सें० मी० लम्बे और २० सें० मी० चौड़े ढपरे जमाने पर ज्ञात हुआ कि खेत की कुल लम्बाई की एक बाढ़ में १२० ढपरे लगते हैं; एक मनुष्य एक दिन में १$\frac{१}{३}$ बाढ़ लगा सकता है; तो बताओ ५ मनुष्य २ दिन में कितनी धरती में ढपरे लगा लेंगे ?

(२५) क कुछ काम ३ दिन में कर सकता है, ख उससे तिगुना काम ८ दिन में; और ग उससे ५ गुना १२ दिन में कर सकता है; तो कितने समय में वे मिलकर उसको प्रति दिन ९ घण्टा काम करके करेंगे ?

(२६) समान तौल के ६ सिक्के जो सोने और चाँदी से मिले हुए बने थे एक साथ गलाकर फिर ढाले गये—एक में सोना और चाँदी २ : ३ के अनुपात से; दो में ३ : ५ के अनुपात से और शेष में ५ : ४ के अनुपात से थे, तो नये सिक्के में सोना और चाँदी किस अनुपात से होंगे ?

(२७) एक दुकानदार जो सामान कुछ मूल्य पर छः मास की मिती अर्थात् वायदे पर बेचता है, उसी मूल्य पर उसी सामान का $\frac{१}{१०}$ अधिक नक़द रुपये में देता है; तो मितीकाटे की दर बताओ ।

---

(२८) छः अङ्कों की सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या बताओ जो २३९ से पूरी बँट सकती है ।

(२९) एक संख्या है, उसमें ३ जोड़े और योगफल का $\frac{१}{१०}$ लिया गया; इसमें ५ जोड़े और योगफल का $\frac{१}{१५}$ लिया गया तो १$\frac{१}{३}$ हुआ; तो बताओ वह संख्या क्या है ।

(३०) पाँच अङ्कों की ९ से पूरी बँट जानेवाली वह सब संख्याएँ बताओ जिनका पहला और अन्त का अङ्क १ हो और मध्य का अङ्क २ हो। जिस नियम से तुम कार्य करो वह भी बताओ।

(३१) एक नदी पर ख एक स्थान क और ग के बीच में उनके बराबर दूरी पर है। एक नाव ५ घण्टे १५ मिनट में क से ख को जाकर फिर वापस आ सकती है, और क से ग को ७ घण्टे में जा सकती है; तो उसे ग से क को जाने में कितना समय लगेगा ?

(३२) यदि ईंटों का मूल्य इनके परिमाण पर निर्भर हो और यदि १०० ईंटों का मूल्य जिनकी लम्बाई, चौड़ाई और मोटाई क्रम से १६, १० और ८ सें० मी० है, ४·१० रु० हो, तो ९२१६०० ईंटों का क्या मूल्य होगा जो प्रत्येक माप में पहली ईंटों से $\frac{1}{4}$ न्यून हों ?

(३३) शराब और पानी की दो मिली हुई वस्तु हैं जिनमें शराब क्रम से कुल का ·२५ और ·७५ है: यदि पहली के २ लिटर दूसरी के ३ लिटर के साथ मिला दिये जायें, तो उसे मिली हुई वस्तु में शराब और पानी का परस्पर क्या अनुपात होगा ?

(३४) सामान की लागत के मूल्य पर प्रति शत क्या बढ़ाया जाय जिससे बिक्री के मूल्य पर १० प्रति शत कमीशन देने से भी २० प्रति शत लाभ रहे ?

---

(३५) सबसे छोटी संख्या निश्चय करो जिससे ६१६ को गुणा देने से ऐसी संख्या बन जाय जो ७७० से पूरी बँट सके।

(३६) २·$\dot{4}$ और ७·$\dot{5}$ के योगफल को १·$\dot{3}$ से गुणा करो और गुणनफल को २·३$\dot{6}\dot{4}$ और १·६$\dot{9}\dot{7}$ के अन्तर में जोड़ो।

(३७) एक कमरे का फ़र्श २० मीटर लम्बा और १५ मीटर चौड़ा है, उस कमरे में ग़लीचा और मोमजामा बिछवाने की लागत बताओ। मोमजामा डेढ़ मीटर चौड़ा दीवारों और कोनों में लगाया जाता है और ग़लीचा सब जगह मोमजामे पर ५० सें० मी० फैला रहा है। ग़लीचा ९० सें० मी० चौड़ा ७ रु० प्रति मीटर और मोमजामा २ मीटर चौड़ा २ रु० प्रति मीटर है।

(३८) एक दिन संध्या को सूर्यास्त से आधा घण्टा पीछे एक घड़ी १२ बजे पर कर दी गई; दूसरे दिन प्रातः को जब एक ठीक घड़ी में ४ बज के ८ मिनट हुए थे, तब इस घड़ी में ८ बज के ४ मिनट हुए; तो पहली संध्या को सूर्यास्त का समय बताओ।

(३९) क के पास एक सम्पत्ति का (·१५ ÷ ·३६̇) हिस्सा है और ख के पास उसी सम्पत्ति का ·४७̇२̇ हिस्सा है; क और ख की सम्पतियों के मूल्य का अन्तर बताओ जब कि सम्पत्ति के ·०५̇६̇ हिस्से का मूल्य ८९५·९२ रु० हो।

(४०) तीन बराबर के गिलास मदिरा और पानी की मिली हुई वस्तु से भरे हुए हैं। मदिरा और पानी का परस्पर अनुपात प्रत्येक गिलास में इस प्रकार है—पहले में २ : ३, दूसरे में ३ : ४, तीसरे में ४ : ५, तीनों गिलास एक बरतन में लौट दिये गये; तो इस बरतन में मदिरा और पानी का परस्पर क्या अनुपात होगा ?

(४१) यदि १० प्रति शत चक्रवृद्धि ब्याज की दर से एक १४६४१ रु० की हुण्डी पर ठीक मितीकाटा ४६४१ रु० हो, तो हुण्डी का धन कितने वर्ष पीछे मिलने को था ?

---

(४२) एक संख्या का पच्चीसवाँ हिस्सा ४२ के सातवें हिस्से के बराबर है, तो वह संख्या क्या है ?

(४३) $\frac{६१}{१२२}$ ($४\frac{१}{८}$ का $६\frac{२}{७} + १\frac{३}{४}$) ÷ $४\frac{१}{८}$ का ($६\frac{२}{७} + १\frac{३}{४}$) को सरल करो।

(४४) सिपाहियों की एक कम्पनी ५ बराबर पंक्तियों (लङ्गारों) में चली और कुछ देर पीछे ७ बराबर पंक्तियों में हो गई; तो १००० से ऊपर की सबसे छोटी संख्या बताओ जो उस कम्पनी में हो सकती है।

(४५) ग से क दूना और ख उसके बराबर काम करता है, तीनों ने मिल कर दो दिन काम किया; फिर क ने अकेले आधे दिन, और फिर ख ने अकेले एक दिन काम किया। इतना काम जो इस प्रकार तीनों ने किया उसको क और ग मिलकर कितने समय में कर लेते ?

(४६) एक धुएँ का जहाज़ जिसकी चाल २२·४० किलो मीटर प्रति घण्टा है एक बन्दरगाह में १२ दिन में पहुँचता है; तो कितने दिन पीछे

दूसरा जहाज़ जो उसी समय चला है वहाँ पहुँचेगा; जब उसकी चाल प्रति घण्टा १२·८० किलो मीटर हो ?

(४७) एक मदिरा के पीपे में से उसका $\frac{१}{३}$ निकालकर उसमें पानी भर दिया। इस मिली हुई वस्तु का $\frac{१}{३}$ निकाल कर पीपे को फिर पानी से भर दिया। इसी क्रिया को ४ बार करने के पश्चात् पीपे में मदिरा और पानी का परस्पर क्या अनुपात होगा ?

(४८) ५००० रु० ४ वर्ष में देने हैं, परन्तु खन्दी से इस प्रकार दिये जाते हैं—१००० रु० दो वर्ष के अन्त में, १५२५ रु० तीसरे वर्ष के अन्त में, १००० रु० चौथे वर्ष के अन्त में, और २००० रु० पाँचवें वर्ष के अन्त में, तो छठे वर्ष के अन्त में हिसाब चुकाने के लिए क्या देना चाहिए, यदि सरल ब्याज ५ रु० प्रति शत प्रति वर्ष की दर से लगाया जाय ?

---

(४९) किसी संख्या का २० गुना ४० के ७ गुने में बराबर है; तो वह संख्या क्या है ?

(५०) प्रत्येक १$\frac{४}{५}$ औंस तोल की गोलियों की सबसे छोटी संख्या बताओ जिनकी तोल पूर्णाङ्क संख्या पौंडों की हो।

(५१) ३०६ घन फ़ीट ईंट के काम की लागत १८ रु० होती है, तो एक दीवार के बनाने में जिसकी मापें ६८ गज़ और ६ फ़ीट और २ फ़ीट २ इञ्च हैं; क्या लागत लगेगी ?

(५२) मनुष्यों की एक पंक्ति को, जो ३४२० फ़ीट लम्बी है, १ मील लम्बी गली, ५८ डग प्रति मिनट की चाल से पार करने में कितना समय लगेगा, यदि एक डग २$\frac{१}{४}$ फ़ीट की हो ?

(५३) १६५ मनुष्य एक रेल के पुश्ते के बनाने में जो २·६४ किलो मीटर लम्बा होगा यह सोचकर लगाये गये कि वह उसे ४ सप्ताह में पूरा कर लेंगे, परन्तु एक सप्ताह के अन्त में मालूम हुआ कि उन्होंने केवल ५२० मीटर बनाया है; तो नियत समय में उसको पूरा करने के लिए उसमें कितने मनुष्य और लगाने चाहिए ?

(५४) एक पीपे क में १२५ लिटर मदिरा है; दूसरे पीपे ख में १७५ लिटर पानी है, प्रत्येक में से १०० लिटर निकाल कर मिलाये, और इस

मिली हुई वस्तु से फिर पीपों को पूरा कर दिया; यही क्रिया एक बार फिर की गई; तो अब प्रत्येक पीपे में मदिरा और पानी का परस्पर अनुपात निश्चय करो।

(५५) एक मनुष्य को जो २·४० रु० में ५ पै० आयकर देता है, यह ज्ञात हुआ कि ब्याज की दर ६ से ६½ प्रति शत हो जाने पर उसकी आय ५६·४० रु० बढ़ जाती है; तो उसकी पूँजी क्या है?

(५६) एक संख्या में से ३२० घटाये; शेष में २४ जोड़ें; योगफल को ८ से गुणा किया, तो ज्ञात हुआ कि गुणनफल ३०४ और ७६० के योग-फल के बराबर है; तो वह संख्या क्या है?

(५७) एक इकाई ·०५, २·२५ इकाइयों का कौनसा दशमलव है?

(५८) एक घड़ा प्रत्येक ४ लिटर पानी के लोटों की पूर्ण संख्या से भरा जा सकता है और वह प्रत्येक ५ लिटर पानी के लोटों की पूर्ण संख्या से ख़ाली हो सकता है। यह दिया हुआ है कि घड़े में पानी ८८ और ९६ लिटर के बीच में आता है; तो उसका ठीक परिमाण बताओ।

(५९) सोमवार के मध्याह्न को दो घड़ियाँ ठीक समय पर कर दी गईं। प्रति दिन एक मिनट एक सुस्त और दूसरी तेज़ चलती है। जब पहली में अगले शनिश्चर की रात को १० बज के ४९$\frac{३}{११}$ मिनट हो गये हों; तो दूसरी में इस समय क्या बजेगा?

(६०) ३ माली कुल दिन काम करके एक खेत में १० दिन में पौदे लगा सकते हैं; परन्तु एक उनमें से अन्य कार्यों के कारण केवल आधे समय काम करता है; तो वे कितने समय में उसको पूरा करेंगे?

(६१) एक बरतन में २० लिटर मदिरा और दूसरे में २० लिटर पानी है। प्रत्येक में से एक लिटर लेकर दूसरे में डाल दिया; इसी प्रकार तीन बार किया, तो दोनों मिली हुई वस्तुओं में मदिरा और पानी का अनुपात बताओ।

(६२) एक मनुष्य ने अपने लड़कों को सम्पत्ति इस प्रकार बाँटकर छोड़ी कि २१ वर्ष की अवस्था पर प्रत्येक का भाग समान होगा, यदि ब्याज और मितीकाटा ५ प्रति शत की दर से लगाया जाय। उसने

१३२४० रु० की सम्पत्ति ३ लड़कों को, जो क्रम से २३, २१ और १९ वर्ष के हैं, छोड़ी; तो प्रत्येक को क्या मिलना चाहिए ?

---

(६३) एक संख्या में ७ जोड़े; योगफल को ५ से गुणा किया गुणनफल को ९ से भाग दिया, और भागफल में से ३ घटाये तो शेष १२ रहे; वह संख्या बताओ।

(६४) $(\cdot५ + \cdot७५)\ (२\cdot५ - \cdot४) \div (\cdot१२५ + \frac{१}{४\cdot८})$ को सरल करो।

(६५) ७ इञ्च गहरा बरसात के पानी का बोझ प्रति वर्ग मील टनों में निकालो। यह दिया हुआ है कि १ घन फ़ुट पानी का बोझ १००० औंस है।

(६६) क, ख, ग एक काम पर लगे हुए हैं, १५ दिन पीछे क अलग हो गया और $\frac{१}{३}$ काम हो चुका; ख और ग काम करते रहे; अगले २० दिन पीछे ख अलग हो गया और $\frac{१}{३}$ काम और हो चुका; ग ने काम को ३० दिन में पूरा किया; यदि क और ख बराबर लगे रहते; तो काम कितने दिनों में पूरा हो जाता ?

(६७) एक मनुष्य ६ दिन में २६४ किलो मीटर चलता है, तो दूसरा मनुष्य १५ दिन में कितनी दूर चलेगा ? यदि पहला मनुष्य ६ किलो मीटर उसी समय में चले जितने समय में दूसरा मनुष्य ६·४० किलो मीटर चलता है।

(६८) यदि ३ घन इञ्च लोहे और २ घन इञ्च पानी का बोझ उतना ही हो जितना २ घन इञ्च लोहे और ९ घन इञ्च पानी का, तो १ घन इञ्च लोहे और १ घन इञ्च पानी की तोलों का अनुपात बताओ।

(६९) मैंने ६०० रु० का सामान मोल लिया और ६८० रु० को ३ मास की मिती (वायदे) पर बेच डाला; तो प्रति शत प्रति वर्ष क्या लाभ हुआ ?

---

(७०) एक संख्या के दसवें भाग में से १० घटाने से १० शेष रहे, तो वह संख्या क्या है ?

(७१) एक संख्या का $\frac{५}{६}$ अपने $\frac{१}{३}$ और $\frac{३}{४}$ भागों के योगफल से २६ अधिक है; तो वह संख्या बताओ।

(७२) दो दाँतेदार पहिये; जिनमें क्रम से ७५ और १३० दाँते हैं, जुड़े हुए घूमते हैं; तो छोटे पहिये के कितने चक्कर पीछे एक बार मिले हुए दाँते फिर आपस में मिलेंगे ?

(७३) एक रेलगाड़ी प से फ को उस समय चली, जबकि दूसरी रेलगाड़ी फ से प को चली; दोनों गाड़ियाँ ६ घण्टे के अन्त में मिलीं और प से फ को जानेवाली गाड़ी दूसरी से प्रति घण्टा १२·८० किलो मीटर अधिक चली; तो गाड़ियों की चाल बताओ, जबकि प और फ में दूरी २५९·२० किलो मीटर हो।

(७४) यदि १००० रु० मासिक ११११ पौं० १० शि० वार्षिक के समान हों; तो १ रु० का मान अँग्रेज़ी मुद्रा में बताओ।

(७५) २० रु० को २ पुरुष, ३ स्त्री और ४ बच्चों में इस प्रकार बाँटो कि प्रत्येक स्त्री को प्रत्येक बच्चे से दूना मिले और प्रत्येक पुरुष को इतना मिले जितना एक स्त्री और एक बच्चे दोनों को मिलता है।

---

(७६) ऐसी संख्या बताओ जो यदि २५ बार ७२०१ में से घटाई जाय, तो ६५१ शेष रहें।

(७७) एक कमरा २० फ़ीट लम्बा, १४ फ़ीट चौड़ा और १० फ़ीट ऊँचा है, उसमें ४ दरवाजे प्रत्येक ७ फ़ीट ऊँचे और ४ फ़ीट चौड़े हैं: और एक अँगीठी ६ फ़ीट चौड़ी और ४ फ़ीट ऊँची है; और २ फ़ीट ऊँचा तख़्ता फ़र्श के लगाव से दीवारों के चारों ओर लगा हुआ है; तो $\frac{3}{8}$ रु० प्रति वर्ग गज़ की दर से उस कमरे में काग़ज़ लगाने की लागत बताओ।

(७८) यदि एक घड़ी की सुइयाँ प्रत्येक ६५$\frac{1}{2}$ मिनट (ठीक समय) में मिलती हों, तो वह घड़ी प्रति दिन कितनी सुस्त व तेज़ चलती है।

(७९) क एक लेख को १७ घण्टे में प्रति मिनट ३ पंक्ति के हिसाब से लिख सकता है; ख उसको २४ घण्टे में लिख सकता है; जब क ४७६ पंक्तियाँ लिख चुका; तो ख शेष को कितनी देर में पूरा कर लेगा ?

(८०) एक नगर में ५ मुसलमान और ३ ईसाई पीछे १२ हिन्दू हैं। यदि हिन्दू ४८०० हों; तो ईसाइयों की संख्या बताओ।

(८१) दो ऋण प्रत्येक ४३१·४४ रु० के चुकाने हैं—एक अब और दूसरा अब से १२ मास पीछे; तो अब से ६ मास पीछे दोनों ऋणों के चुकाने के लिए क्या देना चाहिये; जब ब्याज की दर ४ प्रति शत प्रति वर्ष है ?

---

(८२) दो संख्याओं का अन्तर ३७५ है और एक उनमें से ७८०९ है; तो दूसरी संख्या क्या है ?

(८३) [$३\frac{३}{१४}$ पौंड का $\frac{७}{१०}$ + $३\frac{३}{८०}$ रु० का $६\frac{२}{३}$ − $३\frac{१}{१०}$ रु० का $४\frac{१३}{३१}$] के $\frac{१६६४}{१४०८}$ को सरल करो ।

(८४) एक फल बेचनेवाले के पास ११३४ आम और ६३० नारङ्गी हैं। उसने आम और नारङ्गियों को अलग-अलग रखकर उनके ढेर लगाये और प्रत्येक ढेर में बराबर संख्या रक्खी। यदि यह ढेर इतने बड़े हों जितने हो सकते हैं; तो प्रत्येक में कितने फल होंगे ?

(८५) एक हौज़ में, जिसकी घन माप ४० घन मीटर है, दो नल हैं जो क्रम से उसे ३ और ४ घण्टे में ख़ाली कर सकते हैं, उसमें तीसरा नल $\frac{१}{६}$ वर्ग मीटर छेद का और है जिसमें होकर एक मीटर पानी प्रति मिनट हौज़ में चला जाता है। यदि कुल नल खोल दिये जायँ, जब कि हौज़ भरा हुआ हो, तो वह कितने समय में ख़ाली हो जायगा ?

(८६) यदि ४ पुरुष वा ६ स्त्रियाँ एक काम को २० दिन में कर सकें, तो ३ पुरुष और २ स्त्रियाँ उसको कितने दिन में कर लेंगे ? किस प्रकार कल्पना करने से तुम्हारे उत्तर के भिन्न का अंश उस दिन के काम करने के घण्टे प्रकट करेगा जिससे उस भिन्न का सम्बन्ध है ?

(८७) ११४० रु० क, ख, ग में इस प्रकार बाँटो कि क को ख से और ख को ग से ज्योढ़ा मिले।

(८८) एक सौदागर ने १० घोड़े प्रति घोड़ा ४०० रु० की दर से, ८ घोड़े प्रति घोड़ा ५०० रु० की दर से और ४ घोड़े प्रति घोड़ा ६०० रु० की दर से मोल लिए, उसने उनको ६ मास रखा और इस समय में प्रति घोड़ा १५ रु० मासिक व्यय पड़ा, उसने अपने मूलधन पर

सब व्यय देने के पश्चात् १२½ प्रति शत का लाभ उठाकर उन्हें बेच डाला; तो प्रत्येक घोड़े की बिक्री का मूल्य औसत से बतलाओ।

---

(८९) एक गाड़ी और एक घोड़े का मूल्य मिलाकर १२०० रु० है; यदि गाड़ी का मूल्य घोड़े से २०० रु० अधिक हो, तो घोड़े का मूल्य बताओ।

(९०) एक नगर की जन-संख्या ६०००० है; यदि वार्षिक २० में १ जन्म और ३० में १ मृत्यु हो, तो १ वर्ष में उसकी जन-संख्या क्या हो जायगी ?

(९१) एक हौज़ को जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और गहराई क्रम से ९ फ़ीट, ६ फ़ीट और ५ फ़ीट है, एक ३६ वर्ग इञ्च छेद का नल १५ मिनट में ख़ाली कर सकता है; तो उस नल में पानी कितनी तेज़ी से जाता है ?

(९२) एक दौड़ २¼ मील गोलाई में है; ४ मनुष्यों ने दौड़ना आरम्भ किया। वे क्रम से ३¼, ३¾, ४½ और ५ मील प्रति घण्टे की चाल से दौड़े; तो कितने समय पीछे वे फिर आरम्भ के स्थान पर मिलेंगे ?

(९३) ११·७० रु० को ऐसे दो भागों में बाँटो जो एक भाग दूसरे का ⁵⁄₈ हो।

(९४) यदि आम प्रति रुपया १३ के भाव से मोल लिए जायँ, तो ३० प्रति-शत का लाभ उठाने के लिए किस भाव से बेचने चाहिए ?

---

(९५) क के पास ३२४ रु० हैं, ख के पास क से २९ रु० कम हैं और ग के पास जो धन है, यदि उससे और २०५ रु० अधिक होता, तो उसके पास क और ख के धन का दूना होता; तो ग के पास क्या है ?

(९६) यदि एक वर्ष को ३६५·२४२२१८ दिन का न मानकर ३६५¼ दिन का मान लिया जाय; तो कितने वर्षों में यह बढ़ती एक दिन पर पहुँच जायगी ?

(९७) दो पहियों के घेरे क्रम से १६८ और ४०१ सें० मी० हैं; तो सबसे बड़े दाँते बतलाओ जो प्रत्येक में काटे जा सकते हैं जिससे वह जुड़े हुए एक साथ घूम सकें।

(९८) एक घड़ी की सुइयाँ जो नियम से प्रति दिन १५ सेकण्ड तेज़ चलती हैं, मास की पहली तारीख़ की संध्या को सूर्यास्त के समय ६ बजे पर कर दी गईं, तीसरी तारीख़ को सूर्योदय का ठीक समय पौने छः बजे ज्ञात हुआ, परन्तु घड़ी ने उस समय सवा छः बजाये; तो पहली तारीख़ की सुइयाँ रखने से जो भूल हुई उसे बताओ।

(९९) एक रेलगाड़ी बिना ठहरे ६४ किलो मीटर प्रति घण्टा जाती है, और ठहरना मिलाकर ४० किलो मीटर प्रति घण्टा; तो कितनी दूरी में गाड़ी को एक घण्टा ठहरने में लग जायगा ?

(१००) १२३ रु० को क, ख, ग में इस प्रकार बाँटो कि कितनी बार क को ३ रु० मिलें, ख को $२\frac{१}{३}$ रु० मिलें और जितनी बार ख को ४ रु० मिलें, ग को $३\frac{१}{३}$ रु० मिलें।

(१०१) एक सौदागर ने ४०००० किलो ग्राम चावल मोल लिए, जिनमें से $\frac{१}{५}$ को ५ प्रति शत, $\frac{१}{४}$ को १० प्रति शत, $\frac{१}{३}$ को १२ प्रति शत और शेष को १६ प्रति शत के लाभ से बेचा। यदि वह कुल को ११ प्रति शत के लाभ से बेचता; तो उसे १४ रु० अधिक मिलते, तो चावलों के लागत का मूल्य प्रति किलो ग्राम क्या था ?

---

(१०२) एक मनुष्य ने क को १६ नारङ्गियाँ बेचीं, ख को क से ४ अधिक बेचीं और ग को ख से ५ कम; यदि वह प्रत्येक को ३ नारङ्गी कम बेचता; तो उसके पास जो कुछ नारङ्गी थीं उसका $\frac{१}{३}$ बच रहतीं; तो उसके पास पहले कितनी नारङ्गियाँ थीं ?

(१०३) $\left\{\dfrac{१\frac{१}{३} \div १\frac{३}{४}}{१\frac{४}{५} \div १\frac{५}{६}} \div \dfrac{१\frac{६}{७} \div १\frac{७}{८}}{१\frac{८}{९} \div १\frac{९}{१०}}\right\} \div \left\{\dfrac{\frac{१}{७} \div \frac{१}{९}}{\frac{१}{११} \div \frac{१}{१३}} \div \dfrac{\frac{१}{१७} \div \frac{१}{१८}}{\frac{१}{१९} \div \frac{१}{२०}}\right\}$ को सरल करो।

(१०४) एक कमरा १८ मीटर लम्बा है और उसमें ग़लीचा कराने में ७२ रु० लगते हैं। यदि कमरे की चौड़ाई ४ मीटर कम होती तो ५४ रु० लगते; तो कमरे की चौड़ाई बताओ।

(१०५) क १०० एअर घास ६$\frac{2}{3}$ घण्टे में; और ख ८६$\frac{2}{3}$ एअर घास ५$\frac{1}{3}$ घण्टे में काट सकता है, तो वे दोनों मिलकर ४०० एअर खेत की घास कितनी देर में काट लेंगे और प्रत्येक कितने एअर काटेगा ?

(१०६) ४८० किलो ग्राम गेहूँ और ४०० किलो ग्राम चनों का मूल्य ३५२ रु० है जबकि चनों का भाव प्रति किलो ग्राम २० पै० है, तो चने का भाव प्रति किलो ग्राम क्या होगा जब ३२० किलो ग्राम चावल और २४० किलो ग्राम चनों का मूल्य २५२ रु० हो ? चावलों का भाव गेहूँ के भाव से $\frac{1}{5}$ चढ़ा हुआ है ।

(१०७) २०·२५ रु० को ५ मनुष्यों में इस प्रकार बाँटो कि प्रत्येक का भाग (पहले को छोड़कर) उन सबके भागों का जो उससे पहले आवें दूना हो ।

(१०८) एक सौदागर ने ५० लिटर मदिरा का एक पीपा ८०० रु० में मोल लिया । यदि ४ लिटर नष्ट हो जाय, तो वह प्रति लिटर किस मूल्य में बेचे कि उसे कुल लागत पर १५ प्रतिशत का लाभ हो ?

---

(१०९) एक मनुष्य को २० सन्दूक़ चाय की ६२० रु० प्रति सन्दूक़ की दर से बेचने से उतनी हानि रही जितनी उसे २५ सन्दूक़ ६९२ रु० प्रति सन्दूक़ की दर से बेचने से लाभ रहा; तो प्रति सन्दूक़ की लागत क्या थी ?

(११०) एक मनुष्य ने अपनी सम्पत्ति दो लड़कों और एक लड़की को छोड़ी । बड़े लड़के को सम्पत्ति का $\frac{1}{4}$ छोड़ा, छोटे लड़के को $\frac{1}{3}$ और शेष लड़की को, जो दोनों लड़कों के मिले हुए हिस्सों से ४००० रु० कम की थी; तो कुल सम्पत्ति कितने की थी ?

(१११) बल्लियों की तीन पंक्तियाँ बराबर-बराबर २५९२ मीटर की दूरी तक लगी हुई हैं। पहली पंक्ति की बल्लियाँ चार मीटर; दूसरी की छः मीटर और तीसरी की नौ मीटर की दूरी पर हैं; तो बताओ एक मनुष्य जो इन पंक्तियों के बाहर से जा रहा है बल्लियों की तरफ़ देखने से कितनी बार तीनों पंक्तियों को बल्लियों की एक रेखा में देखेगा ?

(११२) तीन मनुष्य क, ख, ग जो क्रम से २, ३ और ४ किलो मीटर प्रति घण्टा चल सकते हैं एक ही स्थान प से एक-एक घण्टे के अन्तर से चले। क पहले चला, और जब ख ने क को पकड़ लिया तब ख, प की ओर लौटा; तो बताओ वह ग को कहाँ मिलेगा।

(११३) एक कपटी दुकानदार एक सें० मी० छोटे मीटर से कपड़ा बेचता है, तो २० मीटर कपड़ा १·२५ रु० प्रति मीटर की दर से बेचने से उसे इस कपट से क्या लाभ हुआ?

(११४) क, ख, ग प्रत्येक के पास एक-एक कटोरा चाय है जिनमें क्रम से ४ औंस, ५ औंस, ६ औंस है। उन्होंने सब चाय मिला ली और मिली हुई चाय से अपने कटोरे भर लिए; तो बताओ क और ख की कितनी चाय ग के कटोरे में आ गई।

(११५) यदि मदिरा ६ रु० प्रति लिटर बेचने से २५ रु० प्रति शत की हानि होती है; तो २५ रु० प्रति शत का लाभ उठाने के लिए मदिरा किस दर से बेचनी चाहिए?

---

(११६) एक मनुष्य ६ वर्ष तक ३०० रु० प्रति वर्ष व्यय करके ऋणी हो गया; उसने अपना व्यय घटाकर २५० रु० प्रति वर्ष कर लिया और ४ वर्ष में ऋण चुका दिया; तो उसकी वार्षिक आय क्या है?

(११७) एक विस का ·५̇७१४२८̇, एक मन का $\frac{3}{8}$ का $\frac{1}{3\frac{3}{8}}$ का $\frac{217}{384}$ और एक हण्डर का $\frac{3801}{10136}$ के योगफल को एक टन के दशमलव में लिखो। (एक विस=३ पौं० २ औंस; एक मन=८२$\frac{2}{7}$ पौं०।)

(११८) एक आयताकार हौज़ ४ मीटर लम्बा, ३·४० मीटर चौड़ा और १·५० मीटर गहरा एक अर्क से जो तौल में १०२० किलो ग्राम है, भरा हुआ है; तो दूसरा हौज़ कितना गहरा होना चाहिए जिसमें यही अर्क ९८ किलो ग्राम आ जाय, जबकि उसकी लम्बाई २ मीटर और चौड़ाई १·९६ मीटर हो?

(११९) क १०० मीटर १२ सेकण्ड में, ख १३ सेकण्ड में दौड़ सकता है; तो क की अपेक्षा ख कितनी दूर आगे बढ़कर दौड़ना आरम्भ करे कि दौड़ में दोनों बराबर रहें?

(१२०) एक क़िले की बारिकों में १०० गैस की नलियों से प्रकाश होता है; तो ५$\frac{१}{२}$ रु० प्रति १००० घन फ़ीट गैस के हिसाब से १० घण्टे की एक रात में उनसे प्रकाश करने का व्यय बताओ। प्रथम के तीन घण्टों में एक नली से प्रति सेकण्ड एक घन इञ्च गस जलती है और शेष घण्टों में रोशनी कम कर देने के कारण प्रति सेकण्ड उसका $\frac{३}{४}$ जलती है।

(१२१) एक सौदागर ने २४०० किलो ग्राम चावल ८ प्रति शत के लाभ से और ३७६० किलो ग्राम १० प्रति शत के लाभ से बेचे। यदि वह कुल को ९ प्रति शत के लाभ से बेचता; तो उसे जो अब मिला है उससे ५·४४ रु० कम मिलते; तो प्रति किलो ग्राम उसने चावल किस भाव से मोल लिये थे?

(१२२) एक मनुष्य ने, जिसको कुछ नारङ्गियाँ बेचनी हैं; कुल का $\frac{१}{२}$ और १ अधिक क को बेचीं, शेष का $\frac{१}{२}$ और १ अधिक ख को, जो शेष रहीं उनका $\frac{१}{२}$ और १ अधिक ग को। अब जो बचीं उनका $\frac{१}{२}$ और १ अधिक घ को, इस प्रकार उसके पास १ नारङ्गी बची; तो उसके पास कुल नारङ्गियाँ कितनी थीं?

(१२३) $\frac{३}{५}+\frac{५}{६}-\frac{२}{३}$ का $\frac{७\frac{१}{३}-५\frac{३}{४}}{१\cdot६२५}+\cdot०६४\dot{७}४३५८\dot{९}$ को सरल करो।

(१२४) एक डालर ४ शि० २ पें० और १ रुबल ३ शि० १$\frac{१}{२}$ पें० के समान होता है, तो वह धन बताओ जो डालर वा रुबल की पूर्णाङ्क संख्या से चुकाया जा सके और रुबल की संख्या डालर की संख्या से २० अधिक हो।

(१२५) एक काम को क १५ दिन में, ख १२ दिन में और ग १० दिन में कर सकता है। सबने एक साथ काम आरम्भ किया। क ने ३ दिन पीछे काम छोड़ दिया और ख ने काम पूरा होने से २ दिन पहले; तो बताओ कितने दिन तक काम होता रहा।

(१२६) एक ताल ३०० गज़ लम्बा और १५० गज़ चौड़ा है; २ फ़ीट चौड़ी और १$\frac{१}{२}$ फ़ीट गहरी नाली में होकर पानी प्रति सेकण्ड किस चाल से जाना चाहिए कि ९ घण्टे में उसमें १ फ़ुट पानी हो जाय?

(१२७) एक झण्डी की चोटी की ऊँचाई जो एक मीनार पर खड़ी हुई है ५४ मीटर है और मीनार की ऊँचाई झण्डी की लम्बाई के १२ गुने से २ मीटर अधिक है; तो झण्डी की लम्बाई बताओ।

(१२८) एक महाजन ने इस भाव से कपड़ा लिया कि उसको ४·२० रु० प्रति मीटर की दर से बेचने से लागत पर ५ प्रति शत का लाभ होता है; यदि वह उसको ३·७२ रु० प्रति मीटर की दर से बेचे; तो प्रति शत क्या लाभ वा हानि होगी?

---

(१२९) मैं तीन प्रकार के खिलौनों की समान संख्या मोल लेना चाहता हूँ, जो क्रम से प्रति खिलौना १·२० रु०, १·८० रु० और ३·०० रु० मूल्य के हैं; तो बताओ २४० रु० में कितने खिलौने आ सकते हैं।

(१३०) अङ्कगणित की एक पुस्तक में एक उदाहरण इस प्रकार छपा—

$$“\frac{१}{६\frac{२}{३}},\ \frac{१}{५\frac{५}{६}},\ \frac{१}{—},\ \frac{१}{८\frac{३}{४}} \text{ को जोड़ो।”}$$

दैवात् एक भिन्न का हर छपने से रह गया, और पुस्तक के अन्त में उत्तर $\frac{५४१}{८४०}$ दिया हुआ है; तो छुटा हुआ हर बताओ।

(१३१) एक वर्गाकार आँगन की एक भुजा बताओ, जिसमें पत्थर लगवाने का व्यय ४·५० रु० प्रति वर्ग मीटर की दर से १०१२ रु० ५० पै० हैं।

(१३२) क और ख एक ही समय क्रम से कलकत्ते से हुगली और हुगली से कलकत्ते की प्रत्येक ६·४० किलो मीटर प्रति घण्टा की चाल से चले। ख से मिलने के पश्चात् क ने अपनी चाल ६·८० किलो मीटर प्रति घण्टा करदी और ऐसा करने से १$\frac{१}{२}$ घण्टा पीछे हुगली पहुँच गया। क से मिलने के पश्चात् ख ने अपनी चाल ५·६० किलो मीटर प्रति घण्टा कर दी; तो बताओ वह कितने समय में कलकत्ता पहुँचेगा।

(१३३) यदि २४ एअर के एक खेत का लगान ३९ रु० हो, तो दूसरे ३६ एअर के खेत का क्या लगान होगा, जबकि पहले खेत के ५ एअर का लगान दूसरे खेत में ६ एअरों के लगान के समान हो?

(१३४) एक पुस्तक विक्रेता १९·२० रु० की पुस्तक के १३·६० रु० देता है और २४ कापी की जगह २५ लेता है; तो उसका लाभ प्रति शत निश्चय करो।

---

(१३५) एक मनुष्य ने १० किलो ग्राम चाय ५·५० रु० प्रति किलो ग्राम की, १२ किलो ग्राम ५·७० रु० प्रति किलो ग्राम की और १४ किलो ग्राम ६ रु० प्रति किलो ग्राम की मिलाई। मिली हुई चाय में से ६ किलो ग्राम अपने लिए रख ली और शेष ६·८० रु० प्रति किलो ग्राम की दर से बेच डाली; तो उसे कितनी हानि हुई ?

(१३६) ·०४७३२१ को १२१७२·८१४४ से गुणा करो, परन्तु गुणन में केवल ३ पंक्तियाँ हों।

(१३७) ३ मनुष्य जिनकी डगों की लम्बाई क्रम से २ फ़ीट ६ इञ्च, ३ फ़ीट और ३ फ़ीट ६ इञ्च हैं, एक मील चलते हैं; तो कितनी बार उनके डग एक साथ पड़ेंगे ?

(१३८) क और ख दो पहियों की गाड़ियों पर चले। क १० मिनट पहले चला और इस समय में वह ४ किलो मीटर चला गया। ख २५·६० किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से चला; तो बताओ ६४ किलो मीटर चलने में कौन जीतेगा।

(१३९) ३ सिपाही वा १० मज़दूर १५० घन मीटर मिट्टी ५ दिन में खोद सकते हैं, तो ७ सिपाहियों को सहायता के लिए कितने मज़दूर और लगाने चाहिये जिससे ५८० घन मीटर मिट्टी चार दिन में खुद जाय ?

(१४०) १६·२० रु० पुरुषों, स्त्रियों और बालकों में जिनकी संख्या क्रम से ३, ५ और ७ के अनुपात में है, बाँटने हैं। यदि एक पुरुष को २० पै०, एक स्त्री को १२ पै० और एक बालक को ६ पै० मिलें; तो पुरुषों की संख्या बताओ।

(१४१) एक वस्तु लागत के मूल्य पर ५ प्रति शत लाभ से बेची, यदि वह वस्तु ५ प्रति शत कम मूल्य से मोल ली जाती और १ रु० कम को बिकती, तो १० प्रति शत का लाभ होता; तो उस वस्तु की लागत का मूल्य बताओ।

(१४२) एक मदिरा बेचनेवाले ने ७ लिटर मदिरा १७ रु० प्रति लिटर की दर से और ५ लिटर १५ प्रति लिटर की दर से मोल ली; उसने दोनों को मिलाकर कुछ पानी और मिला दिया। कुछ मिली हुई

मदिरा को चौथाई लिटर की बोतल में, जिनमें उसके ८·५० रु० लगे, रखा; और प्रति बोतल ४ रु० को बेचकर कुल पर ३७·५० रु० का लाभ उठाया; तो बताओ उसने कितना पानी मिलाया।

(१४३) १ पौं० का $\frac{१५\frac{३}{५}}{७\frac{४}{५}}$+१४० पौं० १० शि० ६ पें० का $\frac{१}{५}$+२१ शि० का $\frac{३}{५}$ का मान बताओ।

(१४४) एक काम के पूरा करने को २५ मनुष्य लगाये गये जो उसे २० दिन में पूरा कर लेते, परन्तु प्रत्येक १० दिन के पीछे ५ मनुष्य कम हो जाते हैं; तो बताओ वह काम कितने दिन में पूरा हो जायगा !

(१४५) यदि एक सप्ताह में प्रति दिन ८ घंटा काम करके ४८ मनुष्य एक खाई २३५ मीटर लम्बी; ४० मीटर चौड़ी और २८ मीटर गहरी खोदें; तो कितने समय में १२ मनुष्य प्रति दिन १० घण्टा काम करके १३१६०० घन गज़ मिट्टी खोदेंगे ? (१ सप्ताह = ६ दिन के काम का)।

(१४६) दो वृत्तों के, जिनके व्यास ३ और ४ के अनुपात में हैं; क्षेत्रफलों का योग दूसरे एक वृत्त से जिसका व्यास ५ मीटर है, क्षेत्रफल के समान है, तो दोनों वृत्तों के व्यास बताओ, जब यह दिया हुआ है कि वृत्तों के क्षत्रफल एक दूसरे से वही सम्बन्ध रखते हैं जैसा कि उनके व्यासों के वर्ग।

(१४७) एक सौदागर ने एक व्यापारी को खाँड़ ५० प्रति शत लाभ से बेची; परन्तु व्यापारी ने देवालिया हो जाने के कारण रुपये में ३० पै० का भुगतान किया; तो सौदागर को बिक्री से प्रति शत क्या लाभ वा हानि हुई ?

---

(१४८) एक बिदरी खाँड़ में से जो ५४६ किलो ग्राम तोल में है, एक पंसारी प्रत्येक ६ किलो ग्राम और ८ किलो ग्राम के कितने पार्सल बना सकता है जिससे दोनों प्रकार के पार्सलों की संख्या बराबर हो ?

(१४९) क की थैली में १० रु० हैं, ख ने क को ३१·५० रु० का २× $\frac{३\frac{१}{७}}{१\frac{५}{६}}$ देने के पश्चात् जाना कि उसके पास, क के पास जो अब धन है, उसका $\frac{१}{४३}$ है; तो बताओ ख के पास पहले क्या था।

(१५०) एक संख्या ११ से पूरी बँट जाती है; परन्तु उसको ५, ६ वा ८ से भाग देने से प्रत्येक अवस्था में १ शेष रहता है, तो ऐसी सब से छोटी संख्या कौनसी है ?

(१५१) एक नाव एक नदी के बहाव के सामने जो ४·८० किलो मीटर प्रति घण्टा ४ किलो मीटर ३० मिनट में ले आई गई। नदी का साधारण बहाव १·६० किलो मीटर प्रति घण्टा है: तो बताओ नदी की साधारण दशा में नाव को कितना समय लगेगा।

(१५२) यदि ११ किलो मीटर पटरी की लागत ५५,००० रु० हो जबकि लोहे का भाव ९५ रु० प्रति मेट्रिक टन है, तो उसी पटरी की १९ किलो मीटर की लागत क्या होगी, जबकि लोहे का भाव १०५ रु० प्रति मेट्रिक टन हो ?

(१५३) एक गोल सोने की चद्दर १० सें० मी० व्यास में और २ सें० मी० मोटी गलाकर उससे दो गोल चद्दर प्रत्येक १ सें० मी० मोटी जिनके व्यासों का अनुपात ३ : ४ है, बना ली गई; उनके व्यास बताओ।

(१५४) एक दूकानदार ने ७५० रु० को कुछ वस्तु मोल ली और उनका $\frac{1}{3}$, ४ प्रति शत के टोटे से बेचा। अब उसको बिक्री का भाव प्रति शत कितना बढ़ाना चाहिए कि शेष को उस भाव पर बेचने से कुल ४ प्रति शत का लाभ हो ?

---

(१५५) १८४ लिटर मदिरा के लिए एक मनुष्य ने १११३ रु० दिये। अब वह उसमें कितना पानी मिलावे कि ५·२५ रु० प्रति लिटर बेचने से उसे ७३·५० रु० का लाभ हो ?

(१५६) एक लोटे से जिसमें ·०७८१२५ लिटर पानी आता है, एक बरतन जिसमें २१·८४३७५ लिटर पानी है, खाली किया जायगा, तो कितनी बार लोटा पूरा भरा जा सकेगा और एक लिटर का कितना भाग पानी उस लोटे में होगा; जबकि अन्त में बचा हुआ पानी उसमें डाला जाय ?

(१५७) एक कमरा ८ मीटर लम्बा है; उसमें फ़र्श कराने की लागत २०१·६० रु०, और कागज़ मढ़वाने की लागत १५८·७६ रु० है।

यदि कमरे की चौड़ाई १ मीटर अधिक होती और उसकी ऊँचाई ६० सें० मी० कम, तो फ़र्श कराने की लागत २३५·२० रु० होती, परन्तु काग़ज़ मढ़वाने की लागत वही रहती; तो कमरे की चौड़ाई और ऊँचाई बताओ।

(१५८) क और ख ने दौड़ आरम्भ की। क ने ख से ४० मीटर आगे से और ५ मिनट पहले १७·६० किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से दौड़ना आरम्भ किया। यदि ख की चाल २१·१२ किलो मीटर प्रति घण्टा हो, तो वह क को कितने समय में पकड़ लेगा ?

(१५९) यदि ५ गैस की लम्प का व्यय जो १० दिन तक प्रति रात ५ घण्टे जलती हैं, ३·७५ रु० हो, तो ७५ लैम्पों का व्यय, जो १५ दिन तक प्रति रात ४ घण्टे जलती हैं, क्या होगा ?

(१६०) सबसे बड़ी ऐसी तीन पूर्णाङ्क संख्याएँ बताओ, जिनका योगफल १००० से कम हो और पहली संख्या दूसरी का $\frac{२}{३}$ हो और दूसरी, तीसरी का $\frac{४}{५}$ हो।

(१६१) एक दूकानदार एक प्रकार की खाँड़ ७५ पै० किलो ग्राम बेचने से २० प्रति शत का टोटा देता है और दूसरे प्रकार की खाँड़ १·२५ रु० किलो ग्राम बेचने से २५ प्रति शत का लाभ उठाता है। उसने दोनों प्रकार की खाँड़ों को समान भागों में मिलाकर मिली हुई खाँड़ को १·५० रु० किलो ग्राम बेचा, तो अब उसे प्रति शत क्या लाभ होगा ?

---

(१६२) दो बराबर धन-संख्या बाँटी गई—एक ३६ पुरुषों में और दूसरी कुछ स्त्रियों में। प्रत्येक मनुष्य को १·५० रु० मिला और प्रत्येक स्त्री को ७५ पै० कम मिले; तो स्त्रियों की संख्या बताओ।

(१६३) $\dfrac{\frac{४}{९}\text{ का }१\frac{१}{३} - \frac{२}{३}\text{ का }\frac{५}{६}}{\frac{६}{१००}\left(३\frac{४}{५} - \frac{१}{४५} + ५\frac{१}{६}\right)} \div \dfrac{६\frac{७}{८}}{४ + \dfrac{१}{\frac{५}{९}\text{ का }२\frac{४}{१५}}}$ को सरल करो।

(१६४) तीन बराबर गोल पहिये एक सीधी कीली पर घूमते हैं—पहला पहिया एक चक्कर ५$\frac{१}{३}$ मिनट में करता है, दूसरा २$\frac{६}{७}$ मिनट में और तीसरा ३$\frac{३}{७}$ मिनट में। एक समय तीन चिह्न जो प्रत्येक पहिये

पर एक-एक हैं, एक सीधी रेखा में थे, तो कम-से-कम कितने समय पीछे वे फिर एक सीधी रेखा में होंगे ?

(१६५) क एक काम को ६ घण्टे में, ख उसको ८ घण्टे में और ग उसको १० घण्टे में कर सकता है। एक काम के $\frac{१}{३}$ को क ने ७ घण्टे में और ख ने ८ घण्टे में किया; तो ग कितने समय में पूरा कर लेगा ?

(१६६) क ४० मिनट में ४ किलो मीटर चलता है और प्रत्येक डग एक मीटर का रखता है; तो ख कितने समय में ८·१९ किलो मीटर चलेगा, जबकि उसका डग १३२ सें० मी० का हो और जितने समय में क २२ डग रखे, उतने समय में वह २१ डग रखे ?

(१६७) क, ख, ग तीनों मनुष्यों ने चौके की चिट्ठियों के मूल्य आपस में ४ : ५ : ६ के अनुपात से देने निश्चय किये। पहले दिन की चिट्ठी का मूल्य ३०·७१ रु० क ने दिये; दूसरी चिट्ठी का ४३·२० रु० ख ने दिये और तीसरी का ४६·५६ रु० ग ने; तो आपस में वे अपना हिसाब किस प्रकार ठीक करें ?

(१६८) एक मनुष्य ने फ़्रांस की एक जेब घड़ी जिस पर २५ प्रति शत महसूल देना पड़ता है, मोल ली और ५ प्रति शत हानि से बेची। यदि वह ६० रु० अधिक को बिकती, तो उसे १ प्रति शत का सौदे में लाभ होता; तो बताओ फ़्रांस के कारीगर को घड़ी के क्या दाम मिले थे।

---

(१६९) पुरुषों, स्त्रियों और बालकों की बराबर संख्या ६ दिन में १९८ रु० कमाती है। यदि एक स्त्री १ रु० प्रति दिन कमावे और एक पुरुष स्त्री से ५० पै० अधिक और बालक स्त्री से ५० पै० कम; तो प्रत्येक की संख्या बताओ।

(१७०) वह कौनसा धन है, जिसमें यदि उसके $\frac{२}{३}$ का $\frac{७}{८}$ का $\frac{३}{४०}$ जोड़ा जाय; तो २५०५ रु० हो जाय ?

(१७१) एक हौज़ की लम्बाई, चौड़ाई और गहराई क्रम से ८ फ़ीट, ५ फ़ीट ४ इञ्च और ४ फ़ीट ६ इञ्च है, तो उसमें कितने गैलन पानी होगा ? यह दिया हुआ है कि १ घनफ़ुट पानी तोल में १००० औंस और १ पॉइण्ट पानी तोल में $१\frac{१}{४}$ पौं० होता है।

(१७२) २३०·४० किलो मीटर लम्बी रेल की सड़क के क और ख दो सिरे हैं—एक तेज़ गाड़ी ख से प्रातः के ९ बजे छूटी, दूसरी तेज़ गाड़ी जो उसी चाल से चलती है क से प्रातः के १० बजे छूटी, एक सुस्त गाड़ी ख से प्रातः १० बजकर २० मिनट पर चली। क से छूटनेवाली तेज़ गाड़ी दूसरी तेज़ गाड़ी से प्रातः के ११ बजकर ३० मिनट पर और सुस्त गाड़ी से मध्याह्न के १२ बजकर ३२ मिनट पर मिली; तो गाड़ियों की चालें बताओ।

(१७३) यदि १ रु० = १ शि० १०$\frac{१}{४}$ पें०, १ पौं० = ४·८४ डालर और १ डालर = ५·२ फ्रांक, तो १० लाख रुपयों का मान फ्रांक में बताओ।

(१७४) तीन व्यापारी क, ख, ग को जो ३८५० पौं० की पूँजी से व्यापार करते हैं, कुछ समय पश्चात् ज्ञात हुआ कि उनके हिस्से क्रम से ६६ पौं० ७ शि० ६ पें०, ५९ पौं० ८ शि० ७ पें० और ६६ पौं० १३ शि० ११ पें० बढ़ गये हैं; तो बताओ पहली पूँजी में क का धन कितना था।

(१७५) एक पंसारी ने २०० किलो ग्राम चाय मोल ली और १८० किलो ग्राम चाय उतने को बेच दी जितने को कि उसने कुल चाय ली, शेष को उसने २० प्रति शत के लाभ से बेचा; तो उसे कुल पर प्रति शत क्या लाभ हुआ?

(१७६) एक इञ्जिन के बड़े पहिये का घेरा २० फ़ीट और छोटे का १२ फ़ीट है। यदि प्रत्येक चक्कर में बड़ा पहिया औसत से २ इञ्च फिसल जाता हो; तो १२ मील १७२८ गज़ की दूरी में छोटा पहिया बड़े पहिये से कितने चक्कर अधिक करेगा?

(१७७) $\frac{१}{९}+\frac{१}{३\cdot९^{३}}+\frac{१}{५\cdot९^{५}}+\frac{१}{७\cdot९^{७}}+\ldots\ldots$ का मान ७ दशमलव अङ्क तक निश्चय करो।

(१७८) एक गाड़ी के पहियों के घेर ६$\frac{३}{१४}$ मीटर और ८$\frac{१}{१८}$ मीटर हैं; तो वह कौनसी सबसे कम दूरी है जिसमें दोनों पहिये एक ही समय में पूर्णाङ्क संख्या चक्करों की करेंगे? चलना आरम्भ करते समय जो दोनों पहियों के सबसे नीचे के विन्दु हैं, वे ५२·८० किलो मीटर में कितनी बार एक साथ भूमि से मिलेंगे?

(१७९) २०० मीटर की दौड़ में क ने ख को २० मीटर से और ग को ४० मीटर से जीता; तो १०० मीटर की दौड़ में ख, ग को कितने मीटर से जीतेगा ?

(१८०) एक काम पर २ पुरुष और ५ लड़के लगाये गये, जिन्होंने ६ दिन में उस काम का $\frac{1}{5}$ कर लिया, तत्पश्चात् १ पुरुष और १ लड़का काम पर बढ़ा दिया गया और ३ दिन में उस काम का $\frac{1}{3}$ और हो गया। यदि अब काम को अगले १ दिन में पूरा कराना हो; तो कितने पुरुष और लगाने चाहिए ?

(१८१) क, ख, ग ने क्रम से ८०० रु०, ६०० रु० और ५०० रु० की पूँजी डाली; शर्त के अनुसार क को कुल लाभ का $\frac{2}{3}$ मिला, जो ३६० रु० है; तो ग के लाभ का भाग बताओ।

(१८२) एक दूकानदार अपने ग्राहकों को दो प्रकार से धोखा देता है— (१) बिक्री की वस्तु में इस प्रकार खाद मिलाने से कि मिलावट में ७ प्रति शत खाद हो; (२) ऐसी तुला काम में लाने से जो १ किलो ग्राम प्रकट करती है, जब दूसरे पहले में केवल ९९० ग्राम होते हैं; बताओ इन दोनों में से किस रीति से अधिक धोखा दिया जाता है और १ किलो ग्राम सौदा लेनेवाले मनुष्य को कितने का धोखा होता है।

(१८३) दो नगरों के बीच की दूरी बताओ, जब २० पै० प्रति किलो मीटर के हिसाब से पहले दर्जे की १७ और १४ पै० प्रति किलो मीटर के हिसाब से दूसरे दर्जे की २६ और ८ पै० प्रति किलो मीटर के हिसाब से तीसरे दर्जे की ४० सवारियों का कुल भाड़ा ५९३·९२ रु० दिया जाय।

(१८४) २४ सप्ताह ४ दिन १९ घण्टे का $\left\{ \dfrac{3\frac{1}{3} \text{ का } 5\frac{5}{8}}{2\frac{5}{6} \text{ का } 2\frac{1}{3}} \div \dfrac{2\frac{2}{11} \text{ का } 1\frac{1}{7}}{3\frac{1}{6} \text{ का } 7\frac{5}{7}} \right\}$ के $\dfrac{\text{१ शि० ५ पें०}}{\text{४ शि० ७ पें०}}$ का $\dfrac{\text{२ फ़ीट ३ इञ्च}}{\text{५ फ़ीट ५ इञ्च}}$ का मान बताओ।

(१८५) एक वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल २७ एकड़ १२ वर्ग पोल १ वर्ग गज़ है; तो इसका घेरा कितने पोल है ?

(१८६) क, ख, ग एक काम को क्रम से ६, ८, १० दिन में कर सकते हैं। तीनों ने एक साथ काम आरम्भ किया; क काम पूरा होने तक

लगा रहा, ख ने पूरा होने से २ दिन, और ग ने १ दिन पहले काम छोड़ दिया; तो कितने समय में काम पूरा हुआ ?

(१८७) यदि २५ पै० प्रति रोटो की दर से कुछ मनुष्यों को ३१ दिन तक भोजन देने में १६७४ रु० उठे. तो उनके $\frac{2}{3}$ मनुष्यों को २० दिन तक भोजन देने में ३५ पै० प्रति रोटी की दर से मूल्य देने में क्या व्यय होगा ?

(१८८) क, ख, ग ने एक खेत १०,००० रु० को लिया। जिसमें क ने ४००० रु० दिये, उन्होंने कुछ लाभ से उसे बेचा, जिसमें से ख ने २७५ रु० लिए और ग ने १७५ रु०, तो क के लाभ का भाग बताओ।

(१८९) प्रत्येक १००० रु० के हिस्से पर एक कम्पनी ५ प्रति शत डिविडेण्ड देती है, दूसरी कम्पनी प्रत्येक ७५ रु० के हिस्से पर ४$\frac{4}{6}$ प्रति शत देती है। पहली के हिस्से का मूल्य १२४५ रु० और दूसरी के हिस्से का ८५ रु० है; तो हिस्से मोल लेनेवालों की पूँजी पर जो ब्याज मिलता है उनकी दरों का आपस में मिलान करो।

(१९०) यदि ५००० मनुष्य १० खरब एक रुपये के नोट सन् १८५२ ई० के आरम्भ से गिनना आरम्भ करें और प्रत्येक मनुष्य लगातार प्रति मिनट १०० गिनें; तो बताओ वे कब गिन लेंगे।

(१९१) तीन मैदानों का कुल क्षेत्रफल १७६८ एअर है। यदि दो छोटे मैदानों के क्षेत्रफल बड़े मैदान के क्षेत्रफल के क्रम से $\frac{3}{5}$ और $\frac{2}{3}$ हों; तो प्रत्येक का क्षेत्रफल बताओ।

(१९२) घड़ियों के तीन लट्टू हैं—पहला ३६ सेकण्ड में ३५ आवाज़ करता है; दूसरा ३७ सेकण्ड में ३६ आवाज़; और तीसरा ३८ सेकण्ड में ३७ आवाज़। यदि यह एक साथ आवाज़ करना आरम्भ करें, तो २४ घण्टे में कितनी बार एक साथ आवाज़ करेंगे ?

(१९३) ध्वनि प्रति सेकण्ड ११४२ फ़ीट चलती है. बिजली की चमक के ९ सेकण्ड पीछे गरजने की ध्वनि सुनाई दी; तो गरजने वाले बादल की दूरी बताओ।

(१९४) यदि ४ पुरुष और ६ स्त्रियाँ एक काम को ५ दिन में करें, जिसको ५ पुरुष और १० बच्चे ४ दिन में, या ३ स्त्रियाँ और ४ बच्चे १० दिन में कर सकते हैं; तो बताओ (१) कितने पुरुष, (२) कितनी स्त्रियाँ और (३) कितने बच्चे उसको १ दिन में करेंगे।

(१९५) क और ख साझी हुए; क ने साझे में ख से ६००० रु० अधिक लगाये परन्तु ख को साझे का काम करने के कारण २०० रु० प्रति मास नौकरी दी जाती है; २ वर्ष के अन्त में कुल लाभ जो पूँजी का $\frac{१}{६}$ प्रति वर्ष हुआ ८००० रु० है, जिसमें से ख की नौकरी देनी है; तो नौकरी देने के पश्चात् प्रत्येक के लाभ का भाग बताओ।

(१९६) ३ प्रति शत ब्याज के काग़ज़ का भाव ८५$\frac{१}{२}$ है, तो ३$\frac{१}{२}$ प्रति शत ब्याज के काग़ज़ का क्या भाव होगा, जबकि दोनों प्रकार के काग़ज़ में धन लगाने का लाभ एकसा ही हो? और इस प्रकार ५००० रु० लगाने से क्या ब्याज मिलेगा?

---

(१९७) सबसे छोटी धन-संख्या बताओ जिसको ६६० पौं० ७ शि० ४ पें० में घटाने से शेष ३९ से पूरी बँट जाय।

(१९८) $\frac{\frac{५}{३}(\cdot\dot{३}-\cdot२)+\frac{१}{४}(\cdot\dot{३}+\cdot२)}{\frac{३}{७}(२\cdot\dot{३}+\frac{२}{११})+\frac{१}{११}(\frac{११}{५}-\frac{३}{७})}$ को एक के बराबर बनाने के लिए इस में कौनसी दशमलव भिन्न जोड़नी चाहिए?

(१९९) एक दौड़ ८८० मीटर लम्बी है; क और ख दौड़े और क १० मीटर से जीता, उसी पर ग और घ दौड़े और ग ३० मीटर से जीता, ख और घ उस पर दौड़े और ख २० मीटर से जीता; यदि क और ग उसी पर दौड़ें, तो कौन जीतेगा और कितने मीटर से?

(२००) एक खेत काटने को ४ मनुष्य लगाये गये और ५ दिन काम करने पर उन्होंने ४०० एअर खेत काटा; २ मनुष्य और लगा दिये और खेत अगले ३ दिन में पूरा कट गया; तो उस खेत में कितने एअर थे?

(२०१) क, ख और ग ने एक काम करने का ठेका ५२९ रु० को लिया। क और ख ने जो काम किया वह कुल का $\frac{१६}{२३}$ है, और ख और ग ने जो काम किया वह कुल का $\frac{८}{२३}$ है; तो बताओ क को क्या मिलना चाहिए।

(२०२) यदि ३१५४५·६० रु० प्रॉमेसरी नोटों में जो ४$\frac{१}{४}$ रु० प्रति शत ब्याज के हैं, १०६ की दर से लगाये जायँ; तो मासिक आय क्या होगी? यदि यह नोट का रुपया १० वर्ष के अन्त में समसोल पर बिक

जाय; तो लागत के रुपये पर प्रति शत क्या सरल ब्याज पड़ेगा ?

(२०३) $\frac{१}{१\times२}\times\frac{१}{३\times३^{३}}+\frac{१}{५\times३^{५}}+\frac{१}{७\times३^{७}}+$...का मान ६ दशमलव अङ्क तक शुद्ध निकालो।

(२०४) सबसे बड़ी समय की इकाई बताओ जिससे ११ घण्टे ३१ मिनट १८ सेकण्ड, और २३; घण्टे ४ मिनट २७$\frac{१}{२}$ सेकण्ड पूर्णाङ्क रूप में प्रकट किये जा सकें।

(२०५) एक काम का $\frac{३}{५}$ एक मनुष्य ने १८ दिन में किया और फिर एक लड़के को अपनी सहायता के लिए लगा लिया। लड़के ने ३ दिन तक साथ काम करके छोड़ दिया और उस मनुष्य ने ७$\frac{१}{२}$ दिन अधिक में काम पूरा कर लिया; तो बताओ कुल काम को लड़का कितने समय में कर सकता था।

(२०६) यदि १० घोड़े और ९८ भेड़ें, ६३१·५० रु० में ९ दिन खिलाई जा सकें, तो ४५ घोड़े और २१६ भेड़ें ४० दिन तक कितने में खिलाई जा सकेंगी; यदि १ घोड़ा इतना खाता हो जितना कि ४ भेड़ें ?

(२०७) क ने १२०० रु० से काम आरम्भ किया, और फिर ख को जिसने १६०० रु० लगाये साझी कर लिया। वर्ष के अन्त में क को लाभ का $\frac{३}{५}$ मिला; तो बताओ ख कब साझी हुआ था।

(२०८) एक मनुष्य ने जिसके पास कुछ पूँजी है यह हिसाब लगाया कि यदि वह अपनी पूँजी को ३$\frac{१}{४}$ प्रति शत ब्याज के काग़ज़ में ९१ की दर से लगाता है, तो उसकी वार्षिक आय उससे २५ रु० अधिक होती है जो उसको ३ प्रतिशत ब्याज के काग़ज़ में ८८ की दर से लगाने से होती है; तो उसकी पूँजी बताओ।

---

(२०९) $(\frac{६}{१०}+२\frac{१}{२})-(२\frac{३}{५}-१\frac{३}{४})\times\{(५\frac{३}{४}\times७\frac{२}{३})\div(१६\frac{१}{१६})\}$ को लघुतम र में लिखो।

(२१०) एक वर्गाकार खेत का विकर्ण १०० मीटर है; तो उसका क्षेत्रफल निकालो।

(१९५) क और ख साझी हुए; क ने साझे में ख से ६००० रु० अधिक लगाये परन्तु ख को साझे का काम करने के कारण २०० रु० प्रति मास नौकरी दी जाती है; २ वर्ष के अन्त में कुल लाभ जो पूँजी का $\frac{१}{६}$ प्रति वर्ष हुआ ८००० रु० है, जिसमें से ख की नौकरी देनी है; तो नौकरी देने के पश्चात् प्रत्येक के लाभ का भाग बताओ।

(१९६) ३ प्रति शत ब्याज के काग़ज़ का भाव ८५$\frac{१}{२}$ है, तो ३$\frac{१}{२}$ प्रति शत ब्याज के काग़ज़ का क्या भाव होगा, जबकि दोनों प्रकार के काग़ज़ में धन लगाने का लाभ एकसा ही हो? और इस प्रकार ५००० रु० लगाने से क्या ब्याज मिलेगा?

---

(१९७) सबसे छोटी धन-संख्या बताओ जिसको ६६० पौं० ७ शि० ४ पें० में घटाने से शेष ४९ से पूरी बँट जाय।

(१९८) $\frac{\frac{५}{६}(\cdot\dot{३} - \cdot२) + \frac{१}{४}(\cdot\dot{३} + \cdot२)}{\frac{३}{७}(२\cdot\dot{३} + \frac{२}{११}) + \frac{१}{११}(\frac{११}{५} - \frac{३}{७})}$ को एक के बराबर बनाने के लिए इस में कौनसी दशमलव भिन्न जोड़नी चाहिए?

(१९९) एक दौड़ ८८० मीटर लम्बी है; क और ख दौड़े और क १० मीटर से जीता, उसी पर ग और घ दौड़े और ग ३० मीटर से जीता, ख और घ उस पर दौड़े और ख २० मीटर से जीता; यदि क और ग उसी पर दौड़ें, तो कौन जीतेगा और कितने मीटर से?

(२००) एक खेत काटने को ४ मनुष्य लगाये गये और ५ दिन काम करने पर उन्होंने ४०० एअर खेत काटा; २ मनुष्य और लगा दिये और खेत अगले ३ दिन में पूरा कट गया; तो उस खेत में कितने एअर थे?

(२०१) क, ख और ग ने एक काम करने का ठेका ५२९ रु० को लिया। क और ख ने जो काम किया वह कुल का $\frac{१६}{२३}$ है, और ख और ग ने जो काम किया वह कुल का $\frac{८}{२३}$ है; तो बताओ क को क्या मिलना चाहिए।

(२०२) यदि ३१५४५·६० रु० प्रॉमेसरी नोटों में जो ४$\frac{१}{४}$ रु० प्रति शत ब्याज के हैं, १०६ की दर से लगाये जायँ; तो मासिक आय क्या होगी? यदि यह नोट का रुपया १० वर्ष के अन्त में सममोल पर बिक

जाय; तो लागत के रुपये पर प्रति शत क्या सरल ब्याज पड़ेगा ?

(२०३) $\frac{९}{१\wedge२}\times\frac{१}{३\times३^{३}}+\frac{१}{५\times३^{५}}\pm\frac{१}{७\times३^{७}}+\ldots$ का मान ६ दशमलव अङ्क तक शुद्ध निकालो।

(२०४) सबसे बड़ी समय की इकाई बताओ जिससे ११ घण्टे ३१ मिनट १८ सेकण्ड, और २३; घण्टे ४ मिनट २७$\frac{१}{२}$ सेकण्ड पूर्णाङ्क रूप में प्रकट किये जा सकें।

(२०५) एक काम का $\frac{३}{५}$ एक मनुष्य ने १८ दिन में किया और फिर एक लड़के को अपनी सहायता के लिए लगा लिया। लड़के ने ३ दिन तक साथ काम करके छोड़ दिया और उस मनुष्य ने ७$\frac{१}{२}$ दिन अधिक में काम पूरा कर लिया; तो बताओ कुल काम को लड़का कितने समय में कर सकता था।

(२०६) यदि १० घोड़े और ९८ भेड़ें, ९३१·५० रु० में ९ दिन खिलाई जा सकें, तो ४५ घोड़े और २१६ भेड़ें ४० दिन तक कितने में खिलाई जा सकेंगी; यदि १ घोड़ा इतना खाता हो जितना कि ४ भेड़ें ?

(२०७) क ने १२०० रु० से काम आरम्भ किया, और फिर ख को जिसने १६०० रु० लगाये साझी कर लिया। वर्ष के अन्त में क को लाभ का $\frac{३}{५}$ मिला; तो बताओ ख कब साझी हुआ था।

(२०८) एक मनुष्य ने जिसके पास कुछ पूँजी है यह हिसाब लगाया कि यदि वह अपनी पूँजी को ३$\frac{१}{४}$ प्रति शत ब्याज के काग़ज़ में ९१ की दर से लगाता है, तो उसकी वार्षिक आय उससे २५ रु० अधिक होती है जो उसको ३ प्रतिशत ब्याज के काग़ज़ में ८८ की दर से लगाने से होती है; तो उसकी पूँजी बताओ।

---

(२०९) $\left(\frac{६}{१०}+२\frac{१}{३}\right)-\left(२\frac{३}{५}-१\frac{३}{४}\right)\times\left\{\left(५\frac{३}{४}\times७\frac{२}{३}\right)\div\left(१६\frac{१}{१६}\right)\right\}$ को लघुतम रूप में लिखो।

(२१०) एक वर्गाकार खेत का विकर्ण १०० मीटर है; तो उसका क्षेत्रफल निकालो।

(२११) ध्वनि प्रति सेकण्ड ११४० फ़ीट चलती है। यदि एक जहाज़ पर से जो प्रति घण्टा १० मील चलता है, गोली छोड़ी जाय तो ध्वनि जितने समय में १४$\frac{१}{४}$ मील दूर पहुँचेगी, जहाज़ उतने समय में कितनी दूर चला जायगा?

(२१२) एक गिरजे की घड़ी की मिनट की सुई १·५० मीटर लम्बी है। यदि वृत्त के घेरे का सात गुना उसके व्यास के २२ गुने के बराबर हो: तो ३५ दिन में उस सुई का अग्रभाग (नोक) कितनी दूर चल लेगा?

(२१३) क, ख, ग तीन मनुष्यों ने एक काम २० दिन में पूरा करने का ठेका २४७·५० रु० को लिया। क के ८ दिन तक १० मनुष्य, और शेष दिनों में ६ मनुष्य रहे। ख के ७ दिन तक ७ मनुष्य और १२ दिन तक १२ मनुष्यों ने काम किया। ग ने १५ मनुष्य काम पूरा होने तक रखे, परन्तु उन्होंने प्रति दूसरे दिन काम किया: तो क को क्या मिलेगा?

(२१४) एक मनुष्य ने ४ रु० प्रति शत व्याज के ८५०० रु० का काग़ज़ ८$\frac{१}{४}$ प्रति शत बट्टे से बेंचकर बिक्री के रुपये से ५ प्रति शत व्याज के काग़ज़ ६$\frac{५}{८}$ प्रति शत प्रीमियम से लिए: तो बताओ इससे उसकी वार्षिक आमदनी में क्या लाभ वा हानि हुई?

---

(२१५) एक ठेकेदार ने १०० मनुष्य नौकर रखे जिनमें से ४० मनुष्य सप्ताह के ६ दिनों में प्रति दिन १० घण्टे और सातवें दिन ५ घण्टे काम करते हैं, शेष मनुष्य प्रति दिन ८ घण्टे काम करते हैं; यदि पहलों की नौकरी ५ पै० प्रति घण्टा और दूसरों की ४ पै० प्रति घण्टा हो; तो ४ सप्ताह में कितनी नौकरी देनी होगी।

(२१६) एक बराबर और एक ही प्रकार के दो सन्दूक़ चाय के क, ख, ग के पास भेजे गये। पहले क को एक सन्दूक़ का $\frac{४}{५}$ और ख को $\frac{५}{८}$ और शेष ग को मिलने को था; परन्तु क और ख ने क्रम से ग के भाग का $\frac{८}{१९}$ और $\frac{२}{१९}$ मोल ले लिए; तो बताओ प्रत्येक को कितना मिला।

(२१७) सबसे बड़ी वर्गाकार इंटों की एक भुजा बताओ जिन इंटों को १२ मीटर ७ सें० मी० लम्बे और ७ मीटर ३१ सें० मी० चौड़े कमरे में बिछाने से फ़र्श पूरा-पूरा ढक जाय।

(२१८) एक २२० मीटर के गोलाकार रास्ते पर ३५२० मीटर की दौड़ में जीतनेवाले ने अपने अन्त चक्कर में, दूसरे को उसके पन्द्रहवें चक्कर में एक स्थान पर पकड़ लिया। उनकी चाल का अनुपात १५९ : १४९ है; तो दौड़ के अन्त होने के स्थान से यह स्थान कितनी दूर था ?

(२१९) यदि एक दिन में ३ मनुष्य इतना काम करें जितना ७ लड़के, तो २५ लड़कों को एक काम के पूरा करने में कितना समय लगेगा; जिसके $\frac{१}{४}$ को १२ मनुष्य १३ दिन में कर चुके हैं ?

(२२०) क, ख ग एक चरागाह में, जिसके १६ रु० मासिक देने पड़ते हैं, साझी हैं। उन्होंने क्रम से ७०, ५० और ४० भेड़ें चराने को छोड़ीं। ४ मास पीछे क ने अपने गल्ले का $\frac{२}{७}$ ख को बेच दिया और इससे ३ मास पीछे ग ने अपने गल्ले का $\frac{२}{५}$ क को बेंच दिया; तो बताओ वर्ष के अन्त में प्रत्येक को क्या देना चाहिये।

(२२१) एक मनुष्य ने मद्रास बैङ्क के १० हिस्से प्रति हिस्सा १५४० रु० को मोल लिए और ५ वर्ष तक अपनी लागत पर ५$\frac{१}{३}$ रु० प्रति शत का ब्याज लेता रहा, फिर उसको २२$\frac{१}{८}$ रु० प्रति शत के टोटे से बेंच डाला; तो बताओ उसने इस व्यापार से क्या लाभ उठाया और उसे अपनी लागत के रुपये पर प्रति शत क्या ब्याज पड़ा।

(२२२) कुछ संख्या गायों की और उससे दूनी भेड़ों की ३४०० रु० को मोल ली। यदि प्रति गाय को २०० रु० और भेड़ की ७० रु० लागत पड़ी; तो बताओ कितनी भेड़ें मोल लीं।

(२२३) एक जहाज़ २०६४४·८० रु० का है और उसका कप्तान उसके $\frac{३}{२}$ का $\frac{४}{५}$ का $\frac{२}{३}$ का मालिक है। उसने जहाज़ को उसके $\frac{५}{६}$ मूल्य पर बेच दिया; तो बिक्री में उसका हिस्सा बताओ।

(२२४) एक वर्गाकार कमरे की ऊँचाई उसकी चौड़ाई से आधी है और कमरे का घनफल १०८ घन मीटर है; तो उसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई बताओ।

(२२५) दो नल क, ख एक हौज़ की क्रम से ३७½ मिनट और ४५ मिनट में भर सकते हैं। दोनों नलों के एक साथ खोलने के पश्चात् कितने समय पीछे दूसरा नल रोक दिया जाय कि हौज़ ठीक आधे घण्टे में भर जाय ?

(२२६) यदि एक नियत समय में १३ एञ्जिन जिनमें से प्रत्येक की शक्ति २६० घोड़ों की सप्ताह के ७ दिनों में प्रति दिन ११ घण्टे काम करके ७३१५ मेट्रिक टन माल २२१ किलो मीटर दूर ले जायँ; तो उसी समय में ७ एञ्जिनों को जिनमें प्रत्येक की शक्ति ३१९ घोड़ों की है, ४८४५ मेट्रिक टन माल १५४ किलो मीटर ले जाने के लिए सप्ताह के ६ दिनों में प्रति दिन कितने घण्टे काम करना पड़ेगा ?

(२२७) प्रति पौं०·२ शि० और प्रति पौं० २ शि० ९ पेंस की दरों की चाय किस प्रकार मिलाई जायें कि मिली हुई चाय को २ शि० ८ पें० प्रति पौं० की दर से बेचने से २ पें० प्रति पौं० का लाभ हो ?

(२२८) ओरिएण्टल बैङ्क के ४० हिस्से प्रत्येक २५० रु० का १२१ प्रति शत प्रीमियम से बेंचकर मद्रास बैङ्क के कितने हिस्से प्रत्येक १००० रु० का ७२ रु० प्रति शत के प्रीमियम से मोल लिए जा सकते हैं और कितना शेष रहेगा ?

---

(२२९) खाँड़, आटा और चावल समान तोल के ७२० रु०.५६ पै० को मोल लिए, प्रति किलो ग्राम खाँड़ का मूल्य आटे से और आटे का मूल्य चावल से दूना है, तो खाँड़ की लागत बताओ।

(२३०) १२ शि०·९¾ पें० के $\frac{६\cdot७५७}{२\cdot१७\dot{४}\dot{२}} \times \frac{\cdot\dot{२}५\dot{६}}{२\cdot७८}$ का मान बताओ।

(२३१) एक चाय के व्यापारी के यहाँ चाय रखने का एक आयताकार गोदाम ५·४० मीटर लम्बा, २·७० मीटर चौड़ा और १·८० मीटर ऊँचा है। वह उसको घनाकार बन्डलों से जो सब एक ही माप के हैं, भरना चाहता है; तो उन समघनाकार बन्डलों की सबसे बड़ी माप बताओ जो उसमें पूरे भरे जा सकते हैं और इन बन्डलों की संख्या क्या होगी ?

(२३२) एक ख़रगोश एक कुत्ते से ४० मीटर आगे चला और जब ३० सेकण्ड चल चुका तो कुत्ते की दृष्टि उस पर पड़ी। ख़रगोश

प्रति घण्टे २१·१२ किलो मीटर और कुत्ता २६·४० किलो मीटर दौड़ता है; तो बताओ कुत्ता कितनी देर दौड़कर और कितनी दूर जाकर उसे पकड़ लेगा।

(२३३) यदि ३ पुरुष और ५ लड़के ८०० एअर १० दिन में काटें, और ५ पुरुष और ३ लड़के १३६० एअर १५ दिन में काटें; तो ९ पुरुषों की सहायता को कितने लड़के चाहिए जिससे १८०० एअर ६ दिन में कट जायँ ?

(२३४) एक पंसारी ने दो प्रकार की ६० किलो ग्राम चीनी ६५ रु० को ली। बढ़िया की लागत १·२५ रु० प्रति किलो ग्राम और घटिया की १·२० प्रति किलो ग्राम हो; तो बताओ प्रत्येक प्रकार की कितने किलो ग्राम चीनी थी।

(२३५) ४७० का ऋण चुकाने के लिए ३ प्रति शत ब्याज का स्टॉक ९४$\frac{1}{2}$ की दर से कितना बेचना चाहिए, जब १०० रु० के स्टॉक पर $\frac{1}{2}$ रु० दलाली लगती हो ?

---

(२३६) एक वर्ग की प्रत्येक भुजा आठ समान भागों में बाँटी गई और विभाग होने के विन्दुओं से भुजाओं के समान्तर रेखा खींची गई ? यदि वर्ग का क्षेत्रफल २५६ वर्ग सें० मी० हो; तो इन छोटे वर्गों में से जिनमें वह वर्ग बँट गया है, प्रत्येक की एक भुजा बताओ।

(२३७) क और ख ने १७६० मीटर की दौड़ की। पहले जितने समय में ख ४ मीटर दौड़ता था उतने में क ५ मीटर, परन्तु ८८० मीटर चलने पर क थक गया और जितने समय में पहले ५ मीटर चलता था उतने में तीन मीटर चलने लगा और ख अपनी पहली चाल से चला गया, तो बताओ कौन जीतेगा और कितने अन्तर से।

(२३८) यदि ५० मीटर लकड़ी का जो प्रति मीटर ६३ किलो ग्राम तोल में है, भाड़ा ४० किलो मीटर के लिए ३० हो तो १८ मीटर लकड़ी का भाड़ा जो प्रति मीटर १६८ किलो ग्राम तोल में है, २५ किलो मीटर के लिए क्या होगा ?

(२३९) एक मनुष्य ने १२५० सोने की मुहर ५ प्रति शत ब्याज के सरकारी काग़ज़ में १०५ की दर से लगाई; फिर उसने उसको ४½ प्रति शत ब्याज के ९५ की दर के काग़ज़ से बदल लिया। यदि एक मुहर १७ रु० के समान हो; तो बताओ उसकी वार्षिक आय में क्या अन्तर पड़ा।

---

(२४०) एक मनुष्य जिसकी आय १३२८ रु० वार्षिक है, पहले २० सप्ताह तक ४४ रु० प्रति सप्ताह व्यय करता है। अब वह वर्ष के शेष दिनों में प्रति दिन क्या व्यय करे कि वर्ष के अन्त में ऋणी न हो ?

(२४१) कौनसी संख्या को उसी से गुणा देने से गुणनफल १०९$\frac{६२८}{७२९}$ प्राप्त होगा ?

(२४२) एक पत्थर के समघनाकार टुकड़े को जिसका एक किनारा २ फ़ीट है एक हौज़ से जो ४ फ़ीट लम्बा, ३ फ़ीट चौड़ा और २ फ़ीट गहरा है रखकर उसमें पानी भर दिया; तो बताओ पानी की गहराई ६ इञ्च कम करने के लिए कितना पानी निकालना चाहिए। (एक घन फ़ुट पानी तोल में ६२½ पौंड होता है।)

(२४३) क और ख एक काम को २$\frac{२}{३}$ दिन में कर सकते हैं, परन्तु जब ख आधे समय काम करता है तो वह ४ दिन में पूरा हो जाता है; तो सिद्ध करो कि क की अपेक्षा ख दूना काम कर सकता है।

(२४४) यदि २ पुरुष और ५ स्त्रियाँ एक काम को ८ दिन में प्रति दिन ९ घण्टे काम करके पूरा करें, तो ३ पुरुष और ६ स्त्रियाँ उससे दूने काम को प्रति दिन ८ घण्टे काम करके कितने समय में पूरा करेंगे ? एक पुरुष का काम एक स्त्री से दूना होता है।

(२४५) सोना पानी से १९ गुना और ताँबा ९ गुना भारी होता है, तो किस अनुपात से धातुएँ मिलाई जायँ कि मिली हुई वस्तु पानी से १५ गुनी भारी हो ?

(२४६) जब ३ रु० प्रति शत ब्याज के काग़ज़ का भाव ९० रु० था, मैंने उसको बेचकर बिक्री के दामों से ४ रु० प्रति शत ब्याज का दूसरा काग़ज़ ९५ रु० के भाव से ले लिया, इससे मेरी वार्षिक आय २४३ रु०

बढ़ गई; तो बताओ मेरे पास ३ रु० प्रति शत व्याज का कितना काग़ज़ था ।

(२४७) एक मनुष्य की मेज़ की दराज़ में १५ बौंड़ प्रत्येक २० रु० की थीं। उसके नौकर ने रुपये चुराकर उनके स्थान में १५ बौंड़ जिनमें प्रत्येक में १६ दो पै० के सिक्के और चोटी पर १ रुपया है, रख दीं; तो बताओ उसने कितना चुराया ।

(२४८) एक मनुष्य को ३१५०० रु० और ८५०० रु० का ऋण देना है और उसकी रियासत केवल १६००० रु० की है; तो बताओ रुपये में वह कितना दे सकता है और दूसरी ऋण में कितनी हानि रहेगी ।

(२४९) २४३ वर्ग मीटर के एक आयताकार धरती के टुकड़े की चौड़ाई, लम्बाई का $\frac{१}{३}$ है; तो उसकी भुजाओं का योगफल बताओ ।

(२५०) एक सवारीगाड़ी ने जो ६४ किलो मीटर प्रति घण्टा जाती है १४० मीटर लम्बी है एक मालगाड़ी को जो बराबर की समान्तर सड़क पर जा रही थी पकड़ा; मालगाड़ी ४४ किलो मीटर प्रति घण्टा जाती है और २१० मीटर लम्बी है; तो सवारीगाड़ी माल गाड़ी को कितने समय में पार कर जायगी ?

(२५१) रेल के रास्ते से ट्योरिन और वेनिस में ४२० किलो मीटर का अन्तर है और भाड़ा प्रथम श्रेणी का ५६ लायर है; तो इसी हिसाब से भारतीय सिक्कों में कलकत्ते से वाराणसी तक जो ४८० मील की दूरी पर है, भाड़ा बताओ (७ लायर=३ रु०, ८ किलो मीटर= ५ मील ।)

(२५२) ४·५० रु० प्रति किलो ग्राम का ४० किलो ग्राम क़हवा, ३·१५ रु० किलो ग्राम की कुछ चिकरी के साथ मिलाया और मिली हुई वस्तु ३·६० रु० प्रति किलो ग्राम की बन गई; तो बताओ चिकरी कितनी थी ।

(२५३) ३ प्रति शत व्याज और ९२$\frac{१}{२}$ की दर के कॉन्सल में कितना रुपया लगाने से वही आय होगी जो २$\frac{१}{२}$ प्रति शत व्याज और ९५ की दर के कॉन्सल में ४५६० रु० लगाने से होती है ।

(२५४) यदि एक वस्तु को ७९·६३ रु० को बेचने से २०·४३ रु० का लाभ हो; तो उसको ५८·७५ रु० को बेचने से क्या लाभ वा हानि होगी ?

(२५५) १०० मीटर की दौड़ में क, ख को ५ मीटर से जीत सकता है और २०० मीटर की दौड़ में ख, ग को १० मीटर से जीत सकता है; तो ४०० मीटर की दौड़ में क, ग को कितने मीटर से जीत सकेगा ?

(२५६) यदि २१० मज़दूर प्रति दिन १० घण्टे काम करके ७ दिन में एक नहर १ किलोमीटर लम्बी, २ मीटर चौड़ी और ८० सें० मी० गहरी खोदें, तो प्रति दिन ७ घण्टे काम करके कितने दिनों में ३५ मज़दूर १ नहर २०० मीटर लम्बी, २·४० मीटर चौड़ी और ७५ सें० मी० गहरी खोदेंगे ?

(२५७) ११ संख्याओं का माध्य ३० है, पहली पाँचों का माध्य २५ है और अन्त की पाँचों का २८ है; तो छठी संख्या बताओ ।

(२५८) ५ रु० प्रति शत ब्याज और १०३·७५ रु० की दर के काग़ज़ में कितना रुपया लगाया जाय कि आय कर ५ रु० प्रति शत का आय-कर देकर ४००० रु० वार्षिक की बचत हो ?

(२५९) जब आय-कर रुपये में ८ पै० था, तो एक आय पर २८·८० रु० कर था, अब उस पर कर ७·२० रु० कम है; तो अब प्रति रुपया आय-कर क्या है ?

(२६०) एक कमरे की लम्बाई चौड़ाई से दूनी और ऊँचाई से चौगुनी है और उसमें २१६ घन मीटर वायु है; तो उसकी लम्बाई बताओ ।

(२६१) प्रति दिन ११ घण्टे काम करके क एक खेत को ५ दिन में और ख ६ दिन में काट सकता है, यदि वे प्रति दिन १० घण्टे काम करें; तो दोनों मिलकर उसको कितने दिन में काटेंगे ?

(२६२) प्रति दिन ६ घण्टे काम करनेवाले ३८ मनुष्य एक काम को १२ दिन में पूरा करते हैं तो प्रति दिन ८ घण्टे काम करनेवाले ५७ मनुष्य उससे दूने काम को कितने दिन में करेंगे ? यदि पहली प्रकार के २ मनुष्य १ घण्टे में इतना काम करते हैं जितना दूसरी प्रकार के ३ मनुष्य १½ घण्टे में करें ।

(२६३) ५ मनुष्यों की तोल का माध्य ३८·५० किलो ग्राम है, एक लड़के की तोल और मिलाने से माध्य की तोल ३·५० किलोग्राम घट जाती है; तो लड़के की तोल क्या है ?

(२६४) एक व्यापार की कम्पनी के एक हिस्सेदार को एक वर्ष अपने हिस्सों पर ५ प्रति शत का और दूसरे वर्ष ७½ प्रति शत का डिविडेयड मिला; और उसका दूसरे वर्ष का डिविडेयड पहले वर्ष से ४१२·५० रु० अधिक है; तो बताओ कि उसके हिस्से कितने के थे।

---

(२६५) तेज़ चलने में प्रति मिनट ८० सें० मी० के ११० डग रखे जाते हैं, तो यह चाल प्रति घयटा क्या है ?

(२६६) एक सभा ने ४०·९६ रु० एक शुभ काम में चन्दा एकत्र किया और प्रत्येक सदस्य ने इतने पै० दिए जितने उस सभा में सदस्य थे, तो सदस्यों की संख्या बताओ।

(२६७) आड़गुणन से एक पत्थर के टुकड़े का घनफल निकालो, जो ३ फ़ीट ७ इञ्च लम्बा, २ फ़ीट ३½ इञ्च चौड़ा और १ फ़ुट २⅔ इञ्च मोटा है।

(२६८) एक २९० मीटर लम्बी रेलगाड़ी ने एक मनुष्य को जो सड़क के किनारे-किनारे ६ किलो मीटर प्रति घयटा की चाल से जा रहा था, पकड़ा और उसको ३० सेकयड में पार कर गई। मनुष्य के पार करने के १५ मिनट पश्चात् वह स्टेशन पर पहुँची; तो कितने समय में मनुष्य उस स्टेशन पर पहुँचेगा ?

(२६९) यदि प्रति दिन ६ घयटे काम करके ४० पुरुष और ५० लड़के एक काम को ६ दिन में पूरा करें, तो उससे ड्योढ़े काम को ८ पुरुष और २० लड़के प्रति दिन ७ घयटे काम करके कितने दिनों में पूरा करेंगे, यदि एक पुरुष ३ घयटे में इतना काम करे जितना एक लड़का ५ घयटे में ?

(२७०) ८ मनुष्यों की अवस्थाओं का माध्य २ वर्ष बढ़ जाता है, जब उनमें एक मनुष्य की जगह जिसकी अवस्था २५ वर्ष की है, दूसरा नया मनुष्य आ जाता है; तो नये मनुष्य की अवस्था बताओ।

(२७१) यदि ४ प्रति शत काग़ज़ का भाव छःमाही डिविडेंयड देने से थोड़े ही समय पहले ९३ हो, तो उसका भाव इससे ३ मास पहले क्या होना चाहिए था: यदि मान लिया जाय कि इस समय में प्रचलित ब्याज दर में कुछ अन्तर नहीं पड़ा ?

---

(२७२) एक कारखाने में साप्ताहिक मज़दूरी में ४४६८·८ रु० उठते हैं। कारखाने में कुछ स्त्रियाँ ३·४० रु० प्रति दिन पर काम करती हैं। उनसे ५ गुने पुरुष ६·६० प्रति दिन पर और ६ गुने लड़के २·८० रु० प्रति दिन पर काम करते हैं; तो पुरुषों की संख्या बताओ।

(२७३) एक खुला हुआ बर्तन $\frac{1}{4}$ सें० मी० मोटी लोहे की चद्दर का बना हुआ है। भीतर से ६२$\frac{1}{2}$ सें० मी० लम्बा, ३६ सें० मी० चौड़ा और २४ सें० मी० गहरा है; तो पानी से भरे हुए जल कुण्ड का बोझ बताओ जब कि लोहा पानी से ७ गुना भारी हो और एक सें० मी० पानी तोल में १ ग्राम हो।

(२७४) ३५२० मीटर की एक दौड़ में क जीता, ख २२ मीटर पीछे रहा और ग, ख से १०६ मीटर पीछे रहा; तो ५२८० मीटर की दौड़ में जिसमें क नहीं दौड़ता, ग को ख कितने मीटर से जीतेगा ?

(२७५) जब चावल प्रति रुपया २$\frac{1}{2}$ किलो ग्राम है, तो २० मज़दूरों की एक मास की मज़दूरी ६०० रु० है, जब चावल का भाव प्रति रुपया २ किलो ग्राम हो, तो उसी हिसाब से एक मज़दूर की एक दिन की मज़दूरी क्या होनी चाहिए ?

(२७६) क और ख ने दौड़ आरम्भ की और कुछ दूर तक दोनों बराबर रहे, फिर ख थक गया और ५६ मीटर और आगे बढ़कर ख ने दौड़ना छोड़ दिया; क इस समय में ३२० मीटर दौड़ गया, कुल दूरियाँ जो दोनों मनुष्य चले उनका माध्य ११८८ मीटर है; तो बताओ कि वे कितनी दूर तक बराबर रहे।

(२७७) एक कम्पनी के २३ रु० के हिस्सों पर प्रति हिस्सा १ रु० डिविडेयड मिलता है और दूसरी कम्पनी के १५ रु० के हिस्सों पर प्रति हिस्सा ·७२५ रु०; पहली का एक हिस्सा २४·९२ रु० का बिकता है और

दूसरे का १७ रु० को: तो हिस्से मोल लेने वालों को जो ब्याज पड़ता है उनकी दरों का मिलान करो।

(२७८) एक मनुष्य ने १०० नारङ्गियाँ प्रति पैसा २ की दर से और १०० नारङ्गियाँ प्रति पैसा ३ की दर से मोल लीं और मिलाकर कुल क २ पैसे की ५ की दर से बेच डाला; तो बताओ उसे क्या टोटा रहा।

(२७९) एक खुला हुआ जलकुण्ड जो $\frac{1}{2}$ सें० मी० मोटी लोहे की चद्दर का बना हुआ है बाहर से १० सें० मी० लम्बा; ८ सें० मी० चौड़ा और ५$\frac{1}{2}$ सें० मी० गहरा है; यदि एक घन सें० मी० लोहा तोल में ७ ग्राम हो; तो जलकुण्ड का मूल्य ५ रु० प्रति किलो ग्राम की दर से निकालो।

(२८०) एक ही समय में ख की अपेक्षा क ड्यौढ़ा काम करता है और ख, ग के काम का १$\frac{1}{3}$ करता है। सब मिलकर एक काम को ५ दिन में पूरा कर सकते हैं, परन्तु यदि क २ दिन काम करके छोड़ दे; तो ख और ग उसको कितने दिन में पूरा करेंगे?

(२८१) जब चावल प्रति रुपया २ किलो ग्राम है, तो कुल धन से ७ मनुष्यों को ३० दिन तक खाना खिलाया जा सकता है। जब चावल प्रति रु० २·८० किलो ग्राम होंगे; तो उसी धन से ६ मनुष्यों को कितने दिन तक भोजन दिया जा सकेगा?

(२८२) यदि एक मज़दूर की एक दिन की नौकरी १·१४ रु० से १·४४ रु० हो जाय, तो उसके व्यय में प्रति शत क्या अधिकता होने से उसकी पहली जैसी ही दशा रहेगी?

(२८३) एक मनुष्य ने एक कम्पनी के ५ हिस्से मोल लिए और उनमें से ३ हिस्से १० प्रति शत के लाभ से और शेष दो हिस्से १६$\frac{2}{3}$ प्रति शत के लाभ से बेचे। इस प्रकार पिछली बिक्री में पहली से १४·३१ रु० अधिक लाभ हुआ; तो बताओ कि उसने प्रत्येक हिस्सा कितने को लिया था?

---

(२८४) एक मनुष्य ने ७२ पै० लिटर के भाव से २५ लिटर दूध लेकर ६० पै० लिटर बेचा और २·४० रु० का लाभ उठाया; तो बताओ उसने दूध में के लिटर पानी मिलाया ।

(२८५) एक मनुष्य को रुपये में ५ पै० आयकर देने के पश्चात् ३८० रु० मासिक बचते हैं; यदि आयकर ७ पै० हो जाये; तो उसे क्या बचेगा ?

(२८६) एक रेलगाड़ी १२ बजे क से ग को जो १०० किलो मीटर दूर है, ३० किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से चली। उसी समय ख से, जो क और ग के ठीक बीच में है एक इक्का ग की ओर १० किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से चला; तो ग से कितनी दूरी पर गाड़ी उसको पकड़ लेगी ?

(२८७) यदि १३ घन सें० मी० ताँबा तौल में १७ घन सें० मी० लोहे के और १५ घन सें० मी० लोहा १६ घन सें० मी० राँगे के और १९ घन सें० मी० राँगा, १२ घन सें० मी० जस्ते के बराबर हो; तो कितने घन सें० मी० जस्ता २४७० घन सें० मी० ताँबे के तौल में बराबर होगा ?

(२८८) यदि वर्ष की पहली छः माही में आयकर १ रु० में ६ पै० और दूसरी छः माही में ५·७६ रु० प्रति शत हो, तो उस मनुष्य की 'कुल आय क्या है जिसे कर देने के पश्चात् २७९१·८० रु० वार्षिक बच रहते हैं ?

(२८९) एक मनुष्य ने ३ प्रति शत ब्याज के काग़ज़ में ९० की दर से कुछ धन लगाया। जब उसका भाव ९३$\frac{3}{8}$ का हो गया, तो १००० रु० का काग़ज़ बेच डाला और शेष को तब बेचा जब उसका भाव ८४$\frac{1}{8}$ हो गया। कुल बिक्री के रुपये उसने ४ प्रति शत ब्याज के काग़ज़ में सममोल पर लगा दिये। इस प्रकार उसकी आय ९·२५ रु० अधिक हो गई; तो बताओ पहले कितना धन लगाया था ?

---

(२९०) ११६·२५ रु० को २० लड़कों और २५ लड़कियों में इस प्रकार बाँटो, कि प्रत्येक लड़के को लड़कियों से ७५ पै० अधिक मिलें; तो प्रत्येक लड़के को क्या मिलेगा ?

(२९१) एक संख्या के वर्ग का $\frac{३}{५}$, १२६·१५ है; तो वह संख्या क्या है?

(२९२) तख़्तों से बना हुआ एक खुला हुआ हौज़ जिसमें ४३२० गैलन आते हैं, बाहर से १४·११३७ फ़ी० लम्बा, १०·२५ फ़ी० चौड़ा और ५·१५ फ़ी० गहरा है; उसके चारों ओर के तख़्ते १$\frac{१}{२}$ इञ्च मोटे हैं। यदि एक गैलन में २७७·७४ घन इञ्च हों; तो उसकी तली की मोटाई बतलाओ।

(२९३) क और ख १० किलो मीटर पैदल चले। क की अपेक्षा ख २० मिनट पहले से चला; क १७$\frac{१}{२}$ मिनट में १ किलो मीटर की चाल से चला और आठवें किलो मीटर के पत्थर पर ख को पकड़ लिया; तो बताओ ख कितने समय और कितनी दूरी से हारा।

(२९४) यदि १७ मनुष्य एक १०० मीटर लम्बी, ४ मीटर ऊँची और १ मीटर मोटी दीवार को २५ दिन में बनावें; तो कितने मनुष्य इससे दूनी बड़ी दीवार को इससे आधे समय में बनावेंगे?

(२९५) सन् १८६१ में तीन नगरों की मनुष्य-संख्या क्रम से १७६५०, १९६०० और १८७६० थी; सन् २८७१ में पहले की मनुष्य-संख्या १८ प्रति शत घट गई, दूसरे की २१ प्रति शत बढ़ गई; और तीसरे में ४६९० मनुष्य बढ़े; तो बताओ तीनों नगरों की कुल मनुष्य-संख्या में प्रति शत क्या अन्तर पड़ा।

(२९६) एक मनुष्य ने ५$\frac{१}{२}$ प्रति शत ब्याज के सरकारी काग़ज़ में ५६०० रु० लगाये और उसकी वार्षिक आय २७५ रु० हुई; तो बताओ मोल लेते समय ५$\frac{१}{२}$ प्रति शत का काग़ज़ किस प्रीमियम से था।

---

(२९७) एक एञ्जिन के पहिये का घेरा बताओ जो एक सेकेण्ड में ५ चक्कर करता है और ४४ मिनट में ५२·८० किलो मीटर चला जाता है।

(२९८) एक मनुष्य की वार्षिक आय ४८० रु० है; उस पर एक रु० में ७ पै० का आयकर लगा दिया, परन्तु खाँड़ पर १$\frac{१}{२}$ पै० प्रति किलो ग्राम (तोल) का महसूल छूट गया; तो बताओ उसके यहाँ खाँड़ का वार्षिक व्यय कितना हो कि उस आयकर के बराबर बचत हो जाय।

(२९९) तीन नल क, ख, ग एक हौज़ में लगे हुए हैं। क उसको २० मिनट में और ख ३० मिनट में भर सकता है और ग उसे ४० मिनट में खाली कर सकता है। यदि क, ख, ग को बारी-बारी से एक-एक मिनट तक खुला रखा जाये; तो हौज़ कितनी देर में भर जायगा?

(३००) एक गढ़ में ३०० पुरुष, १२० स्त्रियाँ और ४० बच्चे घिर गये और उसमें २०० पुरुषों को ३० दिन के लिए खाद्य सामग्री है; यदि एक स्त्री एक पुरुष का $\frac{२}{३}$ और एक बच्चा उसका $\frac{१}{२}$ खाय और ६ दिन के पश्चात् १०० पुरुष और कुल स्त्रियाँ और बच्चे निकल जावें; तो शेष खाद्य सामग्री बचे हुए पुरुषों को कितने दिन को होगा?

(३०१) चावलों का मूल्य ५० प्रति शत बढ़ जाने से एक गृहस्थ उस वस्तु का व्यय प्रति शत कितना कम करे; जिससे उस गृहस्थ का व्यय अधिक न हो।

(३०२) एक मनुष्य ने ४ प्रति शत ब्याज का सरकारी काग़ज़ जिससे ८९७६ रु० वार्षिक आय होती है, ५ रु० प्रति शत के काग़ज़ से बदला और उसकी ब्याज की वार्षिक आय ४४ रु० बढ़ गई; तो उस स्टॉक में क्या अधिकता वा न्यूनता हुई?

(३०३) एक ६ मास मिती (मुद्दत) की १७५ पौं० की लन्दन की हुण्डी मद्रास में जब बदले का क्रम २ शि० $\frac{५}{१६}$ पें० प्रति रुपया है मोल ली गई; मिती पूरी होने से ४ मास पहले वह लन्दन में २$\frac{१}{२}$ प्रति शत (वार्षिक) मितीकाटे से बिकी; तो बताओ कि मद्रास में उस हुण्डी का क्या दिया गया और लन्दन में उसका क्या मिला।

---

(३०४) एक मनुष्य ने ६१५ रु० की मदिरा १५ रु० प्रति लिटर की दर से ली और खेरीज में १७·५० रु० प्रति लिटर की दर से बेच कर ८५ रु० का लाभ उठाया; तो बताओ कितने लिटर मदिरा चूकर नष्ट हो गई।

(३०५) $\sqrt{२}$, $\sqrt[३]{३}$ और $\frac{४}{३}$ को क्रम से मानानुसार लिखो।

(३०६) दो रेलगाड़ियाँ जो बराबर सड़कों पर विपरीत दिशाओं में क्रम से ४५ और ३६ किलो मीटर प्रति घण्टा की चाल से जा रही हैं, ८

सेकण्ड में एक दूसरे को पार कर गईं और जब वह एक ही दिशा में पहली ही चाल से जाती थीं, तो तेज़ गाड़ी में बैठे हुए एक मुसाफ़िर ने देखा कि वह दूसरी गाड़ी को ३० सेकण्ड में पार कर गया; तो गाड़ियों की लम्बाई बताओ।

(३०७) यदि ६ डालर और ६ रूबल मिलकर १ पौंड १३ शि० ९ पें० के बराबर हों और ४ डालर और ८ रूबल मिलकर १ पौं० ११ शि० ८ पें० के बराबर हों; तो ६ डालर और ८ रूबल का क्या मान होगा ?

(३०८) एक परीक्षा में पास होने के लिए जो अङ्कों की सबसे कम संख्या है, क़ को उससे १० प्रति शत कम अङ्क मिले। ख को क से $११\frac{१}{९}$ प्रति शत कम मिले; क और ख से मिलाकर जो अङ्क हुए उससे $४१\frac{३}{१७}$ प्रति शत ग को कम मिले; तो बताओ ग उत्तीर्ण हुआ या नहीं।

(३०९) मुझे १२४८० रु० स्टॉक में लगाने हैं; तो बताओ ५ प्रति शत ब्याज के सरकार काग़ज़ में जिसका भाव $१०\frac{३}{४}$ प्रति शत बट्टे से है रुपया लगाना अधिक लाभकारी होगा वा सममोल पर ख़ज़ाने के नोट मोल लेना, जिन पर प्रति दिन प्रति शत ३ पैं० ब्याज मिलता है और दोनों का अन्तर निकालो।

(३१०) यदि समान बदले में २ अंग्रेज़ी शिलिङ्ग १ भारतीय रुपये के बराबर हों और भारत की ५४० रु० ७५ पै० की एक हुण्डी लन्दन में ५१ पौं० १० शि० को बिके; तो बताओ समान बदले की दर से कितने प्रति शत कम मूल्य लिया गया।

---

(३११) सन् १८८८ ई० की ३ जनवरी सोमवार के दिन से एक मनुष्य ने एक १५ पै० वाला समाचार-पत्र लेना आरम्भ किया (जो केवल सप्ताह में ६ दिन छपता है और इतवार को नहीं); तो बताओ उसी वर्ष को १३ जून तक उसने क्या व्यय किया।

(३१२) एक मनुष्य की आय १५० रु० कम हो गई; परन्तु आय कर १ रु० में ६ पै० से ७ पै० हो जाने के कारण उसको पहले ही के बराबर कर देना पड़ता है; तो उसकी वर्त्तमान आय क्या है ?

(३१३) क और ख ने एक दौड़ आरम्भ की, उनकी चाल का अनुपात १७ : १८ है। क १६ मिनट ४१ सेकण्ड में २$\frac{१}{३}$ किलो मीटर दौड़ता है, ख ने ३४ मिनट में दौड़ पूरी कर ली; तो दौड़ की लम्बाई बताओ।

(३१४) यदि ५ पुरुष और ८ लड़के ३६० एअर १० दिन में काटें और ४ पुरुष और ४ लड़के १२० एअर ५ दिन में; तो २ पुरुष और ३ लड़के ७ दिन में कितने एअर काटेंगे।

(३१५) ४३२ लिटर ब्रांडी और रम की मिली हुई वस्तु में ८$\frac{३}{४}$ प्रति शत ब्रांडी है। उसमें कुछ पानी मिलाने से ब्रांडी कुल वस्तु की ७$\frac{१}{६}$ प्रति शत हो गई; तो बताओ कितना पानी मिलाया गया।

(३१६) एक मनुष्य ने ४ प्रति शत ब्याज का १९०० रु० का रूसी काग़ज़ १०४ के भाव से बेचकर ९६२$\frac{२}{३}$ रु० से ३ प्रति शत ब्याज के काँसल ९५ के भाव से मोल लिए और शेष बिक्री के रुपये से सम्पत्ति रहन रखी; तो बताओ रहन में वह अपने रुपये पर क्या ब्याज ले कि उसकी आय पहले के बराबर हो।

(३१७) यदि रुपये पर ब्याज की दर ३ प्रति शत हो और ४ मास की मिती (मुद्दत) की हुण्डियों के बदले की दर इङ्गलैण्ड में १ शि० ८$\frac{१}{५}$ पें० प्रति रुपया हो; तो दर्शनी हुण्डियों के बदले की दर क्या होगी।

---

(३१८) एक बज़ाज़ ने ६० मीटर कपड़ा लिया, आधे को उसने ३६ पै० मीटर लाभ से बेचा और शेष को २४ पै० मीटर लाभ से और कुल ८४·६० रु० को बेचा; तो लागत के मूल्य प्रति मीटर बताओ।

(३१९) एक मनुष्य ने कुछ आम १७·२८ रु० को मोल लिए। प्रत्येक आम का मूल्य पै० में आमों की संख्या के वर्गमूल के बराबर है; तो आमों की संख्या और प्रत्येक का मूल्य बताओ।

(३२०) एक रेलगाड़ी, जो ३३·६० किलो मीटर प्रति घण्टा की एकसी चाल से जाती है, मद्रास से प्रातः ७ बजे छूटी, तो वह एक दूसरी गाड़ी से जो आरकोनम् से मद्रास को प्रातः ७ बज के २० मिनट पर छूटी है,

और उससे $\frac{१}{३}$ अधिक तेज़ चलती है, मद्रास से क किलो मीटर पर मिलेगी ? मद्रास और आरकोनम में दूरी ७६·२० किलो मीटर की है।

(३२१) यदि ५ मनुष्य, २ स्त्रियाँ और ३ लड़के वा ६ पुरुष और ४ लड़के ३ एकड़ ५ दिन में काटें, तो ३ पुरुष, २ स्त्रियाँ और १ लड़का ११ दिन में कितने एकड़ काटेंगे; जब कि एक पुरुष का काम ३ लड़कों के काम के समान हो ?

(३२२) एक मनुष्य ने पहले वर्ष में अपनी पूँजी का २३ प्रति शत टोटे में दिया; परन्तु वर्ष के अन्त में जो कुछ बच रहा उस पर दूसरे वर्ष में ४० प्रति शत लाभ उठाया और अब उसके पास पहली पूँजी से १५६० रु० अधिक है; तो उसकी पहली पूँजी बताओ।

(३२३) एक मनुष्य से बराबर रुपयों से ३ प्रति शत ब्याज का कागज़ ९७$\frac{१}{२}$ के भाव से और ३$\frac{१}{२}$ प्रति शत ब्याज का कागज़ १०२$\frac{१}{२}$ के भाव से लिया; उसकी कुल वार्षिक आय २५९·५० रु० हो गई; तो बताओ उसने कितना रुपया लगाया।

(३२४) लन्दन में एक सौदागर के पास २ हुण्डी प्रत्येक ५००० रु० की ४ मास मिती (मुद्दत) की पहुँची। एक उसने तुरन्त वार्षिक ३ प्रति शत ब्याज की दर पर बेच दी, दूसरी को मिती पूरी होने तक रखा और फिर उसने प्रति रु० १ शि० ९ पें० बदले की दर से बेचा और उसको पहली हुण्डी के मूल्य के बराबर मूल्य मिले; तो बताओ जब उसने पहली हुण्डी बेची थी तब बदले की दर क्या थी।

---

(३२५) एक मनुष्य ने १२८ मीटर कपड़ा १५३·६० रु० को मोल लिया, उसका एक-चौथाई उसने २४ पै० मीटर टोटे से बेचा; तो बताओ इस भाव को कितना अधिक करे कि शेष कपड़े को अधिक किए हुए भाव से बेचने से कुल पर २४ पै० प्रति मीटर का लाभ हो।

(३२६) ३००० रु० से कम वार्षिक आय पर आयकर १ रु० में ५ पै० लगता है और ३००० रु० से अधिक पर १ रु० में ७ पै०, तो

बताओ एक मनुष्य को ३००० रु० से अधिक क्या आय हो कि कर देने के पश्चात् उसकी बचत ठीक ७$\frac{3}{4}$ पै० प्रति वर्ष उस मनुष्य की बचत से कम हो जिसकी आय २९९० रु० प्रति वर्ष है।

(३२७) क और ख ने १७६० मीटर की दौड़ की और क १६० मीटर से जीता, क और ग ने भी वही दौड़ की और क २० मिनट से जीता; ख और ग उस दौड़ पर दौड़े और ख १२ मिनट से जीता; तो क कितने समय में १७६० मीटर दौड़ सकता है ?

(३२८) यदि १६ डैरिक = १७ गिनी; १९ गिनी = २४ पिस्टौल; ३१ पिस्टौल = ३८ सैक्विन; तो १५८१ डैरिक में कितने सैक्विन होंगे ?

(३२९) ३३५७५ रु० २५ पै० के एक जहाज़ का बीमा कराने में क्या देना चाहिए जिसके नष्ट हो जाने की अवस्था में जहाज़ के मूल्य और बीमा कराने का कुल व्यय मिल जाय ? प्रीमियम की दर ४·७२५ प्रति शत और बीमे का महसूल २० पै० प्रतिशत और दलाल का कमीशन $\frac{1}{2}$ प्रति शत है ?

(३३०) एक मनुष्य के पास ४ प्रति शत ब्याज का २६०४१ पौं० का स्टॉक है। वह प्रति वर्ष अपनी आय का $\frac{1}{4}$ बचाकर ४ प्रति शत ब्याज पर लगा देता है; तो चौथे वर्ष में उसकी आय क्या होगी ?

(३३१) यदि सोने का सिक्का ५ प्रति शत प्रीमियम से हो और एक मनुष्य ३०० रु० के मूल्य का माल मोल लेकर ३०० रु० का सोने का सिक्का दे; तो उसे कितने के नोट माल बेचने वाले से मिलेंगे, जब रोकड़ी (नक़द) रुपया देन से ५ प्रति शत कम दाम देने पड़ते हैं ?

विविध प्रश्नमाला १७४

(१) १००० से न्यून कौनसी संख्या से ४३८९ को गुणा करें जो गुणनफल के दाहिनी ओर के अन्त के तीन अङ्क ४३८ हों ?

(२) कुल लम्बाई की एक लकड़ी से ३२ गज़ की दूरी नापने पर ज्ञात हुआ कि वह ४१ बार उस लकड़ी से पूरी नापी जाती है और $\frac{3}{5}$ इञ्च

दूरी बच रहती है; यदि उसी लकड़ी से ४४ गज़ की दूरी नापी जाय; तो कितने इञ्च बच रहेंगे?

(३) १००० से अधिक सबसे न्यून वह कौनसी संख्या है, जिसको ५ वा ६ वा ९ से भाग देने से एक ही शेषफल ३ रहता है?

(४) क के पास ख से दुगुना रुपया है; वह दोनों साथ खेले और पहली बाज़ी के अन्त में ख ने क से उसके रुपये का $\frac{१}{३}$ जीत लिया; तो जो रुपया अब ख के पास है उसका कौनसा भाग दूसरी बाज़ी में क जीत ले कि दोनों के पास बराबर रुपये हो जायँ?

(५) वह कौनसी सबसे छोटी पूर्णाङ्क संख्या है, जो १$\frac{५}{३८}$, २$\frac{२}{३१}$ और ३$\frac{१}{७}$ से पूरी बँट सकती है?

(६) ख से क २२ रु० अधिक कर देता है; उनकी आय बराबर है; परन्तु भिन्न-भिन्न नगरों में रहने के कारण कर प्रति रु० क्रम से १६ पै० और २४ पै० के हिसाब से लिया जाता है; तो उनकी आय बताओ।

(७) एक पॉइण्ट पानी तोल में १$\frac{१}{४}$ पौं० होता है और १ घनफ़ुट पानी तोल में १००० औंस होता है; तो एक घनफ़ुट में कितने गैलन होंगे और एक कुण्ड जो ५ फ़ीट लम्बा, २$\frac{१}{२}$ फ़ीट चौड़ा और २ फ़ीट गहरा है; कितने गैलन से भर जायगा।

(८) यदि एक डेसी लिटर ·०५२ गैलन के बराबर हो और एक डेसी लिटर मदिरा का मूल्य २ फ़्राङ्क हो; तो एक पॉइण्ट मदिरा का क्या मूल्य होगा? (१२०० फ़्राङ्क=४९ पौंड।)

(९) एक काम को ३ मनुष्य मिलकर करते हैं और प्रति दिन क्रम से ८, ९, १० घण्टे काम करते हैं और इस प्रकार काम करने से प्रति दिन बराबर नौकरी पाते हैं। तीन दिन पीछे प्रत्येक, प्रति दिन १ घण्टे काम अधिक करता है और काम अगले ३ दिनों में पूरा हो गया; यदि कुल नौकरी २२·८१ रु० हो; तो प्रत्येक को क्या मिलना चाहिये?

(१०) दो संख्याओं का योगफल ५७६० है और उनका अन्तर बड़ी संख्या का $\frac{१}{३}$ है; तो उन संख्याओं को बताओ।

(११) दो पीपों में बराबर-बराबर मदिरा है—एक पीपे में से ३४ लिटर निकाले गये और दूसरे में से ८०; अब एक पीपे में दूसरे से दूनी मदिरा है; तो बताओ प्रत्येक में पहले कितनी मदिरा थी।

(१२) सिद्ध करो कि यदि १ वस्तु के १ हण्डर के मूल्य को जो रुपये में हों, ७ से भाग दें; तो भागफल उस वस्तु के १ पौंड का मूल्य पैसों में होगा।

(१३) यदि ७२ रु० ५ पुरुषों, ७ स्त्रियों और १३ लड़कों में इस प्रकार बाँटे जायँ कि २ पुरुषों को उतना मिले जितना ५ लड़कों को, और २ स्त्रियों को उतना जितना ३ लड़कों को; तो बताओ कि प्रत्येक पुरुष; स्त्री और लड़के को क्या मिलेगा।

(१४) एक पहिया ३ मिनट में ३२६ चक्कर करता है और दूसरा ४ मिनट में ४३१; तो उतने समय में पहला पहिया कितने चक्कर करेगा जितने समय में दूसरा पहिया २५८६ चक्कर करता है ?

(१५) यदि एक रेलगाड़ी एक घण्टे में ३२.४० किलो मीटर जाती है, तो उसके एञ्जिन का पहिया जिसका घेरा ३ मीटर है; १ सेकण्ड में कितने चक्कर करेगा ?

(१६) शिकार करने के लैसेन्स लेने में १५ शि० व्यय होते हैं और एक कारतूस में २ पें०। एक शिकारी ५ गोलियों से एक पक्षी मारता है, यदि एक जोड़ी पक्षियों का मूल्य २ शि० ६ पें० हों; तो केवल व्यय पूरा करने के लिए शिकारी को कितने पक्षी मारने चाहिए ?

(१७) एक सामान्य भिन्न का अंश १५७ है और ३ दशमलव अङ्क तक उसका शुद्ध मान .३७० है; तो हर क्या है ?

(१८) एक मनुष्य को इङ्गलैण्ड में यात्रा करने के पश्चात् ज्ञात हुआ कि जितने दिन वह घर से बाहर रहा उनके आधे रुपये प्रति दिन व्यय हुए। यदि मात्रा में कुल १८०० रु० व्यय हुए हों; तो यात्रा में कितने दिन लगे ?

(१९) धातु की एक $\frac{१}{८}$ सें० मी० मोटी चद्दर में से एक गोलाकार टुकड़ा जिसका व्यास १$\frac{१}{६}$ सें० मी० है काटा गया; उस टुकड़े की तोल १$\frac{३}{४}$ ग्राम है। यदि यही चद्दर पीटकर $\frac{१}{६}$ सें० मी० मोटी करली जावे और १$\frac{३}{७}$ सें० मी० व्यास का गोलाकार टुकड़ा उसमें से काटा जाय, तो

उस टुकड़े की क्या तोल होगी ? (वृत्तों के क्षेत्रफल अपने व्यासों के वर्गों के साथ समानुपाती होते हैं) ।

(२०) कहते हैं कि बर्लिन में प्रति दिन २४०००० चिट्ठियाँ डाक में पड़ती हैं जिसमें प्रति शत १६·६ उस नगर की चिट्ठियाँ होती हैं; उस हिसाब से बर्लिन में हर तीन मनुष्यों पर एक चिट्ठी पड़ती है: तो उसकी जन-सख्या बताओ ।

(२१) फ़्रांस में लम्बाई की इकाई मीटर है जो अँग्रेज़ी ३९·३७१ इञ्चों के बराबर होता है और १० मीटर लम्बी रेखा पर जो वर्ग बनता है वह धरातल की इकाई होता है और एअर कहलाता है; तो एक हेक्टेयर (१०० एयर) का मान वर्ग गज़, फ़ीट, इञ्चों में निकालो ।

(२२) एक आयताकार जल का हौज़ २० मीटर लम्बा और १५ मीटर चौड़ा है और पानी डालने की नाली से ५ दिनों में भर जाता है; परन्तु यदि ३०० घन मीटर पानी उसमें डाल दिया जाय; तो शेष हौज़ ३ दिन १८ घण्टे में नाली से भर जाता है; तो हौज़ की गहराई बताओ ।

(२३) एक देवालिये पर २४००० रु० ऋण है और उसके पास ९००० रु० की सम्पत्ति है और ५४७२ रु० की एक हुण्डी है जिसका रुपया ४ मास पीछे देय है और व्याज की दर ४ रु० प्रति शत वार्षिक है; तो अब वह एक रुपये में कितना महाजनों को दे सकता है ।

(२४) एक गाड़ी के अगले पहिये का व्यास १$\frac{3}{7}$ फ़ी० है और पिछले पहिये का ३ फ़ी०; तो गाड़ी के कितनी दूरी के चलने में अगला पहिया पिछले पहिये से १०० चक्कर अधिक करेगा ? (वृत्त की परिधि : व्यास : : ३·१४१६ : १ ।)

(२५) १०·३० रु० किलो ग्राम की चाय ८·७० रु० किलो ग्राम की चाय के साथ इस प्रकार मिलाई गई कि मिली हुई चाय का ७२ प्रति शत पहली चाय है; तो बताओ ४९२·६० रु० की कितनी चाय मिली हुई आवेगी ।

(२६) एक सौदागर ने चीन की चाय ३ शि० ६ पें० पौं० की दर से मोल ली और उसके हर एक पौं० में २ औं० आसाम की चाय मिला दी । मिली हुई चाय उसको ४ शि० प्रति पौं० पड़ी; तो उसने आसाम की चाय किस भाव से क्रय की ?

(२७) एक ठेके का काम ५ मास १७ दिन में पूरा करना है और ४३ मनुष्य काम पर लगा दिये, कुल समय का $\frac{३}{३}$ व्यतीत हो जाने पर ज्ञात हुआ कि केवल $\frac{१}{७}$ काम हुआ है; तो कितने मनुष्य और लगाने चाहिए कि कुल काम नियत समय में पूरा हो जाय ? नये मनुष्य प्रति दिन १२ घण्टे काम करते हैं: परन्तु पहले ४३ मनुष्य काम पूरा होने तक १० घण्टे प्रति दिन काम करते रहे।

(२८) एक मनुष्य ४ घण्टे में उतना ही काम करता है जितना एक स्त्री ६ घण्टे में वा १ लड़का ९ घण्टे में; तो उस काम को १ लड़का कितने समय में पूरा कर लेगा, जिसका आधा एक मनुष्य ने १० घण्टे और एक स्त्री ने १६ घण्टे काम करके कर लिया है ?

(२९) ४ गज़ लम्बे और १५ इञ्च चौड़े एक कपड़े के टुकड़े का मूल्य ३$\frac{१}{२}$ रु० हो; तो १९ गज़ लम्बे और १२ इञ्च चौड़े दूसरे टुकड़े के क्या मूल्य होंगे, यदि दूसरे टुकड़े के १ वर्ग इञ्च का मूल्य पहले टुकड़े के १ वर्ग फ़ुट के मूल्य का $\frac{३}{४}$ है ?

(३०) एक मनुष्य २६ किलो मीटर की यात्रा को चला, उसकी चौथाई दूरी तक एक घण्टे में ५ किलो मीटर के हिसाब से और शेष की आधी दूर १ घण्टे में ४ किलो मीटर के हिसाब से और आधी दूर एक घण्टे में ३ किलो मीटर के हिसाब से चला; तो बताओ कि यात्रा में कुल समय कितना लगा।

(३१) १२ और १ बजे के बीच में घड़ी की सुइयाँ कितनी बार एक-दूसरी से मिनटों की पूर्णाङ्क संख्या के अन्तर से होंगी ?

(३२) दो घड़ियाँ एक दिन मध्याह्न को एक ही समय बजनी आरम्भ हुईं; उनके घण्टे क्रम से १ और २ सेकण्ड की देरी से बजते हैं; परन्तु वे २४ घण्टे में क्रम से १ और २ सेकण्ड तेज़ चल जाती हैं; तो बताओ कि कितने दिन पीछे वे मध्याह्न का घण्टा बजाना एक साथ समाप्त करेंगी।

(३३) क और ख एक यात्रा को एक साथ पैदल चले, क एक घण्टे में ४ किलो मीटर और ख १ घण्टे में ३ किलो मीटर की चाल से चला। जब क आधी दूर पहुँच चुका तो ख घोड़े पर चढ़कर क की चाल से दूनी चाल से चला और यहाँ तक कि वह उस स्थान से जहाँ वह क

से मिला कुल यात्रा का १$\frac{२}{३}$ और चल चुका, फिर ख शेष यात्रा पैदल चला और क कुल यात्रा पैदल चला; तो क पहले पहुँचेगा वा ख, और दूसरे को उस समय यात्रा का कितना भाग चलना शेष रहेगा ?

(३४) यदि १५ मनुष्य ६०० घन मीटर मिट्टी प्रति दिन ८ घण्टे काम करके ५ दिन में खोद सकते हैं, तो १५७५ घन मीटर मिट्टी के १४ दिन में खुदवाने के लिए प्रति दिन ९ घण्टे काम करनेवाले कितने मनुष्य आवश्यक होंगे ? परन्तु प्रति दिन ८ घण्टे काम करनेवाला मनुष्य २५ घण्टे में उतना ही काम करता है, जितना प्रति दिन ९ घण्टे काम करनेवाला मनुष्य २६ घण्टे में करता है ।

(३५) यदि २१ घोड़े और २१७ भेड़ें १० दिन रखने में उतना व्यय पड़े जितना ९ घोड़े और ६० भेड़ें २७ दिन रखने में; तो बताओ कितनी भेड़ें उतना खाती हैं जितना ३ घोड़े ।

(३६) आध मील के घेरे की चार मील की दौड़ में क, ख को अपने छठे चक्कर के मध्य में पकड़ लेता है; तो क कितनी दूरी से जीतेगा ?

(३७) क और ख में ३ बजे एक दौड़ आरम्भ की; जीतनेवाला ३ बज के ६$\frac{३}{४}$ मिनट पर दूसरे को ४० मीटर पीछे छोड़ कर दौड़ की हद पर आ पहुँचा। ३ बज के ४ मिनट पर हारनेवाले को ११४० मीटर दौड़ना शेष था, तो दौड़ की लम्बाई क्या थी और जीतनेवाले की चाल प्रति घण्टा कितने किलो मीटर थी ?

(३८) पाँच मनुष्यों ने एक काम का ·६००$\dot{६}$ भाग २·१२ घण्टे में कर लिया, तो ६ लड़के उसको कितन समय में पूरा कर लेंगे ? जबकि यह ज्ञात है कि ऐसे ही एक काम को ३ मनुष्य और ७ लड़कों ने ३ घण्टे में पूरा कर लिया है ।

(३९) एक दिन में ४ पुरुष उतना ही कमाते हैं जितना ७ स्त्री और १ स्त्री उतना ही जितना २ लड़के । यदि ६ पुरुष, १० स्त्रियाँ और १४ लड़के ८ दिन मिलकर काम करने से ४४० रु० कमावें, तो ८ पुरुष और ६ स्त्रियों को १० दिन मिलकर काम करने की क्या कमाई होगी ?

(४०) रेल के रास्ते से मद्रास और सालिम में ३३०·८० किलो मीटर की दूरी है; प्रातः के ७ बजे मद्रास से एक सवारीगाड़ी ३२ किलो मीटर

की चाल से चली और वहीं से उसी दिन प्रातः १० बजे एक डाकगाड़ी छूटी; तो डाकगाड़ी किस चाल से चले कि वह सवारीगाड़ी को ठीक जूलारपट जङ्कशन पर (मद्रास से २११·२० किलो मीटर दूर) पकड़ ले और सालिम से एक मालगाड़ी जो प्रति घण्टा २४ किलो मीटर जाती है किस समय मद्रास की ओर छूटे जो जूलारपट पर दूसरी गाड़ियों के साथ एक ही समय पहुँचे ?

(४१) दो रेलगाड़ियाँ जो क्रम से ११० मीटर और ७० मीटर लम्बी हैं, दो समान्तर सड़कों पर चलती हैं, जब वह विपरीत दिशाओं को जातीं थीं तो ९ सेकण्ड में एक दूसरी को पार कर गईं और जब वह उसी चाल से एक ही ओर जाती हैं, तो तेज़ जानेवाली गाड़ी ३६ सेकण्ड में दूसरी गाड़ी को पार करती है; तो दोनों गाड़ियों की चाल प्रति घण्टा निकालो।

(४२) एक मनुष्य ने समुद्र के किनारे के निकट से एक जहाज़ पर जो ठीक उसकी ओर आ रहा था, तोप छूटने की चमक देखी और १५ सेकण्ड के बाद उसकी ध्वनि सुनी; वह फिर प्रति घण्टा ३ मील से जहाज़ की ओर चला और पहली चमक से ५ मिनट पीछे दूसरी चमक देखी और देखते ही ठहर गया और १०·५ सेकण्ड के बाद ध्वनि सुनी, तो जहाज़ की चाल बताओ; आवाज़ की चाल १२०० फ़ीट प्रति सेकण्ड है।

(४३) दो रेलगाड़ियाँ एक ही समय छूटती हैं; एक कलकत्ते से इलाहाबाद की ओर एक इलाहाबाद से कलकत्ते को। यदि वह परस्पर मिलने के समय से क्रम से ५ और २० घण्टे पीछे इलाहाबाद और कलकत्ते पहुँचे, तो सिद्ध करो कि एक की चाल दूसरी से दुगुनी है।

(४४) एक जलकुण्ड में दो नलियाँ क और ख हैं, क उसको २० मिनट में भर सकती है और ख उसको ३० मिनट में ख़ाली कर सकती है। यदि क और ख बारी-बारी से प्रत्येक एक-एक मिनट के लिए खोली जायँ; तो जलकुण्ड कितनी देर में भर जायेगा ?

(४५) एक जलकुण्ड में ३ नल क, ख, ग हैं; क और ख क्रम से उसको २० और ३० मिनट में भर सकते हैं और ग उसको १५ मिनट में ख़ाली कर सकता है। यदि क, ख और ग क्रमानुसार बारी-बारी से

एक-एक मिनट खुले रखे जायँ, तो जलकुण्ड कितनी देर में भर जायगा ?

(४६) एक रेलगाड़ी की चाल जिसे २४० किलो मीटर जाना है, १६० किलो मीटर चलने के बाद $\frac{१}{५}$ कम हो गई। इसका फल यह हुआ कि रेलगाड़ी ठीक समय से आधा घण्टा पीछे पहुँची; तो उसकी साधारण चाल क्या थी ?

(४७) १७६ गज़ लम्बी एक पूर्व को जानेवाली सवारीगाड़ी जो प्रति घण्टा २० मील जाती है, प्रातः के ७ बजे एक पश्चिम को जानेवाली मालगाड़ी से जो २९३$\frac{१}{३}$ गज़ लम्बी है मिली और २७ सेकण्ड में उसको पार कर गई। ७$\frac{१}{२}$ बजे यही सवारीगाड़ी पश्चिम को जानेवाली डाकगाड़ी से मिली, जो ८८ गज़ लम्बी है और १२ सेकण्ड में उसको पार कर गई; तो डाकगाड़ी मालगाड़ी को कब पकड़ लेगी ?

(४८) क और ख ने एक ही जगह से एक साथ एक गोल रास्ते पर चलना आरम्भ किया; आधे घण्टे में क ३ पूरे चक्कर कर चुका और ख ४$\frac{१}{२}$' चक्कर। यह कल्पना करके कि हर एक की चाल एकसी ही रहती है, बताओ कि कितनी देर पीछे ख, क को पकड़ेगा।

(४९) कुछ धन क, ख और ग में बाँटना है; क को आधे से ३० रु० कम मिले और ख को तिहाई से १० रु० कम और ग को चौथाई से ८ रु० अधिक; तो प्रत्येक को क्या मिलेगा ?

(५०) ४२१२ रु० क, ख और ग में इस प्रकार बाँटे गये कि ख और ग को मिलाकर जो मिला उसका $\frac{४}{९}$ क को मिला और क और ग को जो मिला उसका $\frac{४}{५}$ ख को मिला; तो प्रत्येक को क्या मिला ?

(५१) एक मनुष्यों की संख्या में से $\frac{२}{३}$ को १८ पै० प्रति मनुष्य मिले और $\frac{१}{३}$ को ३० पै० प्रति मनुष्य मिले और कुल ६·६० रु० व्यय हुए; तो मनुष्यों की संख्या क्या थी ?

(५२) एक नाव के मल्लाह उसको ठहरे हुए पानी में प्रति घण्टा १४·४० किलो मीटर खे सकते हैं और नदी के बहाव के प्रतिकूल नाव खेने में उनको उस समय से दूना लगता है, जो उन्हें नदी के बहाव के साथ खेने में लगता है; तो नदी का बहाव कितने किलो मीटर प्रति घण्टा है ?

(५३) क, ख और ग साझी हैं, क जिसका रु० ४ मास साझे के काम में लगा रहा, लाभ का $\frac{1}{2}$ माँगता है; ख जिसका रुपया ६ मास लगा रहा उसका $\frac{1}{3}$ माँगता है; ग के १६५० रु० ८ मास साझे में लगे रहे; तो बताओ क और ख का कितना-कितना रुपया साझे में लगा रहा ?

(५४) क और ख ने एक चरागाह लगान पर लिया; क ने उसमें १२ घोड़े २$\frac{1}{2}$ मास; २० गायें ४ मास और ५० भेड़ें ५ मास रखीं, ख ने १८ घोड़े ३$\frac{1}{3}$ मास, १५ गायें ५ मास और ४० भेड़ें ४$\frac{1}{2}$ मास रखीं। यदि एक दिन में ३ घोड़े उतना ही खाते हों जितना ५ गायें और ६ गायें उतना ही जितना १० भेड़ें; तो बताओ कि क को लगान का कौनसा भाग देना चाहिए ?

(५५) क एक खाई को ख से आधी देर में खोद सकता है; और ख उसको ग की अपेक्षा $\frac{2}{3}$ समय में खोद सकता है; तीनों मिलकर उसको ६ दिन में खोद लेते हैं; तो वह अलग-अलग उसको कितने समय में खोद लेंगे ?

(५६) ४८ को ऐसे दो भागों में बाँटो कि यदि एक भाग को ३ से गुणा करें और दूसरे को ५ से, तो गुणनफलों का योग १८० हो।

(५७) २० को ऐसे दो भागों में विभाग करो कि एक भाग का तीन गुना दूसरे भाग के दुगुने के बराबर हो।

(५८) एक डेसी मीटर ३·९३७ इञ्च के बराबर होता है और एक घन डेसी-मीटर पानी की तोल १ किलो ग्राम होती है। यदि एक घन इञ्च पानी २५२·४५ ग्रेन तोल में हो तो एक किलो ग्राम का मान पौंड एवर्डोपाइज़ में दो दशमलव अङ्कों तक शुद्ध निकालो।

(५९) २० लिटर अर्क़ में ६० प्रति शत शोरे का तेज़ाब है और बाक़ी पानी है। इसमें कितने लिटर पानी और मिलाया जावे, कि शोरे का तेज़ाब कुल का ४० प्रति शत हो जावे।

(६०) १६०० रु० को १ पुरुष, ३ स्त्रियों और ३६ बच्चों में इस भाँति बाँटो कि १ पुरुष को प्रत्येक स्त्री का चौगुना मिले और सब स्त्रियों को मिलकर प्रत्येक बच्चे का १२ गुना मिले ?

(६१) दो मनुष्यों ने एक काम करने का ४० रु० में ठेका लिया; एक उनमें से अकेला उसको ५ दिन में कर सकता है और दूसरा उसको ८ दिनों में; एक लड़के की सहायता से उन्होंने उसको ३ दिन में कर लिया; तो रुपया उनमें किस प्रकार बाँटना चाहिए ?

(६२) क और ख की अवस्थाओं का योगफल ५५ वर्ष है और उनकी अवस्थाओं का अनुपात १० वर्ष पहले ४ : ३ था; तो उनकी अवस्था अब क्या है ?

(६३) एक सौदागर की बिक्री का मूल्य लागत से २० रु० प्रति शत अधिक है; यदि वह १२ पै० में १ पै० का कमीशन दे; तो उसका लाभ क्या होगा ?

(६४) ४ सेबों का उतना ही मूल्य है जितना ५ बेरों का; ३ नासपातियों का उतना ही जितना ७ सेबों का; ८ अखरोटों का उतना ही जितना १५ नासपातियों का; और ५ सेब २ पैं० को बिकते हैं; मैं चारों प्रकार के फलों की बराबर संख्या मोल लेना और पैंसों की पूरी संख्या व्यय करना चाहता हूँ; तो सबसे कम पैंसों की संख्या बताओ जो मैं व्यय कर सकता हूँ।

(६५) एक वस्तु का बनाने वाला २० प्रति शत लाभ उठाता है; इकट्ठा बेचनेवाला १० प्रति शत और खेरीज़ में बेचनेवाला ५ प्रति शत; तो उस वस्तु के बनाने की लागत क्या होगी जो खेरीज में ६·९३ रु० को बिकती है।

(६६) दो दाँतेदार पहिये, जिनमें एक में १६ दाँते हैं और दूसरे में २०, मिले हुए चलते हैं। यदि दूसरा पहिया $\frac{२}{३}$ मिनट ६० चक्कर करे; तो १६ सेकण्ड में पहला पहिया कितने चक्कर करेगा ?

(६७) एक देवालिये की सम्पत्ति उसके ऋण के बराबर है; परन्तु उस सम्पत्ति में से ४००० रु० पर प्रति रु० केवल ७५ पै० वसूल हुए और २०० रु० उसके देवाले में व्यय हुए; यदि वह १ रु० में ७६ पै० अपना ऋण चुकावे; तो उस पर ऋण कितना था ?

(६८) एक जहाज़ में जो किनारे से ४० मील दूर है एक छेद हो गया जिसमें होकर १२ मिनट में ३$\frac{३}{४}$ टन पानी आजाता है; ६० टन पानी भरने से जहाज़ डूब जाता है; परन्तु जहाज़ के पम्प १ घण्टे में

१२ टन पानी बाहर निकाल देते हैं। जहाज़ की औसत चाल निकालो जिससे वह ठीक डूबते समय किनारे पर पहुँच जावे ।

(६९) यदि २२$\frac{१}{३}$ ग्राम सोने का, जिसमें २४ भाग में २२ भाग निर्मल सोना है, मूल्य २९७ रु० हो, तो उस सोने के २४ भागों में कितने भाग निर्मल सोना होना चाहिए जिसके १५ ग्राम का मूल्य २०७ रु० है ?

(७०) एक मनुष्य को जिसे ३६ किलो मीटर चलना है, ज्ञात हुआ कि वह ३ घण्टे २० मिनट में उस दूरी का, जो चलना शेष था, $\frac{५}{७}$ चला; तो उसकी चाल बताओ।

(७१) कुछ पानी मिली हुई मदिरा में मदिरा और पानी ३ : २ के अनुपात से मिले हुए हैं। यदि उसमें मदिरा पानी से ३ लिटर अधिक हो; तो उसमें मदिरा कितनी है ?

(७२) एक ही समय में ३ पुरुष और ६ लड़के, एक पुरुष और एक लड़के से चौगुना काम कर सकते हैं; तो एक पुरुष और एक लड़का एक ही समय में जो काम कर सकते हैं उसका अनुपात निकालो।

(७३) कुछ पानी मिली हुई मदिरा में ४ भाग मदिरा और एक भाग पानी है। एक लिटर पानी और मिला देने से मदिरा पानी से तीन गुना हो गई; तो उसमें मदिरा कितनी है ?

(७४) एक प्रकार की पानी मिली हुई मदिरा में मदिरा और पानी का अनुपात ३ : २ है और एक दूसरी प्रकार की मदिरा में ४ : ५; तो पहली मिली हुई वस्तु के ३ लिटर में दूसरी कितनी मिलाई जावे जिससे फलित मिली हुई वस्तु में मदिरा और पानी बराबर हो ?

(७५) क, ख और ग ३ पात्र हैं, जिनमें क्रम से १, २ और ४ लिटर आते हैं; क ख़ाली है, ख में पानी भरा हुआ है और ग में मदिरा भरी हुई है। क को ख में से भरा और ख को ग में से पूरा कर दिया और क को ग में पलट दिया, यही क्रिया एक बार फिर की; तो ख में जो मदिरा है उसका अनुपात ग में जो पानी है उसके साथ क्या होगा ?

(७६) खाद की चाँदी खाद के सोने के साथ ·७३ : ·३७ के अनुपात से मिलाई गई। चाँदी में खाद १०० में १२ भाग है और सोने खाद में

१०० ... भाग है; तो फलित मिश्र धातु में सोने, चाँदी और खाद का अनुपात बताओ।

(७७) यदि एक पुरुष, एक स्त्री, एक बच्चे के काम ३, २, १ के अनुपात से हों और कारखाने में २४ पुरुष, २० स्त्रियाँ और १६ बच्चे हों, जिनकी साप्ताहिक नौकरी २२५ रु० हो; तो २७ पुरुष, ४० स्त्रियाँ और १५ बच्चों की वार्षिक नौकरी क्या होगी ?

(७८) एक देवालिये के पास १६००० रु० का माल है; यदि उसके पूरे मूल्य मिल जायँ, तो उसका ऋण सौ रु० में ८० रु० चुक जाय; परन्तु उसके माल का $\frac{3}{4}$, १७·५ प्रति शत और बाक़ी २३·७५ रु० प्रति शत कम मूल्य में बिका; तो माल के क्या मूल्य मिले और ऋण वालों को सौ रुपये में क्या मिला ?

(७९) १०० चुरट इङ्गलैण्ड भेजने में मुझे उनके मूल्य का $\frac{2}{3}$ भाड़ा देना पड़ा और उतारने का व्यय भाड़े और मूल्य का $\frac{1}{3}$ लगा और मूल्य भाड़े और उतारने का व्यय सबको मिलाकर उनका २$\frac{1}{2}$ गुना महसूल पड़ा और मेरी कुल लागत १४० रु० लगी; तो बताओ मैंने चुरट कितने में मोल लिए।

(८०) कुछ रुपये चार व्यक्तियों में बाँटे गये; क को कुल का $\frac{2}{3}$ मिला, ख को शेष का $\frac{3}{4}$, ग को जो कुछ अब शेष रहा उसका $\frac{4}{5}$ और घ को जो रुपये मिले उसकी संख्या कुल रुपयों की संख्या का वर्गमूल है, तो प्रत्येक को क्या मिला ?

(८१) $\frac{2}{3}$ दूरी तक एक सड़क पर चढ़ाई २४ मीटर में १ मीटर है और शेष $\frac{1}{3}$ दूरी चढ़ाई १६ मीटर में १ मीटर सड़क की चोटी तली से १४०० मीटर ऊँची है; तो उसकी लम्बाई बताओ।

(८२) १०० व्यक्तियों के एक समूह में कुछ धनवान् हैं और कुछ निर्धन; धनवान् मनुष्य चन्दा करके प्रत्येक निर्धन को १५ पैसे देते हैं और ऐसा करने से प्रत्येक धनवान् मनुष्य को ८५ प० देना पड़ा, तो उस समूह में कितने धनवान् और कितने निर्धन हैं ?

(८३) एक व्यापारी ने कुछ सामान मोल लिया और उसका $\frac{2}{3}$, १० रु० प्रति शत लाभ पर बेच डाला और मूल्य बढ़ जाने के कारण शेष पर १२$\frac{1}{2}$ रु० प्रति शत लाभ का हुआ और कुल उसे ४२५ रु० लाभ मिला; तो उसने कुल कितना रुपया लगाया था ?

(८४) एक मनुष्य ने दो मदिरा के बट एक १२०० रु० और दूसरा ११०० रु० को मोल लिया। उसन एक तीसरा बट और लिया और तीनों को मिलाकर खेरीज में २२·५० रु० दर्जन के भाव से बेचा; इस प्रकार से उसको १२½ रु० प्रति शत का अपनी पूँजी पर लाभ हुआ। यदि एक बट में ५२ दर्जन हों; तो तीसरे बट के मूल्य बताओ।

(८५) एक सौदागर ने ४९ कार्टर गेहूँ ७ प्रति शत और कुछ कार्टर गेहूँ ११ प्रति शत के लाभ से बेचे। एक कार्टर गेहूँ की लागत के मूल्य ३ पौं० १२ शि० ६ पें० हैं। यदि वह कुल गेहूँ को ९ प्रति शत के लाभ से बेचता; तो उसे २ पौं० १० शि० ९ पें० कम मिलते; तो उसने कुल कितने कार्टर गेहूँ बेचे ?

(८६) एक कम्पनी में हर एक हिस्सा १००० रु० का है, परन्तु हर हिस्से पर केवल ४२६⅔ रु० हिस्सदारों से प्राप्त हुए हैं और बाज़ार में उसका भाव ४६० रु० है। एक हिस्स पर डिविडेयड प्रति तीसरे मास ७½ रु० दिया जाता है; एक मनुष्य उस कम्पनी के १०० हिस्सों का हिस्सेदार है; तो उसको पूँजी पर प्रति शत क्या व्याज मिलता है ? और यदि वह सब हिस्सों को बेचकर ४ रु० प्रति शत का सरकारी काग़ज़ सममोल पर लेवे, तो उसको प्रति शत क्या व्याज मिलेगा ?

(८७) यदि एक मनुष्य को कुछ धन रेलवे के हिस्सों में, जबकि १०० रु० का हिस्सा १३२ रु० को बिकता है और एक हिस्से पर ६ रु० व्याज मिलता है, लगाने से प्रति वर्ष १०·८० रु० उस व्याल से अधिक मिलता है, जो धन को ९३ के भाव के ३ प्रति शत व्याज के कॉन्सल में लगाने से मिलता है; तो उसके पास कितना धन लगाने को है ?

(८८) एक मनुष्य को २४१८० रु० स्टॉक में लगाने हैं। ५½ रु० प्रति शत व्याज का कम्पनी का काग़ज़ १०८ रु० को बिकता है और ६ रु० प्रति शत व्याज की चुङ्गी का १००० रु० का काग़ज़ १०२० रु० को; तो बताओ कि वह अपनी पूँजी को कम्पनी और चुङ्गी के काग़ज़ में किस प्रकार बाँटे कि दोनों से बराबर आय हो।

(८९) एक रेलवे के हिस्सेदार को एक वर्ष में अपन हिस्सों पर ६ प्रति शत का डिविडेयड मिला और आय पर प्रति रु० ४ प०

आयक॰ ...ना पड़ा; दूसरे वर्ष उसको ६$\frac{1}{2}$ प्रति शत का डिविडेण्ड मिला और आय पर प्रति रु० ३ पै० का आयकर देने के पश्चात् ज्ञात हुआ कि इस वर्ष में पहले से उसको २४६ रु० अधिक शुद्ध आय हुई; तो उसके पास रेलवे का कितने का काग़ज़ था ?

(९०) एक मनुष्य ने क रेलवे का ५०० रु० का आर्डिनरी स्टॉक जिस पर १$\frac{3}{4}$ प्रति शत की दर से डिविडेण्ड मिलता है, ४८ की दर से बेचा और ख रेलवे का ८०० रु० का प्रिफ़रेन्स स्टॉक जिस पर ४ प्रति शत के हिसाब से डिविडेण्ड मिलता है, ९५ की दर से बेचा। उसने कुल प्राप्त धन का $\frac{1}{4}$ ट्राम्वे कम्पनी के हिस्सों में लगाया, जिसका २४ रु० का हिस्सा, ६ रु० प्रीमियम से लिया जाता है और जिस पर ६ प्रति शत ब्याज मिलता है; १५० रु० ग रेलवे के हिस्सों में लगाये जिन पर कुछ ब्याज नहीं मिलता और शेष बैङ्क के हिस्सों में जो सममोल पर बिकते हैं लगाया; तो वह इन बैङ्क के हिस्सों पर किस दर से ब्याज ले कि उसकी वार्षिक आय १२·२५ रु० बढ़ जाय ?

(९१) दो रेलवे के इञ्जनों की चाल में १ और ·७५ का अनुपात है। यदि सुस्त इञ्जन एक ही सड़क पर तेज़ इञ्जन से १९·२० किलो मीटर आगे हो, तो तेज़ इञ्जन कितने किलो मीटर चलकर उसको पकड़ सकेगा ?

(९२) १ ग्राम सोने का मूल्य १ ग्राम चाँदी के मूल्य से २० गुना है और एक ही घनफल के सोने और चाँदी की तोलों में १९ : १० का अनुपात है, तो उस चाँदी की सलाख का मूल्य बताओ जिसका घनफल उस सोने की सलाख के घनफल के बराबर है जिसका मूल्य ३८० रु० है।

(९३) एक सौदागर को ५७९६ रु० की एक हुण्डी ८ मास पश्चात् और ७८२२ रु० की दूसरी हुण्डी १२ मास पश्चात् चुकानी हैं। उसने इन दोनों हुण्डियों को लेकर उनके बदले एक हुण्डी १३७१६ रुपये की १२ मास मुद्दत को लिख दी, तो ब्याज की प्रति शत वार्षिक दर बताओ।

(९४) कलकत्ते के एक सौदागर को अपने एजेण्ट को ... बम्बई में है ११२०० रु० भेजने हैं, तो उसको इतने रुपये की बैङ्क की हुण्डी लेने के लिए क्या देना पड़ेगा, जबकि बदले की दर १००$\frac{1}{8}$ हो ?

(९५) एक मनुष्य ने अपनी ४९१६६ रु० की सम्पत्ति इस प्रकार बाँटी कि उसकी स्त्री के भाग का $\frac{1}{3}$, बड़े लड़के के भाग का $\frac{2}{5}$, छोटे लड़के के भाग का $\frac{3}{7}$ और लड़की के भाग का $\frac{1}{9}$ सब समान हैं, तो प्रत्येक का भाग बताओ।

(९६) क और ख ने आपस में सामान बदला; क न १३ हण्डर सन जिसके खेरीज में मूल्य प्रति हण्डर ५६ शि० हैं दिया; परन्तु उसके मूल्य बदले में ३ पौंड की दर से लगाये; ख ने १० बैरल मदिरा दी जिसके खेरीज में मूल्य प्रति गैलन १ शि० हैं; परन्तु उसने भी सन के मूल्य के अनुपात से उसके मूल्य बढ़ाकर लगाये; तो ख को नक़द कितना देना चाहिए ? (१ बैरल=३६ गैलन)।

(९७) एक मनुष्य को १०५७२ रु० दो वर्ष की मुद्दत पर देने हैं; उसने वार्षिक ४ रु० प्रति शत ब्याज के कम्पनी-काग़ज़ में रुपया इसलिए लगाया कि ऋण चुकाने तक ब्याज इकट्ठा हो और दूसरे वर्ष भी उतना ही रुपया लगाया। यदि रुपया लगाते समय काग़ज़ का भाव ८६$\frac{1}{4}$ हो और यही भाव रहा चला आवे; तो प्रत्येक अवसर पर कितना रु० लगाया जाय कि नियत समय पर ऋण चुकाने के लिए ठीक पूरा हो ?

(९८) एक रेलगाड़ी ३२ किलो मीटर प्रति घण्टा चल रही है। भाप की शक्ति दूनी कर दी गई, परन्तु कुछ कारणों से उसकी रगड़ ड्योढ़ी हो गई (प्रथम भाप की शक्ति रगड़ से ३ गुनी थी), अब वह गाड़ी किस चाल से जायगी ?

(९९) एक जहाज़ कलकत्ते से मद्रास ६ दिन में पहुँचता है, एक स्टीमर जिसकी चाल और जहाज़ की चाल में ३ : २ का अनुपात है, उसी समय चला, परन्तु प्रति दिन ६ घण्टे उसको ठहरना पड़ता है; तो कौन मद्रास पहले पहुँचेगा और कितना पहले ?

(१००) एक पुस्तक जिसमें ९०० और १००० के बीच में पृष्ठ हैं, ४ भागों में बँटी हुई है और प्रत्येक भाग अध्यायों में बँटा हुआ है, प्रत्येक

भाग में बराबर पृष्ठ हैं। पहले भाग के प्रत्येक अध्याय में २० पृष्ठ हैं; दूसरे भाग के प्रत्येक अध्याय में ४०, तीसरे भाग के प्रत्येक अध्याय में ६० और चौथे भाग के प्रत्येक अध्याय में ८०; तो कुल पुस्तक में कितने अध्याय हैं ?

(१०१) एक मनुष्य ने कुछ धरती २५ रु० प्रति एकड़ के हिसाब से मोल ली और उसके टुकड़े करके बेचने से ज्ञात हुआ कि मूल्य से ड्यौढ़े मूल्य मिलते हैं; इसलिए उसने बीस एकड़ अपने लिए रखकर शेष को अपने कुल मूल्य पर २०० रु० लाभ उठाकर बेच डाला; तो कुल एकड़ कितने थे ?

(१०२) यदि चावलों का भाव २ किलो ग्राम से ३ किलो ग्राम प्रति रुपये हो जाय, तो एक घर का मासिक व्यय १५० रु० की जगह १४६ रु० रह जाता है; तो उस घर में मासिक कितने चावल उठते हैं ?

(१०३) क ने कुल खाँड़ ख के चावलों से जो ४५ पै० किलो ग्राम के हैं बदली, परन्तु खाँड़ तोलने में भूठा मनौटा काम में लाया; ख को यह बात मालूम पड़ गई, उसने बदला ठीक करने के लिए चावलों के मूल्य ६० पै० किलो ग्राम की दर से लगाये; तो उस मनोटे की ठीक तोल बताओ जिससे क ने खाँड़ तोली थी।

(१०४) एक मनुष्य पहली छ:माही में प्रति रु० ४ पै० आयकर देता है और दूसरी छ:माही में प्रति रु० ३ पै० देता है; परन्तु दूसरी छ:माही में आय अधिक होने के कारण दोनों छ:माही में बराबर आयकर देना पड़ा; यदि वर्ष भर में उसकी कुल आय ७०० रु० हुई, तो उसकी कर देने के पश्चात् क्या आय रही ?

(१०५) एक पुराने मकान का मलवा १५०० रु० को इस शर्त पर बेचा गया कि ७ दिन में उठा लिया जावे और यदि ७ दिन में न उठाया जायगा तो ७ दिन पीछे प्रति दिन १० रु० हर्ज के देने पड़ेंगे। मोल लेनेवाले ने ४० मनुष्य १·२५ रु० दैनिक के काम करने पर लगा दिये और मलवे को २३६५ रु० को बेचने से उसे २१५ रु० लाभ के बच रहे; तो बताओ कि वे मनुष्य कितने दिन काम करते रहे ?

(१०६) क और ख ने साझा किया; कुल पूँजी क न ४५००० रु० की लगाई; परन्तु यह बात ठहरी कि लाभ आपस में बराबर-बराबर बँटेगा और आधी पूँजी पर क को ख १० प्रति शत प्रति वर्ष ब्याज देगा और ख को १२० रु० मासिक साझे का काम करने के दिये जायँगे। यदि कुल लाभ में से ख का हिस्सा क के आधे हिस्से के बराबर हो; तो कुल लाभ साझे में क्या हुआ ?

(१०७) यदि रुपया का मूल्य १ शि० ६ पें० से लेकर १ शि० ६½ पें० तक हो और फ्रांक का मूल्य ९¾ पें० से लेकर १० पें० तक। फ्रांकों की वह कौनसी सबसे बड़ी संख्या है जिसको ५०० रु० के बदले में देने से कभी कुछ हानि न हो ?

(१०८) यदि एक गोल का घनफल $=\frac{4}{3}\times$ ३·१४१६ $\times$ (व्यासार्द्ध का घन) के हो, तो एक घन इञ्च मिट्टी में से ½ इञ्च व्यास के कितने गोल बन सकेंगे और कितनी मिट्टी बच रहेगी ?

(१०९) करेन्सी नोट १० प्रति शत के बट्टे से बिकता है; एक मनुष्य ने एक चीज़ को जिसके करेन्सी नोट में मूल्य २७ रु० हैं, मोल लिया और उसके मूल्य सोने के सिक्कों में दिये, तो उसको कितने का करेन्सी नोट वापस मिलना चाहिये, यदि १० प्रति शत नक़द मूल्य देने के कारण कटते हों ?

(११०) एक हौज़ खाली करना है, हर एक घण्टे में ५०० लिटर पानी उससे पहले घण्टे से कम निकलता है, आधा हौज़ ३ घण्टे में ख़ाली हो गया और शेष आधा ४ घण्टे में; तो हौज़ में कितने लिटर पानी था ?

(१११) एक रेजीमेंट में कम से कम कितने सिपाही हो सकते हैं, जिनसे २, ३, ४, ६ वा ८ मनुष्यों की गहरी पंक्ति बन सकें और उनका एक ठोस वर्ग बन सके ?

(११२) क, ख और ग साझी हैं। क को लाभ का $\frac{2}{3}$ मिलता है; शेष को ख और ग बराबर-बराबर बाँट लिया करते हैं। जब लाभ की दर ५ से ७ प्रति शत हो जाती है, क की आय ४०० रु० बढ़ जाती है; तो ख की पूँजी बताओ।

(११३) एक रियासत कितने वर्ष की आय पर मोल ली जाय कि रुपये पर ४ प्रति शत का ब्याज मिले ?

(११४) एक कारिन्दा एक काश्तकार से लगान में नाज लेता है और उसे ज़मींदार को देता है; परन्तु नाज लेने और देने में अपना लाभ करने के लिए वह ऐसी तुला काम में लाता है कि एक पल्ले का ४ किलो ग्राम दूसरे में ५ किलो ग्राम बैठता है: नाज ४५ पै० प्रति किलो ग्राम के भाव का है और उसे इस प्रकार ४·०५ रु० लाभ हो जाते हैं; तो कितना नाज लगान में दिया जाता है ?

(११५) एक ज़मींदारी २० वर्ष की आय पर २७००० रु० को ली गई; परन्तु एक तिहाई रुपये ९ रु० प्रति शत के ब्याज पर बाक़ी रहा; वार्षिक १४० रु० लगान इकट्ठा करने में व्यय पड़ते हैं; तो मोल लेने वाले को अपने रुपये पर क्या ब्याज पड़ेगा ?

(११६) एक रोटी बेचनेवाले के विक्रय-मूल्य का ७० प्रति शत आटा लेने में लगता है और विक्रय-मूल्य का $\frac{1}{5}$ और व्यय में उठ जाता है; आटे के मूल्य ५० प्रति शत घट गये और इसी कारण दूसरे व्यय भी २५ प्रति शत कम हो गये; तो अब उस रोटी वाले को अपनी ५ पैं० की रोटी के मूल्य कितने कम करने चाहिये कि उसको पहले के बराबर लाभ हो ?

(११७) १० पै० वाले समाचार-पत्र की १००० प्रतियों में २० किलो ग्राम बोझ है। जब काग़ज़ पर का कर जाता रहा, तो आय पर ५ प्रति शत का लाभ और हो गया; तो काग़ज़ पर प्रति किलो ग्राम क्या कर था ?

(११८) एक घोड़ा १० रु० प्रति शत के टोटे से बेचा। यदि वह ७० रु० अधिक को बिकता, तो ४ रु० प्रति शत का लाभ होता; तो बताओ घोड़ा कितने रुपये को बिका ?

(११९) एक ठेकेदार एक काम को ७००० रु० में करने का ठेका लेता है; दूसरा उस काम को ६९५० रु० करने को राज़ी है, परन्तु वह एक मास के अन्त में ३००० रु० लेना चाहता है। यदि काम ३ मासों में पूरा हो और साधारण ब्याज $\frac{1}{2}$ रु० मासिक प्रति शत की दर से लगाया जाय; तो दोनों ठेकेदारों के मूल्य में क्या अन्तर है ?

(१२०) एक मज़दूर को इस प्रकार नौकर रखा कि जिस दिन वह काम करेगा उसको १ रु० दिया जायगा, जिस दिन काम नहीं करेगा

उस दिन उससे २५ पै० दण्ड लिया जायगा। २० दिन पीछे उसको ११·२५ रु० मिले; तो उसने कितने दिन काम नहीं किया?

(१२१) एक मनुष्य को इस शर्त पर एक काम में लगाया कि जिस दिन वह काम करेगा उसको १·५० रु० दिये जायँगे और जिस दिन काम नहीं करेगा उस दिन उससे ५० पै० दण्ड लिया जायगा। उसने जितने दिन काम न किया उनसे तीन गुने दिन काम किया और कुल उसको २० रु० मिले; तो बताओ वह कितने दिन तक काम में लगा रहा।

(१२२) एक पंसारी ने ८० किलो ग्राम खाँड़ मोल ली। ४० किलो ग्राम खाँड़ को १० रु० प्रति शत का लाभ लेकर बेच डाला और शेष को जिसमें ८ रु० अधिक लगे थे, १५ रु० प्रति शत के लाभ से बेचा। यदि पंसारी ने खेरीज़ में दूसरी खाँड़ के मूल्य पहली से २८ पै० प्रति किलो ग्राम अधिक लिए हों; तो प्रत्येक किलो ग्राम की लागत के मूल्य बताओ।

(१२३) एक दुकानदार ने ८० किलो ग्राम खाँड़ एक प्रकार की और ४० किलो ग्राम खाँड़ उससे बढ़िया २५ पै० किलो ग्राम अधिक मूल्य देकर मोल ली। कुल को मिलाकर उसने १·३० रु० किलो ग्राम के भाव से बेचा और अपनी लागत पर २० रु० प्रति शत का लाभ उठाया; तो उसने दोनों प्रकार की खाँड़ प्रति किलो ग्राम कितने को मोल ली?

(१२४) दो लड़कों ने रुपयों की दो बराबर ढेरियों को गिनना आरम्भ किया; जितनी देर में एक लड़का ५ गिनता है, उतनी देर में दूसरा ४, जब पहला लड़का पूरा गिन चुका दूसरे पर उस समय ६ गिनने को रहे; तो बताओ प्रत्येक ढेरी में कितने रुपये थे?

(१२५) एक मीटर ज़ीन का मूल्य २$\frac{3}{4}$ मीटर बनात के मूल्य के $\frac{2}{3}$ हैं और ५ मीटर ज़ीन का बोझ ८ मीटर बनात के बोझ का $\frac{5}{6}$ है; यदि १ किलो ग्राम ज़ीन के मूल्य ३ रु० हों, तो $\frac{3}{4}$ किलो ग्राम बनात के क्या मूल्य होंगे?

(१२६) तीन बटोहियों ने मिलकर खाना खाया; पहले के पास ५ रोटी थीं, दूसरे के पास ३ और तीसरे ने अपने खाये हुए हिस्से के मूल्य

में ८ पै० उन दोनों को दे दिये, तो उन दोनों को मूल्य किस प्रकार बाँटने चाहिए ?

(१२७) क और ख ने बदला किया, क के पास ७ किलो ग्राम मैदा ५६ पै० प्रति किलो ग्राम के भाव की है; परन्तु वह उसके मूल्य ६० पै० प्रति किलो ग्राम के लगाता है, ख के पास २१ पै० प्रति किलो ग्राम के भाव के चावल हैं; परन्तु उसने भी उसके मूल्य क की माँग के अनुपात से बढ़ाकर लगाये; क ने १६ किलो ग्राम चावल लिए, तो उसको कितना नक़द और लेने चाहिए ?

(१२८) एक नदी का जो १४ फ़ीट गहरी और १८२ गज़ चौड़ी है, बहाव ३ मील प्रति घण्टा है; (१) कितने टन, (२) कितन गैलन पानी एक जगह से प्रति मिनट बहता है ? १ घन फ़ुट पानी की तोल ६२½ पौं० है, (एक गलन में २७७¼ घन इञ्च होते हैं)।

(१२९) एक चार पहिये की गाड़ी एक गोल चक्कर की रेल की सड़क पर चलती है। यदि गाड़ी के दो पहियों के घेरे और सड़क की दो रेलों की परिधि ६ : ७, ७००० : ७०१४ के अनुपात से हों, तो चार पहियों में से प्रत्येक पहिया कुल सड़क चलने में कितने चक्कर करेगा ?

(१३०) ११ लड़कों में से प्रत्येक ने एक निशान पर १० गोलियाँ चलाईं और इनको २८६ अङ्क मिले। २० गोलियाँ ठीक निशाने पर लगीं और ११ सर्वथा बाहर गईं; तो कितनी गोलियाँ भीतर के घेरे में और कितनी बाहर के घेरे में लगी ? (निशाने में गोली मारने के ४, भीतर के घेरे में मारने के ३, वाहर के घेरे में मारन के २ अङ्क मिलते हैं)।

(१३१) १७७ रु०, १५ पुरुष, २० स्त्रियाँ और ३० बालकों में इस प्रकार बाँटने हैं कि एक पुरुष और एक बालक को मिलकर इतना मिले जितना दो स्त्रियों को, और कुल स्त्रियाँ को मिलकर ६० रु० मिले; तो प्रत्येक को क्या मिलेगा ?

(१३२) जो कुछ ख को ग का देना है उसका ⅘ क को ख का देना है। हिसाब चुकाने के लिए ख ने क को २ रु० दिये; फिर क ने ग को चुका दिया; तो ख को ग का क्या देना था ?

(१३३) एक मनुष्य ने चार वर्ष तक ५०० रु० वार्षिक अपनी आय से अधिक व्यय किया, फिर उसने अपना व्यय ३० रुपये प्रति शत घटा दिया और जो कुछ ऋण उस पर हो गया था, वह ३ वर्ष में चुका दिया और १००० रु० बच रहे; तो उसकी आय क्या है ?

(१३४) एक पौधा प्रथम वर्ष में १०० सें० मी० बढ़ता है और फिर प्रत्येक अगले वर्षों में पिछले वर्ष से २० सें० मी० कम बढ़ता है। पौधे का मूल्य किसी समय उसकी ऊँचाई में जितने मीटर होते हैं उनके वर्ग की संख्या के समान रुपया होता है; तो बढ़ चुकने पर उसके क्या मूल्य होंगे ?

(१३५) एक घन फ़ुट आबनूस ५० पौं० तोल में होता है, पानी ६२½ पौंड और लोहा पानी से ७½ गुना भारी होता है; तो बताओ लोहे की कितनी मोटी चद्दर में उतना ही बोझ होगा जितना आबनूस के ६ इञ्च मोटे तख़्ते में।

(१३६) १३८·४० रु०, १० पुरुष, १५ स्त्रियों, १२ लड़के और १६ लड़कियों में बाँटते हैं; प्रत्येक रुपये के स्थान में जो १ पुरुष को दिया जाता है एक लड़के को ४० पै० मिलते हैं और प्रत्येक रुपये के स्थान में जो १ स्त्री को दी जाती है एक लड़की को ३० पै० मिलते हैं; कुल लड़कों और कुल लड़कियों को रुपया बराबर मिला; तो प्रत्येक को क्या मिला ?

(१३७) एक ढकनेदार लकड़ी का सन्दूक़, जो ½ इञ्च मोटे तख़्ते का बना है, बाहर से १५ इञ्च लम्बा, १० इञ्च चौड़ा और ६ इञ्च ऊँचा है। सन्दूक़ तोल में जब ख़ाली हो, तो ६ पौंड होता है और जब पारे से भरा होता है, तब ८० पौं०; तो समान घनफल की लकड़ी और पारे की तोल का मिलान करो।

(१३८) ४३० रुपय ४५ व्यक्तियों में जिनमें पुरुष, स्त्रियाँ और बालक हैं बाँट गये। पुरुषों, स्त्रियों और बालकों के भागों में अनुपात १२ : १५ : १६ है, परन्तु प्रत्यक पुरुष, स्त्री और बालक को जो मिला उसका अनुपात ६ : ५ : ४ है; तो प्रत्यक की संख्या बताओ।

(१३९) काँसे में प्रति शत ९१ भाग ताँबा, ६ भाग जस्ता और ३ भाग राँगा होता है। घण्टे बनाने की धातु (जिसमें केवल ताँबा और

लगा है) और काँसा साथ गलाये गये और मिली हुई वस्तु में प्रति शत ८८ भाग ताँबा, ४·८७५ भाग जस्ता, और ७·१२५ भाग राँगा निकला; तो घण्टे की धातु में ताँबे और राँगे का अनुपात बताओ।

(१४०) एक मिली हुई धातु के तोल में १२ भाग सीसा, ४ भाग सुर्मा और १ भाग राँगा है, तो इस मिली हुई धातु में से कितनी ली जाय और उसमें कितना सीसा और राँगा मिलाया जाय जिससे छापे के अक्षर बनाने की ५०४ किलो ग्राम धातु बन जाय; जिसमें १४ भाग सीसा, ३ भाग सुर्मा और १ भाग राँगा होता है?

(१४१) तीन मनुष्यों क, ख और ग ने एक काम को पूरा किया। क ने ५ दिन, ख ने ७ दिन और ग ने ९ दिन उसमें काम किया। उनकी मज़दूरी प्रति दिन की ४ : ३ : २ के अनुपात से है और कुल उनको २९·५० रु० मिलते हैं; तो प्रत्येक की प्रति दिन की मज़दूरी क्या है?

(१४२) दो यात्रियों को क्रम से १·५० रु० और ५·२५ रु० नियत से अधिक बोझ रेलवे में साथ ले जाने के कारण देना पड़ा। यदि वह बोझ एक ही यात्री का होता, तो उसको ७·५० रु० देने पड़ते। नियम से अधिक बोझ पर किराया ७५ पै० प्रति ४० किलो ग्राम देना पड़ता है; तो बताओ कितना बोझ प्रत्येक यात्री बिना किराये अपने साथ ले जा सकता है।

(१४३) यदि मज़दूरी चावलों के भाव के अनुसार बढ़ती-घटती रहती हो और यदि ५७ मनुष्यों के ३५ दिन के काम के बदले ७७८·०५ रु० मिले, जबकि १३६ किलो ग्राम चावल ७४·८८ रु० को बिकते हैं, तो प्रति किलो ग्राम चावलों के क्या मूल्य होंगे; जब ७० मनुष्यों को १९ दिन के काम के बदले ६७८·३० रु० मिल?

(१४४) एक बरतन की तली में एक छेद है। जब छेद नहीं था, तो बरतन २$\frac{१}{३}$ घण्टे में एक नली से भर जाता था, अब आधा घण्टा अधिक लगता है, यदि बरतन भरा हुआ हो; तो कितनी देर में उस छेद से ख़ाली हो जायगा?

(१४५) जितनी देर में ख एक काम का $\frac{४}{५}$ कर सकता है, उसके $\frac{५}{७}$ समय में क उस काम का $\frac{२}{३}$ कर सकता है। ख इस काम का $\frac{३}{४}$ उस समय के

$\frac{2}{3}$ में कर सकता है जो ग को एक दूसरे काम के करने में जो पहले काम से सवाया है, लगता है। यदि ग पहले काम को १० घण्टे में कर सकता है; तो क और ख मिलकर उसको कितनी देर में कर सकेंगे ?

(१४६) क और ख एक ही समय एक यात्रा को चले। ख की चाल क की चाल का $\frac{4}{5}$ है, और ख, क से ३ घण्टे १५ मि० पीछे पहुँचता है: तो कितने समय में प्रत्येक ने यात्रा को पूरा किया ?

(१४७) एक घर का मासिक व्यय जब चावल २ किलो ग्राम प्रति रु० बिकते हैं ५० रु० है। जब चावलों का काम २·५ किलो ग्राम प्रति रु० होता है, तो मासिक व्यय ४८ रु० होता है; जब चावलों का भाव ४ किलो ग्राम प्रति रु० हो, तो मासिक व्यय क्या होगा ?

(१४८) एक मनुष्य जो घाट के नीचे की ओर ४$\frac{1}{2}$ किलो मीटर और ऊपर की ओर ३$\frac{1}{4}$ किलो मीटर प्रति घण्टा की चाल से जा सकता है, २ घण्टे ४ मिनट में घाट के ऊपर से नीचे उतरा और जहाँ से चला था वहीं वापस आ गया तो वह कितनी दूर गया था ?

(१४९) एक डाकगाड़ी के इञ्जन में कुछ खोट होने के कारण, अपनी साधारण चाल की $\frac{5}{6}$ चाल से चली और संध्या के ५ बजकर ५५ मिनट की जगह ६ बज के ४९ मिनट पर पहुँची; तो उसने किस समय चलना आरम्भ किया था ?

(१५०) एक मनुष्य पाण्डचेरी से उटकमण्ड को १४४ किलो मीटर जहाज़ में गया; ५२८ किलो मीटर रेल में और ४८ किलो मीटर घोड़े पर: कुल यात्रा में ३० घण्टे ५० मिनट लगे। रेल की चाल घोड़े की से ३ गुनी और जहाज़ की से १$\frac{1}{2}$ गुनी है; तो रेल की चाल बताओ।

(१५१) एक मनुष्य क स्थान से ख को ३ किलो मीटर प्रति घण्टे की चाल से गया; वहाँ उसे एक घण्टा काम करने में लगा, फिर वह ट्राम्वे गाड़ी में जो ५ किलो मीटर प्रति घण्टा जाती है, लौटा; कुल समय उसको जाने-आने और काम करने में २ घण्टे २० मिनट लगा; तो क और ख में कितना अन्तर है ?

(१५२) एक घर का मासिक व्यय, जब चावल प्रति रुपये १·२० किलो ग्राम बिकते हैं, २०० रु० है; जब चावल १·४० किलो ग्राम प्रति रुपये

...हैं, तो मासिक व्यय ४८० रु० होता है (अन्य व्यय नहीं बदलते); जब चावल प्रति रुपया १·५० किलो ग्राम बिकेंगे, तो मासिक व्यय क्या होगा ?

(१५३) एक देवालिये को जितना देना है उतना ही लेना है, परन्तु जो कुछ लेना है उसमें से ८६४० रु० प्रति रुपया केवल $\frac{१७}{३२}$ रु० मिला और ६३०० रु० में प्रति रुपया केवल $\frac{२१}{६४}$ रु०; और १०५४$\frac{११}{१६}$ रु० देवाले में व्यय पड़े। अब वह अपने ऋण को १ रुपये में ७५ पै० चुका सकता है; तो उस पर कुल ऋण कितना है ?

(१५४) एक रेलगाड़ी कुछ सवारी लेकर चली; पहले स्टेशन पर $\frac{१}{३}$ सवारी उतरीं और २० सवारी और बैठीं, दूसरे स्टेशन पर जो कुछ सवारी थीं उनका $\frac{१}{२}$ उतर गईं और १० नई बैठीं; तीसरे स्टेशन पहुँचने पर देखा गया कि कुल ६० सवारी हैं; तो कितनी सवारी आरम्भ में चली थीं ?

(१५५) एक ज़मींदार के पास ४०००० रु० वार्षिक आय की ज़मींदारी है, परन्तु कुल आय पर उसे प्रति रु० ६ पै० कर देना पड़ता है; उसने ज़मींदारी को उसकी २० वर्ष की कुल आय पर बेच डाला और बिक्री के रुपये से ३ रु० प्रति शत वार्षिक ब्याज का काग़ज़ ८० रु० की दर से मोल ले लिया; तो उसकी आय में क्या अन्तर पड़ा ?

(१५६) क की ४ गोलियों में २ गोली निशाने पर लगती हैं, ख की ५ में ३, और ग की ७ में ४; कुल ४६८ गोली निशाने पर लगीं। यदि प्रत्येक ने बराबर संख्या गोलियों की चलाई हों, तो प्रत्येक की कितनी गोली निशाने पर लगीं और कुल गोली कितनी चलीं।

(१५७) एक बनिये ने १२·५० रु० प्रति किलो ग्राम के भाव से काजू मोल लिया अब उसको किस भाव से बेचे कि उसे ८ रु० प्रति शत का लाभ हो और मोल लेनेवाले को १० रु० प्रति शत का कमीशन दे सके ?

(१५८) एक कोठी में १०० मज़दूर सप्ताह में ४ दिन काम करते हैं, किन्तु शेष ३ दिनों में थोड़े मज़दूर काम नहीं करते; इस कारण उनकी साप्ताहिक मज़दूरी ३२ : ३५ के अनुपात में कम हो जाती है; तो काम न करनेवालों की संख्या बताओ।

(१५९) एक छात्रावास में ५० लड़के थे: उसके प्रबन्धक [illegible] हुआ कि १० लड़के और बढ़ जाने से कुल मासिक व्यय २० रु० बढ़ गया, परन्तु औसत व्यय प्रति लड़का १ रु० घट गया; तो पहिले मासिक व्यय क्या था ?

(१६०) यदि ९ ग्राम सोना जिसकी शुद्धता, १० कैरट है और ५ ग्राम सोना जिसकी शुद्धता ११ कैरट है, ६ ग्राम और सोने के साथ जिसकी शुद्धता मालूम नहीं है मिलाये जाँय, और मिले हुए सोने की शुद्धता १२ कैरट हो; तो बेजानी हुई शुद्धता क्या है ?

(१६१) एक सौदागर का सामान १ जनवरी सन् १८६८ ई० को ८००० रु० का जाँचा गया; उसके पास ३५० रु० नक़द हैं और उसे १८७० रु० देने हैं। १ जनवरी सन् १८६९ ई० को उसका समान ७९५० रु० का जाँचा गया, और उसके पास ५७० रु० नक़द थे और १५१० रु० देने थे; वर्ष भर का उसका निज का व्यय जो ३०० रु० है उसी कारोबार में से उठा। यदि उस पूँजी पर जिससे उसने वर्ष आरम्भ किया ५ प्रति शत प्रति वर्ष ब्याज लगाया जाय; तो उसको काटकर वर्ष भर में कुल क्या लाभ हुआ।

(१६२) यदि २० अँग्रज़ी मज़दूर जो प्रत्येक ३ शि० ६ पें० प्रति दिन कमाता है, एक काम को १५ दिन में करें जिसको २८ अन्य देशी जो प्रत्येक ३ फ्राङ्क प्रति दिन कमाता है, २० दिन में पूरा करते हैं और यदि एक फ्राङ्क १० पें० का हो, तो कौन से मज़दूरों का रखना लाभदायक है ? यदि एक काम को अँगरेज़ी मज़दूरी कराने का व्यय ३००० पौं० हो; तो अन्य देशियों से उस काम को कराने में क्या व्यय पड़ेगा ?

(१६३) न्यूयार्क का एक सौदागर ५११० डालर लंदन को भेजना चाहता है। एक डालर अँगरेज़ी ४ शि० ६ पें० के बराबर होता है, उसको अङ्गरेज़ी मुद्रा में कितने की हुण्डी भेजनी चाहिये; यदि लन्दन पर की हुण्डी ९$\frac{3}{4}$ प्रति शत प्रीमियम से है ?

(१६४) यदि सोना पानी से १९ गुना और चाँदी १२ गुनी भारी हो, तो वह सिक्का जिसमें १० भाग सोना और १ भाग चाँदी हो; पानी से कितना भारी होगा ?

(१६५) ... खाने की वस्तु पर महसूल २५ प्रति शत कम कर दिया जाय, तो उसका व्यय प्रति शत कितना बढ़ जाना चाहिए कि महसूल की आय उतनी ही रहे ?

(१६६) यदि २ घन सें० मी० सोना और ३ घन सें० मी० चाँदी मिलकर तोल में ७४ घन सें० मी० पानी के बराबर हों, और बराबर घन-फलों के सोने और पानी का बोझ १९ और १ द्वारा क्रम से प्रकट किया जाय; तो उसी घनफल की चाँदी का बोझ किस संख्या द्वारा प्रकट किया जायगा ?

(१६७) एक गड़रिये ने दो प्रकार की बराबर-बराबर भेड़ें मोल लीं; एक ६० रु० प्रति भेड़ के हिसाब से और दूसरी प्रकार की ८० रु० प्रति भेड़ के हिसाब से। यदि वह दोनों प्रकार की भेड़ों में समान रुपया लगाता, तो अब से उसे २ भेड़ अधिक मिलतीं; तो उसने कितनी भेड़ें मोल लीं ?

(१६८) एक मनुष्य २४० किलो मीटर १३ घण्टे में, कुछ रेल में और कुछ जहाज़ में जाता है। यदि कुल रास्ता रेल में ही जाता, तो उसे ८ घण्टे कम लगते और जहाज़ पर के समय $\frac{४}{५}$ बच जाता; तो वह रेल में कितनी दूर गया ?

(१६९) एक मदिरा के चुआने के पहले ३ घण्टे तक अर्क़ में ७० प्रति शत शुद्ध मदिरा थी, बाद के २$\frac{१}{२}$ घण्टे तक ६० प्रति शत और शेष १$\frac{१}{२}$ घण्टे तक ४० प्रति शत। यदि कुल समय समान परिमाण में अर्क़ आता रहा हो; तो कुल अर्क़ में प्रति शत कितनी शुद्ध मदिरा है ?

(१७०) एक मदिरा के चुआव अर्क़ जो ३ लगातार घण्टों में आया है उसमें क्रम से ४७, ३५ और २० प्रति शत शुद्ध मदिरा है। जिस परिमाण से हर घण्टा अर्क़ आया उसमें २, ३ और ४ का अनु-पात है; तो कुल अर्क़ में शुद्ध मदिरा प्रति शत कितनी है ?

(१७१) मैंने कुछ आम २ रु० के ३५ के हिसाब से लिए। आधे आमों को १ रु० के १७ के भाव से, और शेष को १ रुपया के १८ के भाव से बेचा; मैंने रुपयों की पूर्ण संख्या दी और ली और आमों की कम-से-कम संख्या ली; तो बताओ मैंने कितने आम मोल लिए।

(१७२) एक रेल की सड़क ११० मील लम्बी है और उस रे[illegible]ने में १५००००० पौं० लागत बैठे, तो प्रति मील वार्षिक कुल आय क्या होनी चाहिये कि उस आय में से ४५ प्रति शत साधारण व्यय के लिए देकर हिस्सेदारों को ५ प्रति शत का डिविडेण्ड दिया जा सके ?

(१७३) एक ठेकेदार कुछ मनुष्य एक काम पूरा करने को नौकर रखता है। वह दो प्रकार में से एक प्रकार के व्यक्ति लगा सकता है, पहले प्रकार के मनुष्य प्रत्येक २६·५० रु० प्रति सप्ताह लेते हैं और दूसरे प्रकार के प्रत्येक १८·५० रु० प्रति सप्ताह। पहले प्रकार के एक मनुष्य के काम और दूसरे प्रकार के एक मनुष्य के काम में ५:४ का अनुपात है। यदि वह जहाँ तक सम्भव है उस काम को शीघ्र पूरा करता है, तो उसे ५४०० रु० उससे अधिक व्यय करने पड़ते हैं जो उसे सबसे सस्ता काम बनवाने में व्यय करने पड़ते हैं, परन्तु ४ सप्ताह कम लगते हैं; तो उसकी क्या लागत लगेगी, यदि वह दोनों प्रकार के बराबर मनुष्य रखे ?

(१७४) दो गोलियाँ सोने, चाँदी और ताँबे से मिश्रित हैं, मिलकर तोल में ४८०० ग्राम हैं। एक गोली में ७५ प्रति शत सोना है और १ ग्राम प्रति ३० ग्राम चाँदी; दूसरी गोली में ८५ प्रति शत सोना और १ ग्राम प्रति ४० ग्राम चाँदी है; दोनों गोलियों में कुल चाँदी १४१ ग्राम है। यदि दोनों गोलियों को गलाकर एक गोली बनाई जाय; तो उसमें प्रति शत कितना सोना होगा ?

(१७५) एक देवालिये की सम्पत्ति १०० पौं० की है और वह १ पौं० में केवल ५ पें० अपने ऋण से दे सकता है, उसको तीन मनुष्यों का ऋण देना है; उन तीनों मनुष्यों ने यह ठहराया कि प्रत्येक के ऋण में कम-से-कम जितने पौंड, शिलिङ्ग और पेंस हैं उसके अनुपात से प्रत्येक सम्पत्ति का भाग ले ले, इस प्रकार उनको १२ : ७ : ६ के अनुपात से रुपया मिला; तो प्रत्येक का ऋण कितना था ?

(१७६) एक परीक्षा में एक कक्षा के १/५ लड़कों ने कुल अङ्कों का ७/८ प्राप्त किया; १/१० लड़कों ने ३/४, २/५ लड़कों ने १/३, १/४ लड़कों ने १/४ और शेष ने १/८, कुल कक्षा के लड़कों के प्राप्त अङ्कों का माध्य प्रति लड़के १६६ है; तो बताओ कुल अङ्क कितने हैं।

(१७७) ... ुष्य ने ५१० मीटर दूर के एक निशाने पर गोली छोड़ी और छोड़ने से ४ सेकण्ड पीछे गोली लगने की आवाज़ सुनी। एक देखनेवाले ने जो निशाने और उस मनुष्य से बराबर दूरी पर है छूटने की आवाज़ से गोली लगने की आवाज़ २$\frac{1}{2}$ सेकण्ड पीछे सुनी; तो आवाज़ की चाल प्रति सेकण्ड बताओ।

(१७८) एक मल्लाह बहाव के साथ ५ किलो मीटर उतनी ही देर में खेता है जितनी देर में ३ किलो मीटर बहाव के प्रतिकूल। यदि नदी का प्रति घण्टा बहाव $\frac{1}{2}$ किलो मीटर होता, तो वह बहाव के साथ, बहाव के प्रतिकूल से दूनी चाल से खेता; तो ठहरे हुए पानी में उसके खेने की शक्ति और नदी का बहाव बताओ।

(१७९) एक हरकारे ने ४८ किलो मीटर प्रति दिन की चाल से चलना आरम्भ किया, परन्तु उसकी चाल प्रति दिन ६·४० किलो मीटर कम होती जाती है। ४ दिन पीछे दूसरा हरकारा उसी स्थान से उसी मार्ग पर चला और पहले दिन ८० किलो मीटर चला; परन्तु उसकी चाल भी प्रति दिन ६·४० किलो मीटर कम होती गई; तो कितने समय पीछे दूसरा पहले को पकड़ लेगा?

(१८०) ६ मास हुए क ने २२८६० रु० में ३ प्रति शत वार्षिक ब्याज का काग़ज़ ९५$\frac{1}{4}$ के भाव से मोल लिया और अब से ६ मास पीछे उसको १२९०० रु० का ४ प्रति शत वार्षिक ब्याज का काग़ज़ १२७ के भाव का मिलेगा; तो उसकी सम्पत्ति का वर्त्तमान काल में क्या मूल्य है?

(१८१) क और ख दो नावों में दौड़ हुई। जितनी देर में क में ४ बल्ली लगती हैं उतनी देर में ख में ५ बल्ली लगती है; परन्तु ख की ६ बल्ली क की ५ बल्ली के बराबर हैं। क ने ख से इतनी दूरी आगे से खेना आरम्भ किया कि उस दूरी के पूरा करने के लिए ख में १० बल्ली लगानी पड़तीं; तो कितनी बल्ली लगाने के पश्चात् ख, क को पकड़ लेगा?

(१८२) क, ख और ग १ किलो मीटर दौड़े। क ने ग को $\frac{1}{23}$ किलो मीटर से जीता और ख ने ग को ११ सेकण्ड से। क और ख की चाल ४५ : ४४ के अनुपात में है; तो कितने समय में प्रत्येक १·७६ किलो मीटर दौड़ता है?

(१८३) ३ लड़के एक जल-पात्र भरने लगे। एक उनमें [illegible] मिनट १ सेर लाता है, दूसरा प्रति २ मिनट में २ सेर और तीसरा प्रति ३ मिनट में ३ सेर। यदि पात्र में ४० सेर पानी आता हो; तो वह कितनी देर में भर जायगा?

(१८४) क अपना सामान ख से १० प्रति शत सस्ता और ग से १० प्रति-शत मँहगा बेचता है। ख के ग्राहक को ग से १०० रु० का सामान मोल लेने से कितने की बचत हो जायगी?

(१८५) एक नगर में १० मिनट के अन्तर से तोप छोड़ी जा रही है, उसकी ओर एक सवारी गाड़ी ३५ मील प्रति घण्टा की चाल से जा रही है। यदि आवाज़ ११४२ फ़ीट प्रति सेकण्ड चलती हो; तो कितने अन्तर से सवारियाँ तोप की आवाज़ सुनेंगी?

(१८६) एक मनुष्य ने एक गाड़ी और एक घोड़ा ५०० रुपये को मोल लिया और घोड़े को २० रु० प्रति शत के लाभ से और गाड़ी को १० रु० प्रति शत के टोटे से बेचा, इस प्रकार कुल पर २ रु० प्रति शत का लाभ हुआ; तो घोड़ा कितने को लिया था?

(१८७) यदि ३ पुरुष और ४ स्त्रियाँ एक काम को ८ दिन में करें जिसको २ पुरुष और ६ बच्चे वा ५ स्त्रियाँ और ३ बच्चे १२ दिन में करते हैं; तो पुरुष, स्त्री और बच्चे के काम की आपेक्षिक शक्ति बताओ।

(१८८) ३ गेंदें ३ गोल चक्करों में, जिनका केन्द्र एक ही है, समान वेग से फिर रही हैं। उन्होंने ऐसे स्थानों से फिरना आरम्भ किया जो सबसे बाहर के चक्कर के एक व्यासार्द्ध पर हैं। सबसे भीतर की गेंद १० सेकण्ड में एक चक्कर कर लेती है, तो कितने समय पीछे वे फिर सबसे बाहर के चक्कर के एक व्यासार्द्ध पर होंगी, यदि चक्करों के व्यासार्द्ध १, ३, ५ के अनुपात में हों?

(१८९) दो तोपें एक ही जगह से २१ मिनट के अन्तर से छोड़ी गईं; परन्तु एक मनुष्य ने, जो उस जगह की ओर आ रहा था, छूटने की आवाज़ २० मिनट १० सेकण्ड के अन्तर से सुनी। यदि आवाज़ ३४१ मीटर प्रति सेकण्ड चलती हो; तो मनुष्य की चाल बताओ।

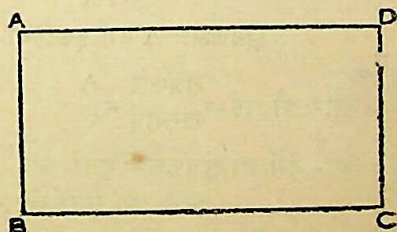
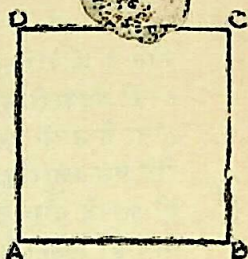
(१६०) ... के पौधे ५ वर्ष बढ़ने के पश्चात् १ शि० ३ पें० मूल्य के हो जाते हैं और फिर हर वर्ष १ शि० ३ पें० मूल्य में बढ़ते जाते हैं; उनकी बढ़वारी के लिए प्रत्येक पौधे को जितने वर्ष पीछे काटना होता है उससे दुगुनी वर्ग गज़ धरती की आवश्यकता होती है। पौधे इस प्रकार लगाये गये हैं कि प्रति वर्ष समान-संख्या पौधों की काटने योग्य हो जाती है; तो प्रति एकड़ अधिक-से-अधिक क्या आय हो सकती है, जब २० प्रति शत ख़र्च बैठे?

सत्तावनवाँ अध्याय

क्षेत्रमिति (Mensuration)

२४४। गणित विद्या की एक शाखा क्षेत्रमिति है। इसमें रेखाओं की लम्बाई, तलों का क्षेत्रफल (Area) और घनों का घनफल या आयतन (Volume) ज्ञात किया जाता है। क्षेत्रमिति रेखागणित की ही एक शाखा है और इसमें रेखागणित के तथ्यों का प्रयोग है।

२४५। आयत (Rectangle) वह समान्तर चतुर्भुज है, जिसके चारों कोण समकोण हों।

ABCD एक आयत है। BC इसकी लम्बाई और AB इसकी चौड़ाई है।

२४६। जब किसी आयत की लम्बाई और चौड़ाई बराबर हों, तो उसको वर्ग (Square) कहते हैं।

ABCD एक वर्ग है। इसकी लम्बाई AB और चौड़ाई BC परस्पर बराबर हैं, अर्थात् इसकी सब भुजाएँ बराबर हैं।

२४७। किसी क्षेत्र को घेरनेवाली रेखाओं के योगफल को उसकी परिसीमा (Perimeter) कहते हैं।

अतः आयत की परिसीमा

=उसकी चारों भुजाओं का जोड़

$=2\times$ लम्बाई $+2\times$ चौड़ाई

$=2$ (लम्बाई = चौड़ाई)

और वर्ग की परिसीमा $=4\times$ एक भुजा की लम्बाई।

२४८। आयत का क्षेत्रफल

= लम्बाई $\times$ चौड़ाई

$=a\times b$ वर्ग इकाइयाँ, जबकि लम्बाई $=a$ इकाइयाँ

और चौड़ाई $=b$ इकाइयाँ।

$\therefore$ आयत की लम्बाई $=\frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{चौड़ाई}}=\frac{A}{b},$

[क्षेत्रफल $=A$ वर्ग इकाइयाँ मानने से]

और चौड़ाई $=\frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{लम्बाई}}=\frac{A}{a}$

और वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा की लम्बाई $\times$ भुजा की लम्बाई

$=($ भुजा की लम्बाई $)^2$

$\therefore A=a^2,$ [एक भुजा की लम्बाई $=a$ इकाइयाँ मानने से]

$\therefore$ वर्ग की भुजा $=\sqrt{\text{क्षेत्रफल}};$

$\therefore =\sqrt{A}.$

उदाहरण 1. दो वर्गाकार खेतों के क्षेत्रफलों का जोड़ 1 एअर है और एक वर्गक्षेत्र की भुजा दूसरे वर्गक्षेत्र की भुजा का $\frac{3}{4}$ है। प्रत्येक खेत का क्षेत्रफल निकालो।

मानलो कि एक वर्ग की भुजा की लम्बाई $= x$ मीटर।

तो दूसरे वर्ग की भुजा की लम्बाई $= \frac{3x}{4}$ मीटर

$\therefore$ पहले वर्ग का क्षेत्रफल $= x^2$ वर्ग मीटर।

और दूसरे का क्षेत्रफल $= \frac{9x^2}{16}$ वर्ग मीटर।

अतः $x^2 + \frac{9x^2}{16} = 1 \times 100$, [1 एअर = 100 वर्ग मीटर]

अथवा $\frac{25x^2}{16} = 100$;

$\therefore x^2 = 64$

$\therefore$ पहले वर्ग का क्षेत्रफल = 64 वर्ग मीटर

और दूसरे वर्ग का क्षेत्रफल = 100 − 64

= 36 वर्ग मीटर।

उदाहरण 2. किसी वर्गक्षेत्र की परिसीमा 748 सें० मी० है और दूसरे वर्गक्षेत्र की परिसीमा 336 सें० मी० है। दोंनों वर्गक्षेत्रों के क्षेत्रफलों के योगफल के बराबर जिस वर्गक्षेत्र का वर्ग क्षेत्रफल है उसकी परिसीमा ज्ञात करो।

(रु० इ०)

चूँकि पहले वर्ग की परिसीमा = 748 सें० मी०

$\therefore$ उसकी भुजा की लम्बाई = $748 \div 4$ सें० मीटर

= 187 सें० मीटर

और दूसरे वर्ग की परिसीमा = 336 सें० मीटर;

$\therefore$ उसकी भुजा की लम्बाई = $336 \div 4$ सें० मीटर

= 84 सें० मीटर।

$\therefore$ पहले वर्ग का क्षेत्रफल = $(187)^2$ वर्ग सें० मीटर

= 34969 वर्ग सें० मीटर

और दूसरे वर्ग का क्षेत्रफल $=(84)^2$ वर्ग स० मी०;
$=7056$ वर्ग सें० मीटर;

$\therefore$ इष्ट वर्ग का क्षेत्रफल $=34969+7056$ वर्ग सें० मीटर;
$=42025$ वर्ग सें० मीटर

$\therefore$ इस वर्ग की भुजा की लम्बाई $=\sqrt{42025}$ सें० मीटर
$=205$ सें० मीटर।

$\therefore$ उसकी परिसीमा $=4\times 205$ सें० मीटर $=820$ सें० मीटर।

उदाहरण 3. किसी आयताकार घास के मैदान की भुजाओं का अनुपात 2 : 3 है। प्रति वर्ग मीटर घास लगाने का व्यय 25 पै० की दर से मैदान में घास लगाने का कुल 216 रु० है; तो उसकी भुजाओं की लम्बाई निकालो।

मान लो कि मैदान की चौड़ाई $=2x$ मीटर;
मैदान की लम्बाई $=3x$ मीटर।
$\therefore$ मैदान का क्षेत्रफल $=2x\times 3x$ वर्ग मीटर।
$=6x^2$ वर्ग मीटर।
अब 25 पै० $=\frac{1}{4}$ रु०
अतएव $6x^2\times\frac{1}{4}=216$,
$\therefore \quad x^2=144.$
$\therefore \quad x=12.$
$\therefore$ मैदान की लम्बाई $=3\times 12$ मीटर $=36$ मीटर;
और चौड़ाई $=2\times 12$ मीटर $=24$ मीटर।

प्रश्नमाला १७५

(1) 20 मीटर लम्बे और 11·70 मीटर चौड़े एक कमरे में कितने लड़के बैठ सकते हैं, जबकि एक लड़के के लिए 1·30 मीटर लम्बी और 75 सें० मी० चौड़ी जगह की आवश्यकता है।

(2) एक हौज़ की चारों दीवारों और पेंदे को रँगने में कितना व्यय होगा, जबकि हौज़ की लम्बाई $2\frac{1}{2}$ मीटर और चौड़ाई 2 मीटर

...ाई 1·50 मीटर है और 1 वर्ग मीटर रँगने का व्यय 56 पै० है ?

(3) एक तख़्ता 25 सें० मी० चौड़ा है; उसमें से कितनी लम्बाई काट ली जाय कि उसका क्षेत्रफल 2 वर्ग मीटर हो ?

(4) एक वर्गाकार खेत के चारों ओर 4·40 किलो मीटर प्रति घण्टा की चाल से चलने में कितना समय लगेगा, यदि खेत का क्षेत्रफल 640·09 एअर हो ?

(5) एक 10 मीटर लम्बे और 6 मीटर चौड़े फ़र्श के क्षत्रफल और किसी दूसरे फ़र्श के क्षेत्रफल में जिसकी लम्बाई और चौड़ाई पहले फ़र्श की आधी है क्या अन्तर होगा ?

(6) एक आयताकार मैदान के चारों ओर बाड़ा (रेलिंग) बना हुआ है। यदि मैदान का क्षेत्रफल 968 एअर हो और लम्बाई चौड़ाई की दुगुनी हो; तो बाड़े की कुल लम्बाई बताओ।

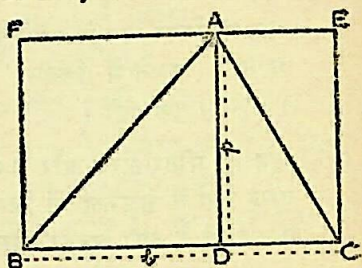
(7) दो वर्गाकार कमरों में से एक की भुजा दूसरे की भुजा से 60 सें० मी० अधिक लम्बी है और दोनों की ऊँचाई बराबर है। दोनों कमरों की चारों दीवारों को काग़ज़ से मढ़ने में 52 पै० प्रति मीटर की दर से क्रमानुसार 71·76 रु० और 65·52 रु० व्यय होते हैं। कमरों की ऊँचाई निकालो।

(8) किसी आयताकार हौज़ को भीतर से सीसे की चादर से मढ़वाना है। प्रति वर्ग सें० मी० मढ़वाने के मूल्य 20 पै० हैं और हौज़ की भीतर की लम्बाई 1·14 मीटर, चौड़ाई 1·02 मीटर और गहराई 90 सें० मी० है। सीसा मढ़वाने का व्यय बताओ।

(9) बिना ढकने का एक बक्स 1 सें० मी० मोटी लकड़ी का बना हुआ है। इसके भीतर और बाहर का रँग करवाना है। बक्स की बाहरी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 36 सें० मी०, 24 सें० मी० और 18 सें० मी० हैं। एक ओर रंग करवाने में कितने वर्ग सें० मी० रंग करना पड़ेगा ?

त्रिभुज (Triangle)

२५०। तीन सरल रेखाओं से घिरे हुए समतल क्षेत्र को त्रिभुज कहते हैं। त्रिभुज की किसी भुजा को आधार मानने से उसके सामने के कौणिक विन्दु को उसका शीर्ष (Vertex) कहते हैं।

जैसे △ ABC की BC भुजा को आधार मानने से A शीर्ष हुआ। A से BC पर AD लम्ब खींचने से AD, △ ABC की ऊँचाई (Altitude) है।

अब △ ABC $= \frac{1}{2}$ आयतक्षेत्र BCEF

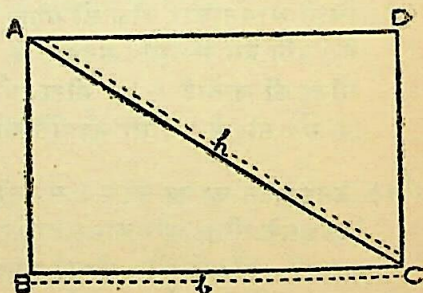
$= \frac{1}{2}$ BC.BF

$= \frac{1}{2}$ BC.AD

अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ आधार × ऊँचाई

अर्थात् △ ABC का क्षेत्रफल, $A = \frac{1}{2} dp$ वर्ग इकाइयाँ [BC और AD की लम्बाई d और p इकाइयाँ मानने से]

२५१। जब किसी त्रिभुज का एक कोण समकोण हो, तो उसे समकोण त्रिभुज (Right-angled triangle) कहते हैं।

△ ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसका कोण ABC समकोण है। समकोण के सामने की भुजा AC को कर्ण (Hypo- tenuse) कहते हैं।

अतः AC, आयत ABCD का विकर्ण (Diagonal) है।

अब $AC^2 = AB + BC^2$

(कर्ण)^2=(लम्ब)^2+(आधार)^2

∴ कर्ण= $\sqrt{(\text{लम्ब})^2+(\text{आधार})^2}$

∴ $h=\sqrt{p^2+b^2}$ इकाइयाँ, [AC=h इकाइयाँ, AB=p इकाइयाँ और BC=b इकाइयाँ मानने से]

अतः आयत में, (कर्ण)^2 (लम्ब)^2+(चौड़ाई)^2

∴ कर्ण= $\sqrt{(\text{लम्बाई})^2+(\text{चौड़ाई})^2}$

चूँकि (कर्ण)^2=(लम्बाई)^2+(आधार)^2

∴ (लम्ब)^2=(कर्ण)^2 – (आधार)^2

=(कर्ण)+(आधार) (कर्ण – आधार)

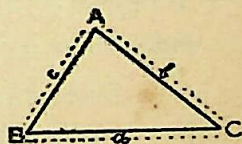
अर्थात् $p^2=(h+b)\ (h-b)$ वर्ग इकाइयाँ,

और (आधार)^2+(कर्ण)^2 – (लम्ब)^2

=(कर्ण+लम्ब) (कर्ण – लम्ब)

अर्थात् b^2 $=(h+p)\ (h-p)$ वर्ग इकाइयाँ।

२५२। जब किसी त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लम्बाइयाँ दी हों तब उसका क्षेत्रफल निकालने की रीति।

यदि $2s=a+b+c$ (परिसीमा) हो,
तो △ABC का क्षेत्रफल
$=\sqrt{s(s-a)\ (s-b)\ (s-c)}$ वर्ग इकाइयाँ।

२५३। उदाहरण 1. किसी त्रिभुज का आधार 5 गज़ 2 फ़ुट और ऊँचाई 3 गज़ 1 फ़ुट है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

अभीष्ट क्षेत्रफल=$\frac{1}{2}\times17\times10$ वर्ग फ़ुट

=85 वर्ग फ़ुट

=9 वर्ग गज़ 4 वर्ग फ़ुट।

उदाहरण 2. किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल 96·80 एअर है [illegible] आधार की लम्बाई 220 मीटर है। त्रिभुज की ऊँचाई निकालो।

$$\text{ऊँचाई} = \frac{2 \times \text{क्षेत्रफल}}{\text{आधार}}$$

$$= \frac{2 \times 96 \cdot 80 \times 100}{220} \text{ मीटर}$$

$$= 88 \text{ मीटर।}$$

उदाहरण 3. किसी समकोण त्रिभुज की भुजाओं का अन्तर 7 मीटर है और कर्ण 13 मीटर है। दोनों भुजाओं की लम्बाई निकालो।

मान लो कि भुजाओं की लम्बाई a मीटर और b मीटर हैं;

अतएव $a-b=7$

और $a^2+b^2=(13)^2=169$

$\because a-b \qquad = 7$

$\therefore (a-b)^2 \qquad = 49,$

अर्थात् $a^2-2ab+b^2=49,$

अर्थात् $169-2ab \qquad = 49$

$\therefore 2ab \qquad = 120$

$\therefore a^2+b+2ab \qquad = 169+120$

अर्थात् $(a+b)^2=289$

$\therefore \quad a+b = 17$

तो $\quad a+b = 17$

$a-b = 7$

$\therefore 2a = 24$

$\therefore a = 12$

और $b = 5$

$\therefore$ दोनों भुजाओं की लम्बाई 12 मीटर और 5 मीटर हैं।

...य 4. किसी जलाशय में एक कमल की कली का सिरा पानी के ... आधा हाथ ऊँचा था, लेकिन हवा के कारण वह धीरे-धीरे अपनी जगह से हटकर ठीक 2 हाथ की दूरी पर डूब गया। बताओ पानी की गहराई कितनी थी।

(लीलावती)

मान लो कि पानी की गहराई x हाथ थी, तो कमल की डंडी की कुल लम्बाई

$$=(x+\tfrac{1}{2}) \text{ हाथ ।}$$

चित्र में AB $=x$ हाथ

और AD $=AC=(x+\tfrac{1}{2})$ हाथ

और BD $=2$ हाथ;

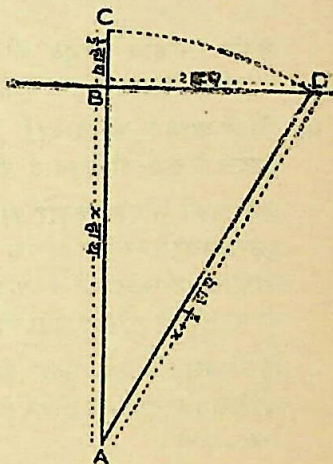
अतएव $AD^2=AB^2+BD^2$

अर्थात् $(x+\tfrac{1}{2})^2=x^2+(2)^2$

अर्थात् $x^2+x+\tfrac{1}{4}=x^2+4$

$\therefore x=4-\tfrac{1}{4}$

$=3\tfrac{3}{4}$

$\therefore$ पानी की गहराई $=3\tfrac{3}{4}$ हाथ ।

उदाहरण 5. किसी त्रिभुजाकार खेत की भुजाओं की लम्बाई क्रम से 143, 407 और 440 मीटर हैं। प्रति एअर 2·15 रु० की दर से खेत का लगान निकालो।

$\therefore$ त्रिभुज का क्षेत्रफल $=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

यहाँ $2s=143+407+440=990$ मीटर;

$\therefore \quad s=495$ मीटर

और $\quad a=143$ मीटर, $b=407$ मीटर और $c=440$ मीटर,

$\therefore$ खेत का क्षेत्रफल $=\sqrt{495(495-143)(495-407)(495-440)}$ वर्ग मीटर

$=\sqrt{495\times352\times88\times55}$ वर्ग मीटर

$=29040$ वर्ग मीटर ।

अब 1 एअर अर्थात् 100 वर्ग मीटर का लगान 2·15 रु० है।

$$\therefore 29040 \text{ वर्ग मीटर का लगान} = \frac{2\cdot15 \times 29040}{100}$$

$$= 624\cdot36 \text{ रु०}$$

∴ खेत का लगान = 624·36 रु० ।

प्रश्नमाला १७६

(1) किसी समकोण त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई 7 मीटर और 24 मीटर हैं; तो त्रिभुज के कर्ण की लम्बाई निकालो ।

(2) किसी आयत की लम्बाई 16 मीटर और चौड़ाई 12 मीटर है; आयत के कर्ण की लम्बाई बताओ ।

(3) एक नाली के एक किनारे पर एक मनुष्य मालूम करता है कि वह दूसरे किनारे पर स्थित एक वृक्ष की डाली पर 13 मीटर लम्बी सीढ़ी लगा सकता है । यदि डाली पृथ्वी स 12 मीटर ऊँची हो, तो नाली की चौड़ाई बताओ ।

(4) किसी वर्ग की एक भुजा की लम्बाई 6 मीटर है, वर्ग के चारों कौणिक विन्दुओं में होकर जानेवाले वृत्त के व्यासार्द्ध की लम्बाई निर्णय करो ।

(5) एक 8 मीटर ऊँचा खम्भा तूफ़ान से कुछ ऊँचाई पर टूट गया और उनके ऊपर का सिरा पृथ्वी पर 4 मीटर को दूरी पर गिरा, तो खम्भा पृथ्वी से कितनी ऊँचाई पर टूटा था ?

(6) किसी त्रिभुज की परिसीमा 18 सें० मी० है और दो भुजाओं की लम्बाई 5 सें० मी० और 6 सें० मी० हैं; त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो ।

(7) किसी समकोण त्रिभुज की एक भुजा की लम्बाई 3925 सें० मी० है: कर्ण और दूसरी भुजा का अन्तर 625 सें० मी० है, तो कर्ण और दूसरी भुजा की लम्बाई ज्ञात करो ।

(8) एक समत्रिबाहु त्रिभुज की भुजा की लम्बाई 7 सें० मी० है; त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो ।

(9) ... सीढ़ी इस प्रकार रखी हुई है कि 24 मीटर ऊँची खिड़की तक पहुँचती है; फिर वह सड़क की दूसरी ओर पलटने पर 20 मीटर ऊँची खिड़की तक पहुँचती है। यदि सीढ़ी की लम्बाई २५ मीटर हो; तो सड़क की चौड़ाई बताओ।

(10) एक त्रिभुजाकार खेत की भुजाओं की लम्बाई क्रमशः 350, 440 और 750 मीटर है, खेत को 924 रु० वार्षिक लगान पर दिया गया, प्रति एअर लगान बताओ।

(11) किसी समद्विबाहु त्रिभुज के आधार की लम्बाई 16 सें० मी० और उसका क्षेत्रफल 120 वर्ग सें० मी० है; तो त्रिभुज की परिसीमा ज्ञात करो।

(12) किसी त्रिभुज की तीनों भुजाएँ क्रमशः 13 सें० मी०, 14 सें० मी० और 15 सें० मी० लम्बी है; 14 सें० मी० वाली भुजा पर सामने के कौणिक विन्दु से लम्ब खींचने से उसकी लम्बाई कितनी होगी?

(13) किसी समत्रिबाहु त्रिभुज के किसी भीतरवाले विन्दु से तीनों भुजाओं पर लम्ब खीचे गये हैं। यदि तीनों लम्बों की लम्बाई क्रमशः 4 मीटर, 5 मीटर और 6 मीटर हों; तो त्रिभुज की एक भुजा की लम्बाई निकालो।

(14) किसी जगह पर, जहाँ कि भूमि की मूल्य 40 रु० प्रति एअर है, एक त्रिभुजाकार खेत 3000 रु० में क्रय किया गया। यदि त्रिभुज की एक भुजा की लम्बाई 300 मीटर हो; तो त्रिभुज की ऊँचाई बताओ।

(15) किसी त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई क्रमशः 34 सें० मी० 30 सें० मी० और 16 सें० मी० हैं। सबसे बड़ी भुजा के मध्य विन्दु को सामने के कौणिक विन्दु से मिलानेवाली रेखा की लम्बाई ज्ञात करो।

(16) किसी त्रिभुज की परिसीमा 462 मीटर है और उसकी भुजाएँ 6, 7 और 8 के अनुपात में हैं। त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो।

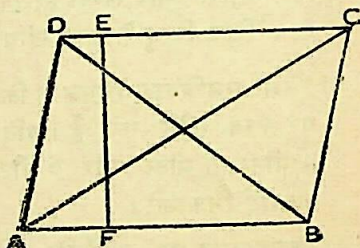
(17) ABC एक त्रिभुज है। C से AB पर CD लम्ब खींचा गया। यदि AB = 21 सें० मी०, BC = 18 सें० मी० और CD = 12 सें० मी० हो, तो त्रिभुज ADC और ABC के क्षेत्रफल निकालो।

(18) किसी वर्ग की भुजा की लम्बाई 100 मीटर है। ... के अन्दर एक ऐसा विन्दु लिया गया कि उसकी एक भुजा के सिरों से दूरी 60 मीटर और 80 मीटर हैं। विन्दु को वर्ग के चारों कौणिक विन्दुओं से मिलाने से जो चार त्रिभुज बनते हैं उनके क्षेत्रफल बताओ।

(19) किसी समकोण त्रिभुज की एक भुजा की लम्बाई 588 सें० मी० है और कर्ण और दूसरी भुजा का योगफल 882 सें० मी० है। कर्ण और दूसरी भुजा की लम्बाई निकालो।

समान्तर चतुर्भुज (Parallelogram)

२५४। किसी चतुर्भुज की सम्मुख भुजाओं के समान्तर होने से उसे (समान्तर चतुर्भुज) कहते हैं।

ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। इसके आमने-सामने के कौणिक विन्दुओं को मिलानेवाली सरल रेखाओं को विकर्ण (Diagonals) कहते हैं। AC और BD समान्तर चतुर्भुज ABCD के दो विकर्ण हैं।

समान्तर चतुर्भुज की किसी भुजा को आधार मानकर और सामने की भुजा के किसी विन्दु से आधार पर जो लम्ब डाला जाता है उसे समान्तर चतुर्भुज की ऊँचाई (Altitude) कहते हैं। यदि AB को आधार माना जाय तो EF समान्तर चतुर्भुज की ऊँचाई है।

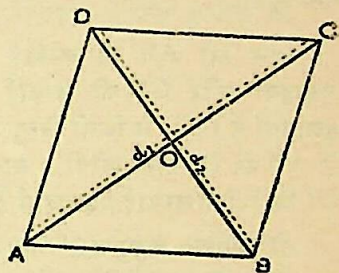
तो समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई।

∴ सामान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = AB. EF.

अतः समान्तर चतुर्भुज का आधार $= \frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{ऊँचाई}}$

और समान्तर चतुर्भुज की ऊँचाई $= \frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{आधार}}$

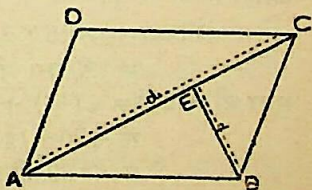
...सी समान्तर चतुर्भुज की भुजाओं के बराबर होने से और उसके कोण समकोण न होने से उसको समचतुर्भुज (Rhombus) कहते हैं।

ABCD एक समचतुर्भुज है। समचतुर्भुज के दोनों विकर्ण एक-दूसरे को समकोण पर समद्विभाग किया करते हैं।

अतः समचतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल $=\Delta ABC$ का क्षेत्रफल $+\Delta ADC$ का क्षेत्रफल

$$=\frac{1}{2} AC.\ BO+\frac{1}{2} AC.\ DO$$
$$=\frac{1}{2} AC.\ (BO+DO)$$
$$=\frac{1}{2} AC.\ BD.$$

अर्थात् यदि किसी समचतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC को d_1, और BD को d_2, इकाइयाँ माना जाय, तो ABCD का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}d_1\ d_2$.

२५६। किसी समान्तर चतुर्भुज का एक विकर्ण और उसके एक सम्मुख शीर्ष से उस पर लम्ब दिया हो, तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात करना है।

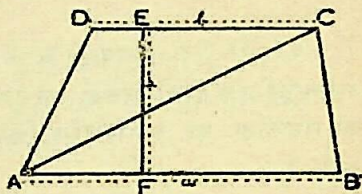
मानलो कि समान्तर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC की लम्बाई d इकाइयाँ हैं और लम्ब BE की लम्बाई p इकाइयाँ हैं।

तो समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल $=2\times\Delta ABC$ का क्षेत्रफल

$=2\times\frac{1}{2}\ d\times p$ वर्ग इकाइयाँ

$=dp$ वर्ग इकाइयाँ

२५७। जब किसी चतुर्भुज की दो भुजाएँ समान्तर [illegible] उसको समलम्ब चतुर्भुज (Trapezium) कहते हैं।

समलम्ब चतुर्भुज ABCD की दो भुजाएँ AB और CD समान्तर हैं।

मान लो AB की लम्बाई a इकाइयाँ और CD की लम्बाई b इकाइयाँ हैं। CD के किसी विन्दु E से AB पर EF लम्ब खींचो। मान लो कि EF की लम्बाई p इकाइयाँ हैं,

तो समलम्ब चतुर्भुज (Trapezium) का

क्षेत्रफल $= \Delta$ ABC का क्षेत्रफल $+ \Delta$ ADC का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}$ AB.EF $+ \frac{1}{2}$ CD.EF.

$= \frac{1}{2}$ (AB+CD). EF.

$= \frac{1}{2}(a+b)\,p$ वर्ग इकाइयाँ।

२५८। उदाहरण 1. किसी समान्तर चतुर्भुज का आधार 84 सें० मी० और उसकी ऊँचाई 38 सें० मी० है; तो समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= 84 \times 38$ वर्ग सें० मी०

$= 3192$ वर्ग सें० मी०।

उदाहरण 2. किसी समचतुर्भुज के दोनों विकर्ण क्रमशः 10 मीटर और 24 मीटर हैं, तो उसका क्षेत्रफल; भुजा की लम्बाई और ऊँचाई निकालो।

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 10 \times 24$ वर्ग मीटर

$= 120$ वर्ग मीटर।

भुजा की लम्बाई $= \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + \left(\frac{24}{2}\right)^2}$ मीटर

$= \sqrt{25+144}$ मीटर

$= \sqrt{169}$ मीटर

$= 13$ मीटर

ऊँचाई $= \frac{120}{13}$ मीटर

$= 9{\cdot}23$ मीटर।

उदाहरण ... किसी समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 144 वर्ग मीटर और उसका एक विकर्ण 16 मीटर लम्बा है, तो सामने के एक शीर्ष से उस विकर्ण की दूरी बताओ।

समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल$=dp$, [विकर्ण$=d$ और विकर्ण की दूरी$=p$ इकाइयाँ]

$\therefore$ विकर्ण की दूरी$=\frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{विकर्ण}}$

$=\frac{144}{16}$ मीटर

$=9$ मीटर

उदाहरण 4. किसी समलम्ब चतुर्भुज (Trapezium) की समान्तर भुजाएँ क्रमशः 1·75 मीटर और 2·57 मीटर हैं और उनके बीच की लम्बरूपी दूरी 1·06 मीटर है। (Trapezium) का क्षेत्रफल निकालो।

ट्रैपीज़ियम का क्षत्रफल$=\frac{1}{2}(a+d).\,p$

$=\frac{1}{2}(1{\cdot}75+2{\cdot}57)\times 1{\cdot}06$

$=\frac{1}{2}\,4{\cdot}32\times 1{\cdot}06$

$=2{\cdot}16\times 1{\cdot}06$

$=2{\cdot}2896$ वर्ग मीटर

$=22896$ वर्ग सें० मी०

प्रश्नमाला १७७

(1) किसी समान्तर चतुर्भुज का क्षत्रफल 30 वर्ग मीटर है और उसके एक विकर्ण की लम्बाई 15 मीटर है; इस विकर्ण पर उसके सामने के कौणिक विन्दु से एक लम्ब डाला गया है; तो लम्ब की लम्बाई बताओ।

(2) किसी समान्तर चतुर्भुज की दो सम्मुख भुजाओं में से प्रत्येक की लम्बाई 204 सें० मी० है, और इन दोनों भुजाओं के मध्य की लम्बरूपी दूरी 54 सें० मीटर है। समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल निकालो।

(3) एक समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 156 वर्ग सें० मी० है; और D से विकर्ण AC की लम्बरूपी दूरी 12 सें० मी० है; AC की लम्बाई बताओ।

(4) किसी समचतुर्भुज के दोनों विकर्णों की लम्बाई क्रमशः 32 सें० मी० और 50 सें० मी० है। उपर्युक्त समचतुर्भुज का क्षेत्रफल बताओ।

(5) किसी समचतुर्भुज (Rhombus) के दोनों विकर्णों की लम्बाई क्रमशः 6 मीटर और 8 मीटर हैं; तो समचतुर्भुज की भुजा और ऊँचाई बताओ।

(6) एक चटाई समचतुर्भुज के रूप में है। उसका क्षेत्रफल 72 वर्ग सें० मी० है और उसकी परिसीमा 36 सें० मी० है, तो सम्मुख भुजाओं के बीच की लम्बरूपी दूरी ज्ञात करो।

(7) ABCD एक समलम्ब चतुर्भुज है जिसकी भुजाएँ AB और CD समान्तर हैं। यदि AB=20 सें० मी०; CD=45 सें० मी०; BC=30 सें० मी० और AD=25 सें० मी० हों, तो ABCD का क्षेत्रफल बताओ।

(8) किसी समचतुर्भुज की भुजा 20 सें० मीटर लम्बी है। इसका छोटा विकर्ण बड़े विकर्ण का $\frac{3}{4}$ है, तो उसका क्षेत्रफल बताओ।

(9) किसी समचतुर्भुज की परिसीमा 440 मीटर है और एक जोड़ी सम्मुख भुजाओं के बीच की लम्बरूपी दूरी 88 मीटर है, तो उसका क्षेत्रफल एअरों में ज्ञात करो।

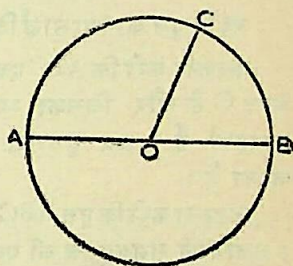
(10) किसी समलम्ब चतुर्भुज (Trapezium) की समान्तर भुजाओं की लम्बाई क्रमशः 55 सें० मी० और 77 सें० मी० हैं और दूसरी भुजाओं की लम्बाई क्रमशः 25 सें० मी० और 31 सें० मी० है। ट्रैपीज़ियम का क्षेत्रफल बताओ।

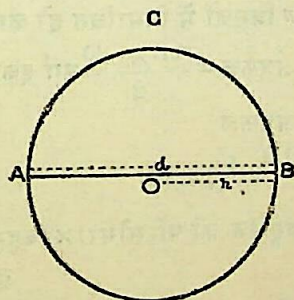
(11) किसी समलम्ब चतुर्भुज (Trapezium) का क्षेत्रफल 475 वर्ग सें० मी० है और दोनों समान्तर भुजाओं के बीच की लम्बरूपी दूरी 19 सें० मी० है; यदि समान्तर भुजाओं का अन्तर 4 सें० मी० हो, तो उनकी लम्बाई ज्ञात करो।

वृत्त (Circle)

२५९। वृत्त वह समतल क्षेत्र है जो एक ऐसी वक्र रेखा से घिरा हो जिसके प्रत्येक विन्दु की दूरी उस क्षेत्र के एक नियत भीतरी विन्दु से सदैव बराबर हो।

उस नियत विन्दु को वृत्त का केन्द्र (Centre) कहते हैं और घेरनेवाली वक्र रेखा को वृत्त की परिधि (Circumference) कहते हैं।

केन्द्र से परिधि तक खींची हुई सरल रेखा को वृत्त का व्यासार्द्ध (Radius) कहते हैं। वृत्त ABC में OC एक व्यासार्द्ध है। वह सरल रेखा, जो वृत्त के केन्द्र में होकर जाती हो और दोनों ओर वृत्त की परिधि पर समाप्त होती हो, वृत्त का व्यास (Diameter) कहलाती है; जैसे AB.

२६०। वृत्त का व्यास ज्ञात हो, तो परिधि ज्ञात करना।

कल्पना करो कि ABC एक वृत्त है और इसके व्यास AB की लम्बाई d इकाइयाँ हैं।

अब वृत्त के व्यास की लम्बाई का वृत्त की परिधि की लम्बाई के साथ एक नियत अनुपात होता है। इस अनुपात को ग्रीक अक्षर π (पाई) द्वारा प्रकट करते हैं। π का मान $\frac{22}{7}$ या $3 \cdot 14159$ शुद्ध होता है।

अतः प्रत्येक वृत्त में—

$$\frac{\text{परिधि}}{\text{व्यास}} = \pi$$

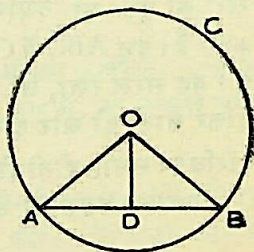
$$\therefore \frac{\text{ABC वृत्त की परिधि}}{\text{AB}} = \pi$$

अतएव ABC वृत्त की परिधि $= \pi \times AB = \pi d$ इकाइयाँ।

तो किसी वृत्त की परिधि $= \pi \times$ व्यास

$= \pi \times 2 \times$ व्यासार्द्ध $= 2\pi r$, [व्यासार्द्ध $= r$ मानने से]

२६१। वृत्त का व्यासार्द्ध दिया हुआ है, तो वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करना

कल्पना करो कि ABC एक वृत्त है जिसका केन्द्र O है और जिसका व्यासार्द्ध OA $= r$ इकाइयाँ हैं। अब वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करना है।

कल्पना करो कि वृत्त ABC में अन्तर्लिखित n भुजावाले समबहुभुज की एक भुजा AB है।

वृत्त केन्द्र O AB पर एक लम्ब AD डाला।

अब OA और OB को मिलाया, तो OAB एक त्रिभुज बन गया।

अब यदि समबहुभुज के प्रत्येक कौणिक विन्दु को केन्द्र O से मिलाया जाय, तो समबहुभुज n त्रिभुजों में विभाजित हो जायगा।

$$\therefore \triangle \text{ OAB का क्षेत्रफल} = \frac{AB \times OD}{2} \text{ वर्ग इकाइयाँ}$$

$\therefore$ समबहुभुज का क्षेत्रफल

$$= n \times \frac{AB \times OD}{2} \text{ वर्ग इकाइयाँ}$$

$= \frac{1}{2} \times$ (समबहुभुज की परिसीमा) $\times$ (बहुभुज में अन्तर्लिखित वृत्त का व्यासार्द्ध)

अब यदि बहुभुज की भुजाओं की संख्या अनिर्दिष्ट रूप से बढ़ा दी जाय तो अन्त में बहुभुज का क्षेत्रफल वृत्त ABC के क्षेत्रफल के बराबर हो जायगा और बहुभुज के अन्तर्लिखित वृत्त का व्यासार्द्ध, वृत्त ABC के व्यासार्द्ध के बराबर हो जायगा।

∴ वृत्त ABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (वृत्त ABC की परिधि) ×
(वृत्त ABC का व्यासार्द्ध)
परन्तु वृत्त ABC की परिधि $2\pi r$ इकाइयाँ
और व्यासार्द्ध $= r$ इकाइयाँ;
∴ वृत्त ABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$ वर्ग इकाइयाँ
$= \pi r^2$ वर्ग इकाइयाँ।

२६२। उदाहरण 1. किसी वृत्त के व्यास की लम्बाई 63 सें० मी० है। वृत्त की परिधि की लम्बाई निर्णय करो ($\pi = \frac{22}{7}$)

∴ वृत्त की परिधि $= \pi d$ इकाइयाँ

और $d = 63$ सें० मी०
और $\pi = \frac{22}{7}$;
∴ इष्ट लम्बाई $= \frac{22}{7} \times 63$ सें० मी०
$= 198$ स० मी०
$= 1 \cdot 98$ मीटर।

उदाहरण 2. यदि पृथ्वी का व्यासार्द्ध 6400 किलो मीटर माना जाय, तो मीटर से विषुवत् रेखा पर पृथ्वी की परिक्रमा करने में कितना समय लगेगा यदि मीटर की चाल प्रति घण्टा 32 किलो मीटर मानी जाय ? ($\pi = \frac{22}{7}$)

विषवत् रेखा की लम्बाई $= \pi d$ मील
जिसमें $d = 2 \times 6400$ किलो मीटर
और $\pi = \frac{22}{7}$,
∴ विषवत् रेखा की लम्बाई $= \frac{22}{7} \times 12800$ किलो मीटर;

$$\therefore \text{इष्ट समय} = \frac{22 \times 12800}{7 \times 32} \text{ घण्टा}$$

$= \frac{8800}{7}$ घण्टा
$= 1257$ घण्टा $8\frac{4}{7}$ मि०
$= 52$ दिन 9 घण्टे $8\frac{4}{7}$ मि०

उदाहरण 3. किसी वृत्त का व्यासार्द्ध 7 सें० मी० है; वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करो। ($\pi = \frac{22}{7}$)

वृत्त का क्षेत्रफल πr^2 वर्ग इकाइयाँ।
जिसमें $r = 7$ सें० मी०
और $\pi = \frac{22}{7}$.
अतः अभीष्ट क्षेत्रफल $= \frac{22}{7} \times (7)^2$ वर्ग सें० मी०
$= 154$ वर्ग सें० मी०।

उदाहरण 4. किसी वृत्ताकार बाग़ के बाहर की ओर 2 मीटर चौड़ा कंकड़ का रास्ता है। यदि बाग़ का व्यास 61 मीटर हो, तो रास्ते का क्षेत्रफल निकालो। ($\pi = \frac{22}{7}$)

वृत्ताकार बाग़ का व्यासार्द्ध $= \frac{61}{2}$ मीटर $= 30 \cdot 5$ मीटर; इसलिए बाग़ और रास्ते को मिलाकर बड़े वृत्त का व्यासार्द्ध $= R = 30 \cdot 5 + 2$ $= 32 \cdot 5$ मीटर।

$\therefore$ रास्ते का क्षेत्रफल $= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi (R^2 - r^2)$

$= \pi (R + r)(R - r)$

$= \frac{22}{7} (32 \cdot 5 + 30 \cdot 5)$

$(32 \cdot 5 - 30 \cdot 5)$ वर्ग मीटर।

$= \frac{22}{7} \times 63 \times 2$ वर्ग मीटर

$= 396$ वर्ग मीटर।

प्रश्नमाला १७८

(1) किसी वृत्त की परिधि 88 सें० मी० है। वृत्त का व्यास बताओ।

(२) किसी वृत्त की परिधि और व्यास का अन्तर 60 मीटर है। वृत्त का व्यासार्द्ध निकालो।

(3) एक मनुष्य को एक वृत्ताकार मैदान पार करना पड़ा। उसने देखा कि यदि वह मैदान के किनारे-किनारे जाने के बजाय मैदान के व्यास पर जाकर पार करे; तो उसको 45 सेकण्ड कम समय लगता है। यदि वह मनुष्य 40 मीटर प्रति-मिनट की चाल से चला हो, तो मैदान का व्यास ज्ञात करो।

(4) किसी वृत्त का क्षेत्रफल 616 वर्ग मीटर है। वृत्त का व्यास ज्ञात करो।

(5) एक वृत्ताकार मैदान के बाहर-बाहर एक 4 मीटर चौड़ी सड़क है। यदि मैदान का व्यास 136 मीटर हो, तो रास्ते का क्षेत्रफल निकालो।

(6) एक गाय रस्सी द्वारा एक खूँटे से बँधी हुई है। यदि गाय 154 वर्ग मीटर क्षेत्रफल की घास चर सकती है, तो रस्सी की लम्बाई कितनी होनी चाहिये ?

(7) ए[illegible] किसी वृत्ताकार रास्ते पर चल रही है। यदि वृत्त का व्यास 3 किलो मीटर हो, और रेल की दोनों पटरियों में 161 सें० मी० का अन्तर हो, और गाड़ी 46 मिनट में पूरा चक्कर कर सकती हो, तो बाहर के पहिये भीतर के पहियों से प्रति घण्टा कितने किलो मीटर अधिक चलेंगे ?

(8) एक बाइसिकिल के पहिये का व्यास 70 सें० मी० है। यदि 1 मिनट में पहिया 100 चक्कर लगावे; तो बाइसिकिल प्रति घण्टा कितने किलो मीटर जायगी ?

(9) किसी वृत्ताकार घास के मैदान के भीतर उसके किनारे से 15 मीटर की दूरी पर 5 मीटर चौड़ा एक गोलाकार रास्ता चारों ओर बना हुआ है। यदि मैदान का व्यास 70 मीटर हो और एक वर्ग मीटर घास लगाने में 2 रु० व्यय हों, तो मैदान में घास लगाने में कितना व्यय होगा ?

(10) किसी घड़ी की सुइयाँ 15 सें० मी० और 12·5 सें० मी० लम्बी हैं; एक दिन में दोनों सुइयों के सिरे जितनी-जितनी दूरियाँ चलेंगे, उनका अन्तर ज्ञात करो।

परिशिष्ट १

(क) गुण्य और गुणक को परस्पर बदलने अर्थात् गुण्य को गुणक और गुणक को गुण्य बनाने से गुणनफल के मान में कुछ अन्तर नहीं आता; जैसे, ५×४=४×५।

प्रमाण—एक पंक्ति में ५ विन्दु रखो और ऐसी ४ पंक्ति ले लो।

प्रत्येक पंक्ति में विन्दुओं की संख्या ५ है और पंक्तियों ❋❋❋❋❋
की संख्या ४ है; इसलिए कुल विन्दुओं की संख्या=५×४, ❋❋❋❋❋
फिर प्रत्येक खड़ी पंक्ति में विन्दुओं की संख्या ४ है और ❋❋❋❋❋
खड़ी पंक्तियों की संख्या ५ है। इसलिए कुल विन्दुओं की ❋❋❋❋❋
संख्या=४×५; इसलिए ५×४=४×५।

(ख) जब किसी आवर्त्ती दशमलव को किसी पूर्णाङ्क [illegible] अनावर्त्ती दशमलव से गुणा करना हो, तो आवर्त्ती दशमलव को सा[illegible]न्य भिन्न के रूप में न लाकर भी गुणनफल प्राप्त हो सकता है। यह स्पष्ट है कि इस दशा में गुणनफल आवर्त्ती दशमलव होगा, और उसमें आवर्त्ती अङ्कों की संख्या गुण्य के आवर्त्ती अङ्कों की संख्या के बराबर होगी।

उदाहरण १। ३·२४̇५६̇ को ७ से; ·७१̇४̇ को ४ से; और १·२३̇६̇ को ११ से गुणा करो।

(१) ३·२४̇५६̇
७
———
२२·७१̇९२
३
———
२२·७१̇९५̇, उ०।

(२) ·७१̇४̇
४
———
२·८५̇६̇, उ०।

(३) १·२३̇६̇
११
———
१३·५९६
३
———
१३·५९̇९̇ = १३·६, उ०।

यहाँ पर साधारण रीति से गुणन करते हैं और गुणनफल के दाहिनी ओर के अङ्क में वह अङ्क (यदि कोई हो) जोड़ते हैं जो गुण्य के परिवर्त्ती की बाईं ओर के अङ्क में से हाथ लगा है।

उदाहरण २। ६·२२̇७̇ को ८·२६ से गुणा करो।

(१) ६·२२̇७̇
८·२६
———
३७३६२ + १
१२४५४
४९८१६ + २
———

(२) ६·२२̇७̇
८·२६
———
३७३६̇३̇
१२४५̇४̇
४९८१̇८̇
———

(३) ६·२२̇७̇
८·२६
———
३७३६̇३̇
१२४५४̇५̇
४९८१̇८१̇८̇
———
५१·४३७२̇६̇
१
———
५१·४३७२̇७̇, उ०।

यहाँ पर पहले हम पूर्णाङ्क संख्या की भाँति गुणा करते हैं और प्रत्येक अलग गुणनफल की दाहिनी ओर के अङ्क में वह अङ्क (यदि कोई हो) जोड़ते हैं जो गुण्य के परिवर्त्ती की बाईं ओर के अङ्क में हाथ लगा है; इस प्रकार हम (२) प्राप्त करते हैं। अब हम अलग-अलग गुणनफलों को साधारण रीति से जोड़ते हैं; परन्तु योगफल ठीक प्राप्त करने के लिए प्रत्येक पंक्ति को (पहली पंक्ति को छोड़कर) पहली पंक्ति की दाहिनी ओर

[illegible] बढ़ा लेते हैं। योगफल में पहले परिवर्त्ती के अन्त तक ३+२ अर्थात् ५ दशमलव अङ्क होंगे; इसलिए दाहिनी ओर से ५ अङ्कों के पश्चात् दशमलव बिन्दु लगा देते हैं। इस प्रकार गुणनफल $५१\cdot४३७\dot{२}\dot{६}$ प्राप्त हुआ।

उदाहरण ३। $१\cdot३२\dot{५}\dot{६}\times१०=१३\cdot२\dot{५}\dot{६}$।

उदाहरण ४। $\cdot३\dot{२}५\dot{६}\times१००=\cdot३२\dot{५}६\dot{२}\times१००=३२\cdot\dot{५}६\dot{२}$।

उदाहरण ५। $\cdot\dot{५}\times१०००=५५५\dot{५}\times१०००=५५५\cdot\dot{५}$।

(ग) किसी आवर्त्ती दशमलव को पूर्णाङ्क संख्या से साधारण रीति के अनुसार भाग दिया जा सकता है, परन्तु क्षेत्रफल के दाहिनी ओर शून्य न लगाकर परिवर्ती के अङ्कों को क्रम से उतार लेना चाहिए।

जब भाजक अनावर्ती दशमलव हो; तो उसे १० के उस बल से गुणा करो, जिससे वह पूर्णाङ्क-संख्या बन जाय और भाज्य को भी १० के उसी बल से गुणा करो; फिर पूर्णाङ्क संख्या से भाग देने की रीत्यनुसार कार्य करो।

उदाहरण १।
$३२\cdot६\dot{२}\dot{४}$ को ५ से भाग दो।
५) ३२·६२४२४२४...
  ६·५२४८४८४...

भागफल $=६\cdot५२\dot{४}\dot{८}$

उदाहरण २।
$२\cdot७\dot{२}\dot{३}$ को ५३ से।
भागफल = ·०५१३८१७...
५३) २·७२३२३२३...
  २·६५
  ७३
  ५३
  २०२
  १५९
  ४३३
  ४२४
  ९२
  ५३
  ३९३
  ३७१
  २२

यदि $२\cdot७\dot{२}\dot{३}$ को ·०५३ से भाग देना हो, तो $२७२३\cdot\dot{२}\dot{३}$ को ५३ से भाग देना चाहिए।

परिशिष्ट २

बीजगणित के नियमों का प्रयोग भिन्नों को संक्षेप में करने में अधिक सहायता देता है।

उदाहरण। $\frac{\cdot ७०४ \times \cdot ७०४ - \cdot २९६ \times \cdot २९६}{\cdot ७०४ - \cdot २९६}$ को सरल करो।

माना $\cdot ७०४ =$ अ; और $\cdot २९६ =$ ब; तो दी हुई भिन्न $= \frac{अ^2 - ब^2}{अ - ब}$

$= \frac{(अ + ब)(अ - ब)}{अ - ब} = अ + ब = \cdot ७०४ + \cdot २९६ = १$, उत्तर।

उदाहरणों का अभ्यास

सरल करो :—

(१) $\frac{\frac{१}{४०८} \times \frac{१}{४०८} - \frac{१}{४५९} \times \frac{१}{४५९}}{\frac{१}{४०८} - \frac{१}{४५९}}$। (२) $\frac{\frac{१}{८} \text{ का } \cdot १२५ - \frac{१}{१५} \text{ का } \cdot ०\dot{६}}{\cdot १२५ + \cdot ०\dot{६}}$।

(३) $\frac{(३\cdot२)^2 + (२\cdot८)^2 - (६\cdot४)(२\cdot८)}{(१\cdot६)^2 + (२\cdot४)^2 + (३\cdot२)(२\cdot४)}$।

(४) $\frac{(\cdot०१७९)^2 - (\cdot०१७८)^2}{(\cdot००२६)^2 - (\cdot००२५)^2}$।

(५) $(९६७ + \frac{१}{९६७})(९६७ + \frac{१}{९६७}) - (९६७ - \frac{१}{९६७})(९६७ - \frac{१}{९६७})$।

(६) $\frac{१\cdot \times \cdot१ \times \cdot१ + \cdot०१ \times \cdot०१ \times \cdot०१}{\cdot२ \times \cdot२ \times \cdot२ + \cdot०२ \times \cdot०२ \times \cdot०२}$। (७) $\frac{(\frac{२}{५} \text{ का } \frac{१}{५}) - (\frac{२}{७} \text{ का } \frac{१}{७})}{(\frac{१}{५} \times \frac{१}{५} \times \frac{१}{७}) - (\frac{१}{७} \times \frac{१}{७} \times \frac{२}{५})}$।

(८) $\frac{(\cdot०३ + \cdot०\dot{२})(\cdot०३ + \cdot०\dot{२}) + (\cdot०३ - \cdot०\dot{२})(\cdot०३ - \cdot०\dot{२})}{(\cdot०३ \times \cdot०३) + (\cdot०\dot{२} \times \cdot०\dot{२})}$।

(९) $\left(\frac{२३९}{२४१} \times \frac{२४१}{२३९} - २\right) \div \left(\frac{२४१}{२३९} - \frac{२३९}{२४१}\right)$।

(१०) $[(\frac{१}{२} \times \frac{१}{२} \times \frac{१}{२}) + (\frac{१}{३} \times \frac{१}{३} \times \frac{१}{३})] \div [(\frac{१}{२} \times \frac{१}{२}) - (\frac{१}{२} \times \frac{१}{३}) \times (\frac{१}{३} \times \frac{१}{३})]$।

(११) $\frac{\cdot०७ \times \{(\cdot०७)^2 + १\}}{(\cdot०७)^4 - १} \times \frac{\{(\cdot०७)^2 - \cdot०७\} \times (\cdot०७ + १)}{(\cdot०७)^2}$।

(१२) $\frac{\frac{१}{२} \times \frac{१}{२} - २ \times \frac{१}{२} \times \frac{१}{३} + \frac{१}{२} \times \frac{१}{२} - \frac{१}{४} \times \frac{१}{४}}{\frac{१}{२} \times \frac{१}{२} - २ \times \frac{१}{२} \times \frac{१}{४} + \frac{१}{४} \times \frac{१}{४} - \frac{१}{३} \times \frac{१}{३}}$। (१३) $\frac{\frac{१}{२} \times \frac{१}{२} + \frac{१}{२} \times \frac{१}{३} + \frac{१}{२} \times \frac{१}{४} + \frac{१}{३} \times \frac{१}{४}}{\frac{१}{३} \times \frac{१}{३} + \frac{१}{३} \times \frac{१}{२} + \frac{१}{३} \times \frac{१}{४} + \frac{१}{५} \times \frac{१}{२}}$।

(१४) $\frac{(\frac{१}{२} - \frac{१}{३})(\frac{१}{३} + \frac{१}{४})}{(\frac{१}{२} + \frac{१}{४})(\frac{१}{२} + \frac{१}{४}) - (\frac{१}{३} + \frac{१}{४})(\frac{१}{३} + \frac{१}{४})} \times \left(\frac{१}{\frac{१}{२} + \frac{१}{४}} + \frac{१}{\frac{१}{३} + \frac{१}{४}}\right)$।

(१५) $\frac{[illegible](\cdot 5)^2\,(\cdot\dot{3})^2+(\cdot\dot{3})^4}{(\cdot 5)^2+(\cdot 5)\,(\cdot\dot{3})+(1\dot{3})^2}$ । (१६) $\frac{(\frac{1}{3})^4+(\frac{1}{10})^2+(\frac{1}{5})^4}{(\frac{1}{3})^2-(\frac{1}{10})+(\frac{1}{5})^2}$ ।

(१७) $\frac{(\frac{1}{7}\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{7})+(\frac{1}{7}\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{9}\times\frac{1}{9})+(\frac{1}{9}\times\frac{1}{9}\times\frac{1}{9}\times\frac{1}{9})}{\{(\frac{1}{7}\times\frac{1}{7})+(\frac{1}{7}\times\frac{1}{9})+(\frac{1}{9}\times\frac{1}{9})\}\times\{(\frac{1}{7}\times\frac{1}{7})-(\frac{1}{7}\times\frac{1}{9})+(\frac{1}{9}\times\frac{1}{9})\}}$ ।

(१८) $\frac{(\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5})+(\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7})+(\frac{1}{9}\times\frac{1}{9}\times\frac{1}{9})-3\,(\frac{1}{5}\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{9})}{\{(\frac{1}{5}\times\frac{1}{5})+(\frac{1}{7}\times\frac{1}{7})+(\frac{1}{9}\times\frac{1}{9})\}-\{(\frac{1}{5}\times\frac{1}{7})+(\frac{1}{7}\times\frac{1}{9})+(\frac{1}{9}\times\frac{1}{5})\}}$ ।

(१९) $\cdot 54\times\cdot 54\times\cdot 54+\cdot 46\times\cdot 46\times\cdot 46+3\times\cdot 54\times\cdot 46$ ।

(२०) $\frac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\times(\frac{1}{3}+\frac{1}{5})+\frac{1}{5}\times\frac{1}{7}\times(\frac{1}{5}+\frac{1}{7})\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{3}\times(\frac{1}{7}+\frac{1}{3})+2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{7}}{\frac{1}{9}\text{ का }\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\text{ का }\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\text{ का }\frac{1}{7}+\frac{1}{5}\text{ का }\frac{1}{7}}$ ।

परिशिष्ट ३

महत्तम समापवर्त्तक और लघुतम समापवर्त्य पर विविध उदाहरण

उदाहरण १ । वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करो जिससे यदि ४०१, ३७५ और ३२३ को भाग देने पर प्रत्येक दशा में शेष एकसा ही रहता हो ।

क्रिया—माना कि शेष सदैव 'क' आता है,

तो (४०१ – क), (३७५ – क) और (३२३ – क) में अभीष्ट संख्या का भाग पूरी-पूरी बार चला जायगा । परन्तु जो संख्याएँ किसी अन्य संख्या से पूरी-पूरी बार विभाजित हो जाती हैं उनके योग और अन्तर भी उस संख्या से पूरी-पूरी बार विभाजित हो जाते हैं ।

∴ [(४०१ – क) – (३७५ – क)] और [(३७५ – क) – (३२३ – क)] अर्थात्, २६ और ५२ भी अभीष्ट संख्या से पूर्णतया विभाजित हो जायँगे ।

∴ वह संख्या जो २६ और ५२ को पूरी-पूरी बार विभाजित करती है; इन संख्याओं का म० स० है ।

∴ म० स० = २६,

अतः अभीष्ट संख्या २६ है ।

उदाहरण २ । १०० और २०० के बीच ऐसी संख्याएँ ज्ञात करो जिनका महत्तम समापवर्त्तक ४५ हो ।

क्रिया—वह संख्याएँ जिनका महत्तम समापवर्त्तक ४५ [illegible] लिखित हो सकती हैं।

४५×१=४५; ४५×२=९०; ४५×३=१३५; ४५×४=१८०; ४५×५=२२५; ४५×६=२७०; इत्यादि।

परन्तु इनमें से वह संख्याएँ जो १०० और २०० के बीच में हैं, १३५, १८० हैं।

∴ इष्ट संख्याएँ १३५, १८० हैं।

उदाहरण ३। उन संख्याओं के कितने जोड़े हो सकते हैं जिनका गुणनफल ११७६ और महत्तम समापवर्त्तक ७ हो?

क्रिया—∵ संख्याओं का महत्तम समापवर्त्तक ७ है,

∴ संख्याएँ ७ क और ७ ख होंगी जहाँ क और ख परस्पर रूढ़

∴ ७क×७ख=११७६,

अर्थात् क×ख=२४।

∴ क, ख के सम्भावित जोड़े =(१, २४); (२, १२); (३, ८); (४, ६)

परन्तु इनमें से (२, १२) (४, ६) परस्पर रूढ़ नहीं हैं

∴ इष्ट जोड़े =(१, २४) (३, ८)

∴ संख्याएँ=(७×१, ७×२४); तथा (७×३, ७×८) अर्थात्,

७, १६८ और २१, ५६।

उदाहरण ४। वह सबसे बड़ी संख्या ज्ञात करो जिससे यदि १६२, ३८२ और ८७७ को भाग दें तो परा-पूरा विभाजित होने के लिए प्रत्येक दशा में ३ की कमी रहे।

क्रिया—∵ अभीष्ट संख्या से १६२, ३८२ और ८७७ को पूरा-पूरा विभाजित होने के लिए सदैव ३ की कमी रहती है।

∴ १६२+३, ३८२+३, ८७७+३ अभीष्ट संख्या से पूरी-पूरी बार विभाजित हो जायेंगे।

अर्थात्, १६५, ३८५, और ८८० का म० स० ही निकालना पर्याप्त है।

∴ अभीष्ट संख्या ५५ है।

उदाहरण ५। पाँच अङ्कों की सबसे बड़ी संख्या ज्ञात करो जिसको यदि ५, ८, १३ और १६ से भाग दिया जाय तो शेष क्रमशः २, ५, १० और १३ बचें।

पाँच अङ्कों की सबसे बड़ी संख्या ९९९९९ है।

५, ८, १३ और १६ का लघुतम समापवर्त्य १०४० है।

∴ पाँच अङ्कों की सबसे बड़ी संख्या जो कि ५, ८, १३ और १६ से पूरी तरह विभाजित हो जाती है, ९९८४० है।

अब, ५ − २ = ३, ८ − ५ = ३, १३ − १० = ३, १६ − १३ = ३।

अतः ३ को ९९८४० से घटाकर इष्ट संख्या आ जायगी,

∴ इष्ट संख्या = ९९८४० − ३ = ९९८३७।

उदाहरण ६। वह सबसे छोटी संख्या क्या है जो २, ३, ४ और ५ से पूरी-पूरी विभाजित हो जाय तथा पूर्ण वर्ग भी हो।

क्रिया—वह छोटी से छोटी संख्या जो २, ३, ४ और ५ से विभाजित हो जाती है इन संख्याओं का ल० स० है।

∴ २, ३, ४ और ५ का ल० स० = ६०,

परन्तु ६० = २ × २ × ३ × ५
= २² × ३ × ५

अतः पूर्ण वर्ग बनाने के लिए ६० को १५ से गुणा करना चाहिये।

∴ इष्ट संख्या = ६० × १५ = ९००।

उदाहरण। ७ वह छोटी-से-छोटी संख्या ज्ञात करो जो ११ से पूरी-पूरी विभाजित हो जाय तथा जिसमें ३, ४, ६ और ९ का भाग देने पर प्रत्येक दशा में शेष २ रहता है।

क्रिया—३, ४, ६ और ९ का लघुतम समापवर्त्य = ३६

∴ छोटी-से-छोटी संख्या जिसे ३, ४, ६ और ९ से भाग देने पर २ शेष रहे।

= ३६ + २ = ३८।

परन्तु ३८, ११ से पूरा-पूरा विभाजित नहीं होता।

∴ इष्ट संख्या ३६ के किसी गुणक से २ अधिक होगी और वह गुणक ऐसी होगी कि संख्या ११ से पूरी-पूरी विभाजित हो जाय।

∴ संख्या = ३६ क + २

= (३ × ११ + ३) क + २
= ३ × ११ × क + (३ क + २)

अब, ३ × ११ × क, ११ से पूरा-पूरा विभाजित हो जाता है और (३ क + २) में भी क का ऐसा मान होना चाहिये कि वह ११ से पूरी-पूरी विभाजित हो जाय।

∴ क का मान १, २, ३ आदि रखने पर स्पष्ट है कि क=३

∴ इष्ट संख्या = ३६ × ३ + २

= ११० ।

उदाहरण ८। पाँच अङ्कों की सबसे छोटी संख्या ज्ञात करो जिसमें ४, ७, १० और १२ से भाग देने पर शेष सदैव ३ बचे ।

क्रिया—४, ७, १० और १२ का ल० स० = ४२० ।

अब पाँच अङ्कों की सबसे छोटी संख्या = १०,००० ।

जब इसको ४२० से भाग दिया जाता है, तो शेष ३४० रहता है ।

और ४२० − ३४० = ८०;

∴ १०,००० में ८० जोड़ने पर यह ४, ७, १० और १२ से पूर्णतया विभाजित हो जायगी;

∴ पाँच अङ्कों की सबसे छोटी संख्या जिसमें ४, ७, १० और १२ से भाग देने पर शेष ३ रहता हो—

= १०,०८० + ३ = १०,०८३ ।

प्रश्नमाला

(१) उन तीन संख्याओं को बताओ जो कि आपस में रूढ़ हों और पहले और दूसरे तथा दूसरे और तीसरे का गुणनफल क्रमशः ५२७ और ७३१ हों ।

(२) ऐसी संख्याओं के कितने जोड़े हो सकते हैं जिनका गुणनफल ३६३० तथा जिनका महत्तम समापवर्त्तक ११ हो ।

(३) उन सभी दो संख्याओं को ज्ञात करो जिनका योगफल १०० तथा महत्तम समापवर्त्तक १० हो ।

(४) दो संख्याओं के महत्तम समापवर्त्तक निकालने की क्रिया में भजनफल क्रमशः ११, ५, १ और २ हैं और अन्तिम भाजक ६ है, तो उन संख्याओं को बताओ ।

(५) तीन अङ्कों की सबसे बड़ी और चार अङ्कों की सबसे छोटी संख्या ज्ञात करो जिनका महत्तम समापवर्त्तक ४१ हो ।

(६) दो संख्याओं का महत्तम समापवर्त्तक १८ तथा उनका लघुतम समापवर्त्य २१६० है । उन सब संख्याओं के सम्भावित जोड़े ज्ञात करो ।

(७) ... संख्याओं का महत्तम समापवर्तक १८ तथा उनका लघुतम समापवर्त्य २१६० है और उनका अन्तर १२६ है। संख्याएँ ज्ञात करो।

(८) तीन अङ्कों की वह संख्या ज्ञात करो जिससे २३८९ और ७१२ को भाग देने पर शेष समान हो जाये।

(९) चार अङ्कों की सबसे बड़ी और चार अङ्कों की सबसे छोटी संख्या ज्ञात करो जिनका महत्तम समापवर्तक ८३ हो।

(१०) वह बड़ी से बड़ी संख्या क्या है जिससे ११५५, ११००, १०४८ को भाग देने पर प्रत्येक दशा में शेष एकसा ही आता है। शेष भी बताओ।

(११) २०० और ३०० के बीच उन संख्याओं को ज्ञात करो जिनका महत्तम समापवर्तक ३९ हो।

(१२) एक कमरे की लम्बाई १६५ फ़ीट और चौड़ाई ६६ फ़ीट है। बताओ फ़र्श कराने के लिए कम-से-कम कितने वर्गाकार पत्थरों की आवश्यकता पड़ेगी।

(१३) वह बड़ी से बड़ी संख्या बताओ जिससे यदि ४०२, ६२५, ८२६ और १००७ को भाग दिया जाय, तो शेष क्रमशः २, ५, ६ और ७ बचे।

(१४) दो संख्याओं का महत्तम समापवर्तक ९ है तथा उनका अन्तर १८ है। ऐसी संख्याओं के सम्भावित जोड़े मालूम करो।

(१५) तीन अङ्कों की वह संख्याएँ मालूम करो जिनसे यदि १२२६ और ९७० को भाग दिया जाय, तो समान शेष बचे।

(१६) दो संख्याओं का योग ६० है तथा उनका अन्तर २४ है; संख्याओं का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करो।

(१७) दो अङ्कों की वह संख्याएँ ज्ञात करो जिनसे यदि ४५६ और ३७५ को भाग दें, तो शेष प्रत्येक दशा में समान बचे।

(१८) वह बड़ी से बड़ी संख्या बताओ जिससे यदि ५०३, १३३, १७९, २४९ और ४०६ को भाग दिया जाय, तो शेष क्रमशः ७, ५, ३, ९ और ६ बचें।

(१९) ५०० और ७०० के बीच उन संख्याओं को ज्ञात करो जो कि ६, ९ और १० के द्वारा पूरी-पूरी विभाजित हो सकें।

(२०) दो संख्याओं का जोड़ ५६ है और उनका लघुतम समापवर्त्य ९६ है, तो उनका महत्तम समापवर्तक निकालो।

(२१) ४०० और ५०० के बीच उन संख्याओं को ज्ञात करो जि... १२, १५ और २० से भाग देने पर शेष सदैव ७ आये।

(२२) दो संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य ७३९२ है तथा उनका योग ५८३ है। संख्याओं का महत्तम समापवर्त्तक निकालो।

(२३) वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जिसको यदि ५, ६, ८ और ९ से भाग दिया जाय तो शेष सदैव ४ आये; परन्तु जो १७ से पूरी-पूरी विभाजित हो जाये।

(२४) वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जिनको ९, ११, १५ और १८ से भाग देने पर शेष क्रमशः ५, ७, ११ और १४ बचें तथा जो १३ से पूरी-पूरी विभाजित हो जाय।

(२५) वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जिसमें २ जोड़ने पर वह ९, ११, १३, १६ और २० से पूरी-पूरी विभाजित हो जाय।

(२६) दो संख्याओं का गुणनफल २९४३५ है तथा उनका महत्तम समापवर्त्तक ३५ है। इन संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य क्या होगा?

(२७) दो संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य उनके महत्तम समापवर्त्तक के १०० गुने के बराबर है और उनके लघुतम समापवर्त्य तथा महत्तम समापवर्त्तक का योग १२१२ है। यदि इन संख्याओं में से एक ८४ हो तो दूसरी संख्या बताओ।

(२८) १२ रु० ५० पै०, १५ रु० और २५ रु० को क्रमशः कुछ मनुष्यों, स्त्रियों और लड़कों में इस प्रकार बाँटो कि प्रत्येक को बराबर-बराबर रुपया मिले। पुरुषों, स्त्रियों और लड़कों की कम से कम संख्या भी ज्ञात करो तथा प्रत्येक को कितना-कितना रुपया, मिला, यह भी ज्ञात करो।

(२९) दो संख्याओं का गुणनफल १४५८० है तथा उनके लघुतम समापवर्त्य ५४० है। ऐसी संख्याओं के सम्भावित जोड़े ज्ञात करो।

(३०) दो सख्याओं के महत्तम समापवर्त्तक निकालने में अन्तिम भाजक ११ है और भजनफल क्रमशः २०, १ और ९ हैं तो उन संख्याओं को बताओ।

उत्तरमाला

प्रश्नमाला १

(१) दस; सोलह; अड़तालीस; निन्यानवे; छिहत्तर; तेतालीस; पचास; इकत्तीस; बासठ।

(२) एक सौ; एक सौ ग्यारह; नौ सौ दो; छः सौ बीस; तीन सौ; एक सौ तीन; दो सौ चौंतीस; एक सौ तीस।

(३) नौ हज़ार दो सौ सोलह; पाँच हज़ार चार सौ नौ; पाँच हज़ार चार; एक हज़ार ग्यारह; एक हज़ार दो सौ दस; नौ हज़ार; नौ हज़ार नौ सौ निन्यानवे।

(४) बारह हज़ार तीन सौ पैंतालीस; बीस हज़ार एक सौ तीन; चालीस हज़ार चालीस; पचास हज़ार एक; नब्वे हज़ार छः सौ; नवासी हज़ार तीन सौ छियालीस।

(५) पाँच लाख; सात लाख आठ हज़ार नौ सौ; एक लाख दो हज़ार तीस; तीन लाख नौ हज़ार आठ सौ नौ; तीन लाख उनासी हज़ार पाँच सौ छियासी।

(६) बहत्तर लाख चौंतीस हज़ार छः सौ इक्यावन; सत्तर लाख नब्वे हज़ार सात सौ नौ; नब्वे लाख; अठहत्तर लाख चालीस; पैंतीस लाख सड़सठ हज़ार आठ सौ इक्यानवे।

(७) तीन करोड़ पच्चीस लाख सड़सठ हज़ार आठ सौ बानवे; तीन करोड़ चालीस लाख तिरासी हज़ार बानवे; नौ करोड़ नौ हज़ार; पाँच करोड़ पचपन लाख पचपन।

(८) अठहत्तर करोड़ तिरानवे लाख पैंतालीस हज़ार छः सौ इक्कीस; उन्तालीस करोड़ पिचासी हज़ार; बाईस करोड़ बीस लाख।

(९) सात अरब नब्वे लाख छप्पन हज़ार सात सौ; तीन अरब पच्चीस करोड़ बानवे लाख सतासी हज़ार आठ सौ इक्यानवे; आठ अरब सात करोड़ अट्ठासी हज़ार दो सौ।

(१०) बत्तीस अरब पचास करोड़ चौरानवे हज़ार एक; तीन खरब आठ अरब पचास करोड़ साठ लाख आठ हज़ार दो सौ तीस; तेरह

खरब सत्तावन अरब अट्ठानवे करोड़ चौंसठ लाख अट्ठाईस हज़ार एक सौ तेईस ।

(११) ७०, २; ३००, ५०, ९; ४००००, २००, ३; ७००००, ८००; ९; १०००००००००, ३००००००००, ४०००००, ५००००, ७००, ८०; ९; ३०००००००००००००, ७००००००००००, ९०००००००००, ४००००००; ७००००, ८०००, २०, ३ ।

(१२) यदि बाईं ओर से गिनें तो शून्य क्रम से हज़ार दहाई, करोड़ लाख, दस हज़ार, सैकड़ा, इकाई दस अरब, अरब, करोड़, हज़ार, दहाई का अभाव प्रकट करता है ।

(१३) (१०,०००) दस हज़ार; (९,९९९) नौ हज़ार नौ सौ निन्यानवे ।

प्रश्नमाला २

(१) १३; १७, १९; १२; ११ ।
(२) २३; ३४; ४०; २७ ।
(३) ७७; ९०; ८४; ६३ ।
(४) ३४२; ४८६; ५०४; ९०० ।
(५) २०३; ४३०; ५५५; ४०० ।
(६) ८९२; ७०४; ६४०; ५१२ ।
(७) ७,८३५; ९, ०२८; ६,००९; ४,०००, ६,०८५ ।
(८) ५,९९२; ८,०७४; २,००३; ४,०४०; ३,४०३ ।
(९) १,२००; ८०,००८; १८,४५४; ३६,०१२; ९०,००० ।
(१०) २०,०७०; ३०,००८; ५४,४००; १६,००४ ।
(११) ४,०५,०००; ८,००,०४०; ७,०२,०७४ ।
(१२) ३०,००,९०४; ९०,००,४००; १,५०,००, ०५०; १०,८०,०३,००४; ४०,०५,००० ।
(१३) ५,००,०७,००,०२८; ३,१५,७६,४०,०९,००३ ।
(१४) ३०,००,००,००,००,०५०; ४०,५०;००,०१,००,२०,००७; १०,००,००,१०,०१,०००,६०,००,००,००,००,००६ ।
(१५) ५१,२२,५५,७६,२७,१३,४७३ ।
(१६) १,२०,००,००,००,००,०१२; ७०,००,००,००,०७,००,७००; ३०,००,००,३०,०३,३०३ ।
(१७) ७,३०,५०,००,५०,२०,०६,०२४; ४,७०,००,०४,७०,४७,०४७ ।
(१८) [illegible]

(१९) अङ्कों में प्रकट की हुई संख्या-७,७०७ है; इसलिए (यदि बाईं ओर से गिनें तो), पहले लड़के ने यह भूल की कि उसने पहले ७ के दाहिनी ओर ३ शून्य व्यर्थ लिखे और दूसरे ७ के दाहिनी ओर एक शून्य के स्थान में दो शून्य लिख दिये; दूसरे लड़के ने यह भूल की कि उसने दूसरे ७ के दाहिनी ओर एक शून्य नहीं लिखा।

प्रश्नमाला ३

(१) तीन लाख पैंतालीस हज़ार पाँच सौ तेतालीस; तीस लाख बीस हज़ार पचास; उनासी लाख नव्वे हज़ार पाँच सौ सत्तर; सत्तर लाख पचास हज़ार तीन सौ चार।

(२) एक करोड़ तेईस लाख पतालीस हज़ार छः सौ अठहत्तर; तीस करोड़ सत्तावन लाख पचास हज़ार अस्सी; चार करोड़ पचास लाख।

(३) तेईस करोड़ अठहत्तर हज़ार एक, सात अरब आठ करोड़ नौ लाख चार हज़ार अस्सी; तीन अरब उनासी करोड़ अड़तालीस लाख सत्तावन हज़ार छः सौ बारह।

(४) आठ अरब सत्ताईस करोड़ चालीस लाख सत्तावन हज़ार नौ; तीन अरब पचास करोड़ एक हज़ार दो सौ तीस; तीन अरब दस करोड़ सैंतीस लाख पाँच हज़ार चालीस।

(५) एक अरब तेईस करोड़ पैंतालीस लाख सड़सठ हज़ार आठ सौ नव्वे; छः अरब सात लाख नवासी हज़ार; पाँच अरब एक करोड़ सात लाख दो हज़ार नौ।

(६) ११४०००; ७८०००००; १५०४०३०; ७००००७।

(७) १००००५००; २८०३००००४; २००००००००; १०१०१००१।

(८) ३०००५०४०००; १०१०१००१०१। (९) ३२८१७४५७१५।

(१०) ७०५१७२४७३८। (११) सौ हज़ार; सौ लाख। (१२) १०३०२८४०१।

(१३) १०३०७००७०४।

प्रश्नमाला ५

(१) २१। (२) ३०। (३) ३१। (४) २९। (५) ३४।

(६) ९८। (७) ९९। (८) ७७। (९) १४०। (१०) १६३।

(११) १३२३। (१२) ११५१। (१३) ७९२। (१४) २७२७। (१५) २०००।

(१६) १५१२६। (१७) ६६६६। (१८) ३६७४। (१९) ५६२०। (२०) ४६९६।

(२१) १४६१७५ । (२२) ५९०३८ । (२३) २३४६७१ । (२४) ३७९४६२ ।
(२५) ४५२७१ । (२६) २२६२५१४ । (२७) ९२०११४ । (२८) ९८२२५५ ।
(२९) ७४७४०९५ । (३०) ३९६७९३४१ । (३१) ४२४५०५६४ ।
(३२) ४९६६५१ । (३३) ९२४३९ । (३४) ८०८२८६२ ।
(३५) ९३१९७९ । (३६) ५३१२८४ । (३७) ५६९४६८५ ।
(३८) ३११९८९ । (३९) ९९२५०९८ । (४०) ९८४६१०७६३ ।
(४१) ७४३०७ । (४२) १०२४६४५१ । (४३) ७६५१६८५६७ ।
(४४) ३१२९२२३२१८ । (४५) ४६४५१३३० । (४६) ३९३६ ।
(४७) १८९० ई० में । (४८) ३६५ । (४९) ७४१ ।
(५०) २०४० । (५१) १३८१८७ । (५२) ४२००४ रु० ।
(५३) ७१९३१६५ मेट्रिक टन । (५४) १४६८ ग्राम । (५५) १६३५५४ ।

प्रश्नमाला ६

(१) ४३ । (२) ५२ । (३) २२२ । (४) ५४३ ।
(५) ४३२१ । (६) २५ । (७) ४९ । (८) ८ ।
(९) ९ । (१०) ३३ । (११) १८९ । (१२) ९० ।
(१३) १७८ । (१४) ४५९ । (१५) ३१/५ । (१६) ४६४१ ।
(१७) ४७०१७ । (१८) ३०५३२ । (१९) २७२७३ । (२०) ४१९७६ ।
(२१) २६७९ । (२२) ६८९३५७ । (२३) ६८७५९० । (२४) ७३५३४७ ।
(२५) ६४९९२४७ । (२६) ५५४६ । (२७) ८५४१६ । (२८) ७०७४६७ ।
(२९) ३५६२ । (३०) १ । (३१) ६८८८८१ । (३२) ३९०७९४ । (३३) ६१०५९ ।
(३४) ९९९९८१; ९९९६९५; ९९०५२५; ९००५५४; ९५६५०० । (३५) ९ २९६४ ।
(३६) ९९९७१ । (३७) ९९९८९९९ । (३८) ९९२१ । (३९) ७९ वर्ष ।
(४०) सन् १६४२ ई० में । (४१) ९२३ । (४२) ११७६८१ रु० ।
(४३) ३२५ रु० । (४४) ९४६० रु० । (४५) १६५१६ ।
(४६) ७७७१०१ । (४७) ६३९० । (४८) २००० ।
(४९) ३५२४२ रु० । (५०) ३००००६०० । (५१) ४५०३६०० ।

प्रश्नमाला ७

(१) ४५८ । (२) ६२७८४ । (३) २७४० । (४) २८८ । (५) १९८३५ ।
(६) ९०० । (७) [illegible] । (८) [illegible] । (९) [illegible] । (१०) [illegible] ।

प्रश्नमाला ८

(१) ४६ । (२) ६६ । (३) ८४ । (४) १९५ ।
(५) २८२ । (६) ५२२ । (७) ७८४ । (८) ६८४ ।
(९) ७६५ । (१०) ९८७ । (११) २८३५ । (१२) ७९११ ।
(१३) १९४७० । (१४) ३५४४५ । (१५) ७३६४८ । (१६) ३१५८२४ ।
(१७) ६२३२४५ । (१८) ७६९५२७ । (१९) ६८१५८; १०२२३७; १३६३१६; १७०३९५; २०४४७४; २३८५५३; २७२६३२; ३०६७११ । (२०) ३६२५ ।

प्रश्नमाला ९

(१) १०७७० । (२) २८१४०० । (३) १९५२५० । (४) ४२१८०० । (५) ३५१०० ।
(६) ५७६०३०० । (७) २४०४०००० । (८) ८१०३६००० । (९) १८३०१८००० ।
(१०) ६५६५५०; ५८३६०००; ५१०६५०००; ४३७७०००००, ३६४७५००००० ।

प्रश्नमाला १०

(१) २०२५० । (२) ८८५९२ । (३) ५१०६० । (४) १७१५३४० ।
(५) ७९२०८४८ । (६) ७८४५९८४ । (७) ५०१२६४ । (८) २८७७४२० ।
(९) ४१२६९१५१ । (१०) ७१२८२३१७५ । (११) ५४६९६२३५० ।
(१२) ८७४१७९५९०४ । (१३) ६०९५६०४०००० । (१४) ७३८६६०६५६१६ ।
(१५) ४२७८८३३७३० । (१६) ७७१६४५३३९०५९२ । (१७) २२२३७२६२२५००००।
(१८) ३८९३४१७८२४४७ । (१९) २९९३३९२५००००० । (२०) ८७८४९२०७३६५७९ ।
(२१) २२४७८८२२९२४८० । (२२) २७७०६९५९०० । (२३) ६२८३४२११९०० ।
(२४) ५८११९९२४७९०४ । (२५) १०६१२२८३५२२५०० । (२६) २३४९१६९९१५१२ ।
(२७) ८३७७९३४९४१८००० । (२८) ४७६१९ । (२९) ४५७०८ । (३०) ९३६५२;
(३१) ९९१४८ । (३२) ७३३५० । (३३) १४०६२४ । (३४) २३०६९० ।
(३५) ५०५२६० । (३६) ८२७६४ । (३७) ३७०५०७ । (३८) २१७०६७१ ।
(३९) ६५३९४रु० । (४०) १०७२७३५० । (४१) ६७९८८कि० ग्रा० । (४२) ३३११४ ।
(४३) ३७४४ । (४४) २९३८२४ । (४५) ४८६३५४ । (४६) २७७६०९६ ।
(४७) १९७४९३३ । (४८) ६२०२०२ । (४९) ५१५२१४० । (५०) १०२६४८० ।
(५१) ९९९७१४८ । (५२) ४६५३०५६ । (५३) १७५१७९२४ । (५४) १६८३७५०० ।
(५५) ७८२७२८० । (५६) ४३१००८०० । (५७) २००४०८८८ । (५८) ८५४९०४ ।
(५९) २०११५०६० । (६०) १४५९५२९६ । (६१) २८२३४०८ । (६२) ४४८५२८५२ ।

(६३) ११२६८३४२। (६४) ५२८१४८०८। (६५) २७५०९६८८। (६६) ७७१७२७३२।
(६७) ३८०५९०४१। (६८) ८७७०२०८। (६९) ४१५०९९५८। (७०) ८९०४४७५८।
(७१) ८७७०१२०४। (७२) २७८६९७१८८। (७३) १९०१५१३१७।
(७४) ४०७१६६६४७। (७५) ३६१२७७५६०। (७६) ८८४५१९०४०।
(७७) २४७३७१०७०। (७८) ३३५५९६८०। (७९) ६६८२३०५१०।
(८०) १६९७८४७६। (८१) ६४२४०१९८। (८२) ७६६६१००२।
(८३) ९३२०५५६। (८४) ३२९४११९२। (८५) २२९३९६२३।
(८६) १९७६४८८८। (८७) १५०८०२२४। (८८) ९१६४६८८।
(८९) ८२६५३१९४। (९०) १७३६४११३२। (९१) ४२६६२१८००।
(९२) ७६३७००७६६। (९३) ४६२९३९५२। (९४) १०५७९०४८८९।
(९५) ४८६०१३०५६१। (९६) ४८६९९९६३३८६। (९७) ४१३६०३६२५००।
(९८) ६५७३३२३१७५३। (९९) ७४६७४८८१९५४। (१००) ३४२३२०७४८९०।

प्रश्नमाला ११

(१) ४६२। (२) ४७२०६४५। (३) १६९०५०००। (४) १९०५७००।
(५) ११५३८००। (६) ४४२७४३८४। (७) १३१४। (८) ८६४००।
(९) ३९९७३५। (१०) ९४२५। (११) २२०८।

प्रश्नमाला १२

(१) गुणनपाटी देखो।
(२) ५७६। (३) २५००। (४) ४६२४। (५) १००००।
(६) १२५४४। (७) ६१५०४। (८) ५३१४४१। (९) ७६३८७६।
(१०) १; ८; २७; ६४; १२५; २१६; ३४३; ५१२; ७२९; १०००; १३३१; १७२८; २१९७; २७४४; ३३७५; ४०९६; ४९१३, ५८३२; ६८५९; ८०००।
(११) ८०४३५७। (१२) १००००००। (१३) ६७९१५१४३९।
(१४) १७०९५३८७५। (१५) २९५०३३२९। (१६) ६२९१३।

प्रश्नमाला १३

(१) १८८। (२) ४६१७। (३) ३५४२, शेष १। (४) २३३३, शेष १।
(५) २६७५। (६) ३००४२। (७) २०५११, शेष १। (८) ८२०३, शेष १।
(९) ११४१९, शेष २। (१०) २४६९। (११) २००४०। (१२) १५५५५, शेष २।
(१३) १५०६७, शेष १। (१४) १४५५७, शेष ३। (१५) १३१५५, शेष ४।
(१६) ५४१, शेष २। (१७) ६५६९, शेष ३। (१८) ४६४०।

(१९) ४८०९, शेष २ । (२०) ४३१६, शेष ५ । (२१) २००५, शेष २ ।

(२२) ८०१३, शेष ७ । (२३) १००००, शेष १ । (२४) ८६६६, शेष ६ ।

(२५) ३८९७, शेष २ । (२६) २४५६ । (२७) ३२०० ।

(२८) ७०७०, शेष ७ । (२९) २४४०, शेष २ । (३०) ३००४, शेष ८ ।

(३१) १४९८, शेष ८ । (३२) १९४७, शेष ४ । (३३) २००२, शेष ४ ।

(३४) १६९, शेष २९ । (३५) ११४०४, शेष २२ । (३६) १३५, शेष ३० ।

(३७) ४०७, शेष ८० । (३८) ५२१, शेष ८९ । (३९) ८७, शेष ३०० ।

(४०) ६९४, शेष २ । (४१) ४८, शेष १०१ । (४२) ४५, शेष २५४ ।

(४३) १६०, शेष २८९ । (४४) ५८, शेष ३५६ । (४५) ४४, शेष ३५७ ।

(४६) ४५३, शेष २१९ । (४७) ७०६, शेष ३५४ । (४८) ११२, शेष ४५४३।

(४९) २३४, शेष ६४१ । (५०) ३२६३, शेष ९३१ । (५१) १०१७, शेष२५५६।

(५२) ३८१, शेष १६६४। (५३) २५५९, शेष २३१६ । (५४) ६६५२, शेष५४२३ ।

(५५) ११४२८५, शेष ३२५१ । (५६) १२५०, शेष ५३९ ।

(५७) १५२००, शेष १०३२१ । (५८) १५००५, शेष ५४७२० ।

(५९) १३३८, शेष ११०५८० । (६०) ४२३२९७, शेष ३७६०६ ।

(६१) २४०१००, शेष ११७४०० । (६२) ४२०, शेष ११४९०३ ।

(६३) ६३२६१, शेष ६७३१३८३ । (६४) ८४२५३२३११३, शेष ७५ ।

(६५) ९८८६४२६८८३, शेष ६७२ । (६६) ५०७ । (६७) ३६ ।

(६८) ५२८ बार । (६९) १३ । (७०) २२९ बार । (७१) ३०११५ ।

(७२) ७६७४ । (७३) ३७५ रु० । (७४) २५६ दिन । (७५) २२ ।

(७६) १२४६२५ । (७७) १२२५९ । (७८) ९५७३८२ । (७९) ७१७४७ ।

(८०) १३०४७३ । (८१) ४७७८२९ । (८२) १९००९८ । (८३) ४५६६९ ।

(८४) ६९०८४ । (८५) ६३०९०८ । (८६) ७४००४८ । (८७) ६८७५४९३ ।

(८८) ७९१९८३२ । (८९) ५९३६२८४। (९०) ४१८६७५ । (९१) ३९५९६७५ ।

(९२) ७४९६८२० । (९३) ४५७८३९७५०, शेष ३ । (९४) ६२१०, शेष ४८ ।

(९५) ५८६४४५, शेष २१ । (९६) १३२३५१२०, शेष ३१ ।

(९७) २९९६९१५७, शेष ७१ । (९८) ५५३४४४९, शेष १५ ।

(९९) ३२१४६७५७, शेष ३ । (१००) ३२५६९८०४२, शेष २५ ।

(१०१) ६५८४८९६६९, शेष ९५ । (१०२) १७२९५६४३६, शेष ७ ।

(१०३) ८५९५५०६३३, शेष ११ । (१०४) ११९५१६२९, शेष ७९ ।

(१०५) ३५६६६५६०१, शेष २६ ।

प्रश्नमाला १४

(१) १७२८०, शेष १। (२) २६३१०। (३) २००८९, शेष २।
(४) २५५८, शेष २। (५) ३८४२, शेष ५। (६) १४०५७, शेष १।
(७) ४३२०, शेष ७। (८) २२०७, शेष ७। (९) ३४५६, शेष ७।
(१०) ५२७३१, शेष ५। (११) ६७२५३, शेष ४। (१२) १०४३७, शेष ८।
(१३) ३२१९८, शेष १०। (१४) ४९५३८. शेष १०। (१५) ५८४९१, शेष ६।
(१६) २२८८५०, शेष ७। (१७) ४५५९६१, शेष ७। (१८) ६४९७७२, शेष १०।
(१९) (अ) १७२८३९४; शेष १; ११५२२६३; ८६४१९७, शेष १; ६९१३५७, शेष ४;
५७६१३१, शेष ३; ४९३८२७; ४३२०९८, शेष ५; ३८४०८७, शेष ६;
३४५६७८, शेष ९; ३१४२५३, शेष ६; २८८०६५, शेष ९;
२६५९०६, शेष ११; २४६९१३, शेष ७; २३०४५२, शेष ९;
२१६०४९, शेष ५; २०३३४०, शेष ९; २०४३, शेष १५;
१८१९३६, शेष ५; १७२८३९, शेष ९।
(ब) ४०३५२०१५; २६९०१३४३, शेष १; २०१७६००७, शेष २;
१६१४०८०६; १३४५०६७१, शेष ४; ११५२९१४७, शेष १;
१००८८००३ शेष ६; ८९६७११४, शेष ४; ०८०७०४०३; ७३३६७३०;
६७२५३३५, शेष १०; ६२०८००२, शेष ४; ५७६४५७३, शेष ८;
५३८०२६८, शेष १०; ५०४४००१, शेष १४, ४७४७२९५, शेष १५;
४४८३५५७, शेष ४; ४२४७५८०; शेष १०; ४०३५२०१, शेष १०।
(स) ४९३८२७१६०, शेष १; ३२९२१८१०७; २४६९१३५८०, शेष १:
१९७५३०८६४, शेष १; १६४६०९०५३, शेष ३; १४१०९३४७४, शेष ३;
१२३४५६७९०, शेष १; १०९७३९३६९; ९८७६५४३२, शेष १;
८९७८६७५६, शेष ५; ८२३०४५२६, शेष ९; ७५९७३४०९, शेष ४;
७०५४६७३७, शेष ३; ६५८४३६२१, शेष ६; ६१७२८३९५ शेष १;
५८०९२३१३; ५४८६९६८४ शेष ९; ५१९८१८०६, शेष ७;
४९३८२७१६, शेष १।

प्रश्नमाला १५

(१) २१०। (२) ४६५। (३) १०३५। (४) २८५०। (५) ५०५०।
(६) १२५४। (७) ३३१५। (८) १५१५०। (९) २३५। (१०) ४४८१८।
(११) ४५६८। (१२) ३७७५१। (१३) ४६२८ और ३८९९। (१४) ५४४४
और ४५५६।

प्रश्नमाला १६

(१) १७४७२ । (२) ३३७०५० । (३) ६७२८४० । (४) १३२६२४ ।
(५) २४४१६० । (६) ९४९७६ । (७) २५९९४०० । (८) ६०१४२५ ।
(९) १२३३२८२ । (१०) १४३४७२ । (११) ४४६०४८।। (१२) ३५३२००८ ।
(१३) २९५१००७८० । (१४) १२२०२४२६८१ । (१५) ३६२५ । (१६) १६४५ ।
(१७) ४०६० । (१८) २१०० । (१९) १८२२५ । (२०) २३०० । (२१) १२२५० ।
(२२) १५६२५ । (२३) २५८७५ । (२४) ११०८८ । (२५) २८१७१८ ।
(२६) २०३९७९६ । (२७) ४२०१५८ । (२८) ४१८२६४० । (२९) ८२६७५१९ ।
(३०) ३६९५० । (३१) ५५६५ । (३२) ३१२२० । (३३) ५३१७५ ।
(३४) ४५६० । (३५) ५९१७५ । (३६) १२२५ । (३७) ३०२५ । (३८) ७३९६ ।
(३९) ९४०९ । (४०) १०५६२५ । (४१) २१६२२५ । (४२) ६०६८४१ ।
(४३) ८०२८१६ ।

प्रश्नमाला १७

(१) ३९ । (२) २३ । (३) ४२ । (४) ६८ । (५) २३ । (६) ३३०, शेष २४ ।
(७) ५४०, शेष ४० । (८) ३७२, शेष २० । (९) ७५५, शेष ८४ ।
(१०) ६७७, शेष ११७ । (११) २९३५, शेष १६८ । (१२) १२८८२, शेष ५८ ।
(१३) ३५९, शेष ३१९ । (१४) २०५७, शेष २९४ । (१५) १४२२, शेष १३८ ।
(१६) ३८९, शेष ४ । (१७) ३४, शेष ५६ । (१८) ८९, शेष ३४५ ।
(१९) ८२७, शेष ४६ । (२०) ८९, शेष ३४६ । (२१) १२, शेष ३४५६ ।
(२२) १२९, शेष २२ । (२३) १५७, शेष ४२ । (२४) १२३, शेष ६७ ।
(२५) ३८, शेष १३६८ । (२६) ४६. शेष ८९४ । (२७) ७८३, शेष १९७४३ ।
(२८) १२२. शेष ८९३ । (२९) ९७३३, शेष १७६ । (३०) २७१६, शेष १८७ ।
(३१) ७५, शेष ३ । (३२) ९३७, शेष ४ । (३३) २५५, शेष १ ।
(३४) ३१३, शेष २० । (३५) ३३१०, शेष १९ । (३६) ५५१५, शेष १७ ।
(३७) ६७०, शेष १४ । (३८) ११०३, शेष १६ । (३९) ३०, शेष ४२ ।
(४०) ३४, शेष १४ । (४१) २२, शेष १९ । (४२) २०, शेष २१ ।
(४३) १६, शेष ३४ । (४४) २१, शेष २९ । (४५) १०८, शेष ६६ ।

प्रश्नमाला १८

(१) २१९५ । (२) ७५५८२ । (३) ८७१८८२ । (४) ३०४१६६ । (५) १८७७६ ।
(६) ८५०४० । (७) १५६५ । (८) ८६३२ । (९) ९२०८० । (१०) ४५१३८ ।

(११) ४६, शेष ७४। (१२) ११८, शेष ५३। (१३) ११३, शेष ७६। (१४) २०१२, शेष २८४। (१५) १०६४, शेष ३०४५। (१६) ८६६, शेष २३७७।

प्रश्नमाला १९

(१) २७७१६२८। (२) ७३८६६१८। (३) ३७४७३२१। (४) ६४८७६३२०। (५) ६२७३६६१६२। (६) २२२०१३६८०। (७) १५३६६०००० । (८) ६१३१६६२५०। (९) ६७८३११७६६६।

प्रश्नमाला १९ क

(१) १४। (२) ६। (३) २। (४) ३। (५) २०। (६) ४। (७) ३१। (८) २। (९) २। (१०) २८। (११) ४। (१२) १४। (१३) ०। (१४) १०। (१५) ४५०। (१६) १४। (१७) ८३। (१८) ६५। (१९) २००। (२०) ०।

विविध प्रश्नमाला २०

(१) २५४८। (२) २०२२। (३) ८६११। (४) ६२१। (५) ७८८। (६) ६००१। (७) ३१६। (८) ११। (९) ३७६१। (१०) १७। (११) १४७७। (१२) ६३५४। (१३) ३३७६४। (१४) ४५६८०१। (१५) ४००२३ बार, शेष २१। (१६) ५३२। (१७) १७६। (१८) ३४। (१९) १५०; ०३। (२०) ७ बार। (२१) १५४५। (२२) १५६६४३। (२३) ८६। (२४) ३६२। (२५) ५१४५६०। (२६) ६६ और १०६। (२७) २३ वर्ष। (२८) १७६६१३। (२९) १८६४६१। (३०) ७१२६५। (३१) ६१५। (३२) १३४८०७। (३३) ५४५ पैसे। (३४) ८१२१६८३६४। (३५) ३१३२८८३५२। (३६) ४७५ रु०। (३७) क ५८; ख ३४; ग ४२। (३८) क ४० रु०; ख ३६ रु०; ग ३० रु०। (३९) १३५ रु०। (४०) १८ प्रति रु०। (४१) ६० किलो ग्राम; १०० किलो ग्राम। (४२) १८०० रु०। (४३) ५ वर्ष। (४४) १० वर्ष, ७० वर्ष। (४५) ६०। (४६) ३ बजे शाम।

प्रश्नमाला २१

(१) ·३। (२) २·०१। (३) ·०७। (४) ·१०४। (५) ·०००८। (६) ·००००००९। (७) १२·०४००६। (८) ·०१३००५। (९) ·०००१०००१। (१०) १००·५०२। (११) ७०, ·७, ७०००, ·००७। (१२) २६०, २·६; २६०००, ·०२६। (१३) २, ५०२; २००, ·०००२। (१४) ·२, ·००२; २०, ·००००२। (१५) ३४, ·३४; ३४००, ·००३४। (१६) ७०·३, ·७०३; ७०३०, ·००७०३। (१७) १०·०३, ·१००३; ·१००३; ·००१००३।

(१८) ·०७, ·०००७; ७,·००००००७ । (१९) ३९२, ३·९२, ३९२००, ·०३९२ । (२०) २३४·५, २·३४५; २३४५०, ·०२३४५ । (२१) ३००००, ३००; ३००००००; ३ । (२२) १२३२, १२·३२; १२३२००, ·१२३२ । (२३) ·१ । (२४) ·०१ ।

प्रश्नमाला २२

(१) २०·१६३ । (२) ३७·४७९ । (३) ४३·३१ । (४) ८०·३३ ।
(५) १०·३६४११ । (६) १ । (७) १० । (८) ९०९·९०९९ ।
(९) १४·५३३०२ । (१०) ८ । (११) १००० । (१२) ४१७·१११५७ ।
(१३) ६६९·२९८१ । (१४) ६५७·२२३६ । (१५) ७३२·१३१ ।
(१६) ३४७·२३४७८ रु० । (१७) ७४७·०१९९ रु० । (१८) ४१·४८१९ मिनट ।
(१९) २३२·४७५ मी० । (२०) ४१·३०७ सें० मी० ।

प्रश्नमाला २३

(१) ७·०८४ । (२) १·९७११ । (३) १·०९९२२ । (४) १९९·७०३३४ ।
(५) ६२·६५ । (६) २०४·१०३ । (७) ·०००२७५ । (८) ·०११८७६६ ।
(९) ७·५५५४६२३ । (१०) ३४२·८१७ । (११) ·७ । (१२) २·०६३ ।
(१३) ७·०००१ रु० । (१४) ·९९९४९ रु० । (१५) ९·८८३०९ ।
(१६) ६९६·१६२ । (१७) ८३·९५८३ । (१८) १९९९·२५२१८ ।
(१९) १२८·४७१ । (२०) ३·१४१५९ से । (२१) २·७१८३ से ।

प्रश्नमाला २४

(१) ७४·५२ । (२) ३६·२ । (३) ·१३४४६ । (४) ६००६ ।
(५) ·००१०२४ । (६) ·०००३२४ । (७) २८·०००२८ ।
(८) २४५६·८८८४ । (९) ४०·८०४ । (१०) २०·२२८ । (११) १·६२०२३ ।
(१२) ·०००३१२५ । (१३) ४२६४०१४ । (१४) ८ । (१५) ·५८ । (१६) ८ ।
(१७) २१६·३२ । (१८) ५८९·१२ । (१९) ·००००८ । (२०) ·००००४२३ ।
(२१) ·००००३७३८०२८ । (२२) ·८१९ । (२३) ·०००१ । (२४) ·८२००८ ।
(२५) ३·५ । (२६) ३०९१·७४९७ । (२७) १२०९·११ । (२८) ·०९६ ।
(२९) ·१३४४६२००२५ । (३०) ४८·६३२८५०३ । (३१) १५·६२५ ।
(३२) ·०१५६२५ । (३३) ·००००८ । (३४) २·१६ । (३५) १·३३१ ।
(३६) १ । (३७) ·०००००० १२५ । (३८) २४०१ । (३९) ·०००८१ ।
(४०) २७·५ । (४१) ३८·९३७५ । (४२) २·६०७२५५ । (४३) ७·५६६७ ।
(४४) ९००·००२५ । (४५) ४२१·३६८७५ ।

प्रश्नमाला २५

(१) १·२७ । (२) १·३७२ । (३) १·२ । (४) ·०००४३ । (५) १·९९ ।
(६) ·००००४७९ । (७) ·००००२६३७५ । (८) १०·३ । (९) ·००००००२।
(१०) १७·१२५ । (११) ·०००००००२१२ । (१२) ·०५२८।
(१३) १·८४७८२...। (१४) ·०००००९...। (१५) २·४९३६७...।
(१६) ·०००४०...। (१७) ·०००००२...। (१८) ३·७१४२८...।
(१९) १·३०५८६...। (२०) ·०१९००...। (२१) ·००००३...।
(२२) २·०६२५ । (२३) ·४६६२५ । (२४) ·००४८५७...। (२५) ·२३६ ।
(२६) १२·१८१८१८...। (२७) २·२९३७५ । (२८) ·०००५४०...।
(२९) ·६५९ । (३०) ·००१६६५६...। (३१) ३१·२५ । (३२) ३५२·२५ ।
(३३) ·२४ । (३४) २५३२ । (३५) १२०० । (३६) ६४० । (३७) ·००२ ।
(३८) ·३७४ । (३९) २० । (४०) २०४०००० । (४१) २२५०० ।
(४२) ५८०७० । (४३) ३५९६ । (४४) १२१३२ । (४५) १७५०० । (४६) १·४ ।
(४७) ७५०००० । (४८) ·००७८५३ । (४९) १२८·१८५१८...।
(५०) ५·२०८३३...। (५१) ३३·३३३३३...। (५२) ·०८३६६ ।
(५३) ·०२३२०...। (५४) ·००६५०...। (५५) ३३०५७८५१·२३९६६...।
(५६) ८३·३३३२५ । (५७) ९·५८९०४ । (५८) ·०१२१६...। (५९) ३५० ।
(६०) ७५२ । (६१) २·५३३३३३...। (६२) ६·३१२५ । (६३) ·००००९२...।
(६४) ३२७१४·२८५७१४ । (६५) ५६२८·५७१४२८...। (६६) ११९१·७५ ।
(६७) ११४५·८३३३३३...। (६८) ·०१८१८१...। (६९) ·०२१४२८...।
(७०) ३७७·७७७७७७...। (७१) ·९ । (७२) ८ । (७३) ·२७ ।

प्रश्नमाला २६

(१) ३९०० पै० । (२) १०४०० पै० । (३) ७२०८०० पै० ।
(४) ३६९८०० पै० । (५) ७४००० पै० । (६) ७४१० ।
(७) १६३२ । (८) ७८० । (९) ६० ।
(१०) १५०० । (११) ७४ । (१२) ८३५ ।
(१३) १२३० । (१४) २२८४५ । (१५) ३८४६८ ।
(१६) १०५८० । (१७) २१०५ । (१८) ४८९०० ।
(१९) ९६५ । (२०) ७९९ । (२१) १२ ।
(२२) ५९ । (२३) ५५ । (२४) १९८ ।
(२५) १० ।

प्रश्नमाला २७

(१) १०० रु० । (२) ३०७ रु० ६३ पै० । (३) ३६ रु० ४८ पै० ।
(४) ७८ रु० २३ पै० । (५) १११ रु० ११ पै० ।
(६) १८८ । (७) २७० । (८) १५००० ।
(९) ३५० । (१०) ११७५ । (११) ११०० ।
(१२) १९३ । (१३) १९४ । (१४) २३४ ।
(१५) १७२५ । (१६) ४७६० । (१७) ४७० ।
(१८) ४६ । (१९) २२२० । (२०) ९५० । (२१) २०४ ।
(२२) १५ । (२३) ८२ । (२४) ४० ।
(२५) ९ रु० ६० पै० । (२६) ५ रु० ।

प्रश्नमाला २८

(१) ६ रु० २५ पै० । (२) ५ पचास पै० २२ पै० ।
(३) ४१ दस पैसे ३ पै० । (४) १५ पाँच पैसे ३ पै० ।
(५) २३ दो पैसे १ पै० । (६) ५४ रु० २ दस पै० ।
(७) ८४ रु० ५ पै० । (८) १३७७ रु० ५४ पै० ।
(९) १९७४ रु० ८ पाँच पै० । (१०) १७७७७ रु० ९ दस पै० ५ पै० ।
(११) २३९२५ रु० ३६ पै० ? (१२) २४००३ रु० २७ दो पै० ।
(१३) २२२२१ रु० ६ पै० । (१४) १८० रु० ३२ पै० ।
(१५) ४०२ रु० १६ पै० । (१६) १६२ रु० ८८ पै० ।
(१७) २८०० रु० २७ पै० । (१८) १२०८९ रु० १५ पै० ।
(१९) १४०५१ रु० ४८ पै० ।

प्रश्नमाला २९

(१) ६ रु० २६ पै० । (२) १ रु० ८० पै० ।
(३) ९ रु० ७४ पै० । (४) ३९ रु० ८६ पै० ।
(५) ९० पै० । (६) १ रु० ३४ पै० ।
(७) २७३ रु० ८८ पै० । (८) ३ रु० ५६ पै० ।
(९) २७ रु० ५५ पै० । (१०) १७ रु० १७ पै० ।
(११) १५ पै० । (१२) ४२ रु० १६ पै० ।
(१३) १६८ रु० ७० पै० । (१४) ११८९ रु० २४ पै० ।
(१५) ४५७२ रु० ७५ पै० । (१६) [illegible] रु० [illegible] पै० ।

(१७) ४७५३ रु० ७१ पै०। (१८) ३६९३ रु० ९५ पै०।
(१९) ८९२ रु० १६ पै०। (२०) ४७६ रु० ३ पै०।

प्रश्नमाला २९ (क)

(१) २३ रु० ४ पै०। (२) २५ रु० ४८ पै०।
(३) १०१००० रु० ८७ पै०। (४) ४ रु० ३ पै०।
(५) ६८ रु० ६१ पै०। (६) १९६२ रु० ४९ पै०।
(७) ४४ रु० ५६ पै०। (८) ७५·९८ रु०।
(९) ११३४ रु० ४६ पै०। (१०) २६ रु०।
(११) ४ रु० ४ पै०। (१२) ३१ रु० ३३ पै०।
(१३) २७ रु० ४७ पै०। (१४) ५६४ रु० ५० पै०।
(१५) १०८ रु० ३९ पै०। (१६) १३४ रु० ४७ पै०।
(१७) ४८८ रु० ६६ पै०। (१८) ३७७·५० रु०।
(१९) १२ रु० ७४ पै०। (२०) १०० रु० ५३ पै०।
(२१) ४२ रु० ७५ पै०। (२२) ८५१८ रु० ३७ पै०।
(२३) सोहन के पास १ पै० अधिक। (२४) १२ रु० २७ पै०।
(२५) ८ रु० २ पै०। (२६) ४०,००० रु०। (२७) ४२५ रु० ४ पै०।
(२८) १४० रु० २७ पै०। (२९) १० रु० ८१ पै०।
(३०) २७१·६७ रु०। (३१) ५०० रु०।
(३२) ९६ रु० ६६ पै०। (३३) १२९ रु० २४ पै०।
(३४) १७१७ रु० १२ पै०। (३५) ६५० रु०।
(३६) ४९४·७९ रु०। (३७) २२० रु०।
(३८) २५१ रु० ६१ पै०। (३९) १५० रु० २ पै०।
(४०) ४१३ रु० ४ पै०; ३८४ रु० ६८ पै०। (४१) १ रु० २५ पै०।

प्रश्नमाला ३०

(१) १० रु० ५० पै०, १७ रु० ५० पै०; २४ रु० ५० पै०।
(२) ४८ रु० ८५ पै०, ६८ रु० ३९ पै०, ८७ रु० ९३ पै०।
(३) ४३८ रु० ५७ पै०, ५१८ रु० ३१ पै०, ६३७ रु० ९२ पै०।
(४) ८९ रु० १ पै०, २०७ रु० ६९ पै०, २६७ रु० ३ पै०।
(५) २२४ रु० ७६ पै०, २९९ रु० ६८ पै०, ४८६ रु० ९८ पै०।
(६) २०० रु० ५५ पै०, ३६० रु० ९९ पै०, ४८१ रु० ३२ पै०।
(७) ४७ रु० २५ पै०, ७२ रु० ४६ रु० २५ पै०।

(८) २२२६ रु० ५६ पै०, ३६३६ रु० २४ पै०, ३६७६ रु० ।

(९) ६१०१ रु० २५ पै०, ५९०६ रु० १ पै०, ७०२८ रु० ६४ पै० ।

(१०) २८०५ रु० ३ पै०, २२१६ रु० ३२ पै०, २७७०४ रु० ।

(११) ४७९८ रु० ५३ पै०, ३४८९ रु० ८४ पै०, २०३५७ रु० ४० पै० ।

(१२) २ रु० ७ पै० । (१३) १२६ रु० ।

(१४) १२ रु० १५ पै० । (१५) ४९ रु० । (१६) ५६५० रु० ।

(१७) २१७ रु० । (१८) २०४० रु० । (१९) १ रु० ८ पै० ।

(२०) १ रु० ५५ पै० । (२१) २ रु० ३८ पै० ।

(२२) २ रु० ४६ पै० । (२३) ४ रु० ३२ पै० ।

(२४) ४ रु० ७२ पै० । (२५) ६ रु० २५ पै० ।

(२६) ११ रु० १० पै० । (२७) २० रु० ३५ पै० ।

(२८) २३ रु० १६ पै० । (२९) ४१ रु० ३१ पै० ।

(३०) ३१ रु० । (३१) २७ रु० ५७ पै० । (३२) ६१ रु० ८८ पै० ।

(३३) ५९ रु० ७० पै० । (३४) २२ रु० ४० पै० ।

(३५) ७५ रु० ९६ पै० । (३६) ७३ रु० । (३७) १४० रु० १० पै० ।

(३८) ७५३ रु० ३ पै० । (३९) २३३ रु० ५ पै० ।

(४०) २७२ रु० २३ पै० । (४१) ७८० रु० ७८ पै० ।

(४२) १११९ रु० १५ पै० । (४३) ५२७ रु० ६८ पै० ।

(४४) ४८१३ रु० ४० पै० । (४५) ७१७ रु० ५७ पै० ।

(४६) ४२७ रु० ६८ पै० । (४७) ३५६६ रु० १५ पै० ।

(४८) ३०३५ रु० ७६ पै० । (४९) ३११५ रु० २० पै० ।

(५०) २१५६ रु० ८० पै० । (५१) ७७९८ रु० ३२ पै० ।

(५२) ५९८६ रु० ७१ पै० । (५३) २६२७ रु० २० पै० ।

(५४) ७३११ रु० ३६ पै० । (५५) ७६७ रु० । (५६) ५७३६ रु० ।

(५७) ३९२० रु० । (५८) ४२१२ रु० । (५९) ६३० रु० ७२ पै० ।

(६०) २२३३ रु० ६० पै० ।

प्रश्नमाला ३१

(१) ७५·४४ रु०, १२१·३६ रु० । (२) २८८·६० रु०, ३६६·६० रु० ।

(३) १६१६·६४ रु०, २७०३·३६ रु० । (४) ६०२४·७५ रु०, ८५०३·९० रु० ।

(५) २२८४·१७ रु०, ५००·६४ रु० । (६) १३१८८·७२ रु०, ४४२८·४६ रु० ।

(७) ५०३०·५० रु०, [illegible] रु० । (८) [illegible] रु०, [illegible] रु० ।

(९) २७५५·७५ रु० । (१०) १०१५०·५४ रु० । (११) ७८·८४ रु० ।
(१२) १९५·८० रु० । (१३) ४३९·६४ रु० । (१४) ६५०·१७ रु० ।
(१५) ६९९·६२ रु० । (१६) १३८६·४९ रु० । (१७) २१८६·८५ रु० ।
(१८) २७३०·५३ रु० । (१९) २९६९·१२ रु० । (२०) १८५६·०३ रु० ।
(२१) १६४२·९४ रु० । (२२) ३९०४·८१ रु० । (२३) ४४७२४·८८ रु० ।
(२४) ६९५७·३९ रु० । (२५) ३७२·०६ रु० । (२६) ३५९०८·६१ रु० ।
(२७) १८२४·१० रु० । (२८) १६७२५·७५ रु० । (२९) २९७८८·८० रु० ।
(३०) १२४८८·७६ रु० ।

प्रश्नमाला ३२

(१) ३ रु० १४ पैसे । (२) ४ रु० ८६ पैसे ।
(३) ७ रु० ४४ पैसे । (४) १० रु० ७६ पैसे ।
(५) १२ रु० ८१ पैसे । (६) ५ रु० ९४ पैसे ।
(७) १५ रु० ३१ पैसे । (८) १० रु० १२ पैसे ।
(९) ६ रु० ९८ पैसे । (१०) ५६ रु० ४७ पैसे ।
(११) १४५ रु० ७८ पैसे । (१२) १४३ रु० ९५ पैसे ।
(१३) ४१ रु० २२ पैसे । (१४) १३८ रु० १७ पैसे ।
(१५) १ रु० १५ पैसे । (१६) ३ रु० २७ पैसे ।
(१७) ५ रु० ७७ पैसे । (१८) १२ रु० ६६ पैसे ।
(१९) ६२ पैसे । (२०) ६९ पैसे ।
(२१) १७ पैसे । (२२) ३७ पैसे ।
(२३) ९५ पैसे । (२४) ४१ रु० ६२ पैसे ।
(२५) १२५ रु० । (२६) ८४ पैसे ।
(२७) २ रु० १२ पैसे । (२८) ६६ पैसे ।
(२९) ५९ रु० ७५ पैसे । (३०) ३९ रु० ६ पैसे ।
(३१) ९ रु० ५४ पैसे । (३२) ६९ रु० ८१ पैसे ।
(३३) ४७ रु० ५८ पैसे । (३४) २९६ रु० ८२ पैसे ।
(३५) १९८ रु० ८ पैसे । (३६) ५२ रु० ७३ पैसे ।
(३७) २८ रु० ३१ पैसे । (३८) ११ रु० ८ पैसे ।
(३९) ८३ रु० ७६ पैसे । (४०) ९६ रु० १३ पैसे ।
(४१) १११ रु० ३७ पैसे । (४२) ५७ रु० १२ पैसे ।
(४३) ८६ रु० १२ पैसे । (४४) १५० रु० १४ पैसे ।

प्रश्नमाला ३३

(१) ५ रु० ६ पै० । (२) ४ रु० ६० पै० या ६१ पै० ।
(३) १ रु० ६६ पै० । (४) ७ रु० ६३ पै० ।
(५) १० रु० ८७ पै० । (६) २०४ रु० ६६ पै०, शेष ८ पै० ।
(७) १४३ रु० ५३ पै०, शेष ३८ पै० ।
(८) ६५ रु० ५१ पै०, शेष १५ पै० ।

प्रश्नमाला ३४

(१) ६ । (२) १५ । (३) २४ । (४) २६, शेष २ रु० ११ पै० ।
(५) २१, शेष ३ रु० ४५ पै० । (६) ४०, शेष ३ रु० ७ पै० ।
(७) ७ । (८) २७४७ । (९) ७ । (१०) ७३ । (११) ४५ । (१२) ७१ ।
(१३) १७६ । (१४) ३९६ । (१५) १२०५, शेष ४ रु० १ पै० ।

विविध प्रश्नमाला ३४ (क)

(१) १८७ रु० । (२) ६४४ रु० । (३) १३ रु० ४३ पै० ।
(४) ४७६ गेंद । (५) ७३६ रु० ४० पै० । (६) ८ रु० ८४ पै० ।
(७) ३१० रु० ७५ पै० । (८) ६ किलो ग्राम । (९) ४३ रु० ।
(१०) १०२४ लड़के । (११) १३५५१ किलो ग्राम । (१२) ३९६ ।
(१३) २ रु० ५० पै० । (१४) ३१ । (१५) १६०३ रु० १३ पै० ।
(१६) ३१५६२५०० रु० । (१७) २१ रु० ५० पै० । (१८) ५६१ ।
(१९) ९२१ । (२०) ७२ । (२१) २ रु० ७५ पै० । (२२) २३ पै० ।
(२३) १२० ।

प्रश्नमाला ३५

(१) ५००० ग्राम । (२) ३०००० ग्राम । (३) २०००५०० ग्राम ।
(४) २०५३० ग्राम । (५) ४३००·५ ग्राम । (६) २०५०१००·७२५ ग्राम ।
(७) ५३१·०४७ ग्राम । (८) (क) ३ किलो ग्राम (ख) २·५६ किलो ग्राम
(ग) ·७५ किलो ग्राम । (घ) ·०७५ किलो ग्राम । (९) (क) १११०० ग्राम
(ख) १·११ मिरिया ग्राम (ग) ·०१११ मीटरी टन (घ) १११००० डेसी ग्राम
(ङ) ११०००० सेंटी ग्राम । (१०) ३·१५५ किलो ग्राम । (११) ४० ।
(१२) ७·९५० किलो ग्राम । (१३) ७२००२५·५ किलो ग्राम ।

(१४) ५ किलो ग्राम ३६५·४४ ग्राम। (१५) २ किलो ग्राम १२०·१५ ग्राम।
(१६) १४ मीटरी टन ७० किलो ग्राम, १७६ मीटरी टन ८८० किलो ग्राम,
६६१·२६ मीटरी टन। (१७) २०६२·५० किलो ग्राम। (१८) ·१४ मीटरी टन।
(१९) ५०६ किलो ग्राम १३२ ग्राम। (२०) ५८३६२ किलो ग्राम।
(२१) १२८१४ मीटरी टन १४९ किलो ग्राम ३७ ग्राम २५ सेंटी ग्राम।
(२२) १६४०० किलो ग्राम। (२३) ३३४ किलो ग्राम। (२४) २·४ किलो ग्राम।
(२५) ६५४·५० रु०।

प्रश्नमाला ३६

(१) (क) ५०० सें० मी०, (ख) ७० सें० मी०, (ग) ८८९ सें० मी०,
(घ) ६०५ सें० मी०। (२) (क) ५००० मीटर, (ख) ६०० मीटर,
(ग) ७० मीटर, (घ) ३४५० मीटर। (३) (क) ७·२५ मीटर; ७२·५ डे० मी०,
(ख) ८·०३ मीटर, ८०·३ डे० मी०, ८०३ सें० मी०, (ग) १२३४० डेसी मीटर
१२३४०० सें० मी०, (घ) ५०३०० डेसी मीटर, ५०३००० सें० मी०।
(४) (क) ६·३४ मीटर, (ख) २० मीटर, (ग) ३·८५ मीटर, (घ) ·०३ मीटर।
(५) (क) ४३२१ मीटर। (ख) ·००४३२१ मीटर, (ग) १·२३४ मीटर।
(घ) १·२३४ मीटर। (६) (क) ३५०० मीटर, ३५०००० सें० मी०,
(७) २६·१९ डेसी मीटर। (८) २३२० मीटर।
(९) २७०० मीटर। (१०) (क) $\frac{१}{१००}$, (ख) ·०१। (११) (क) $\frac{१}{१०००}$,
(ख) ·००१। (१२) ४८० दिन। (१३) ४५ मील। (१४) २६ मीटर।
(१५) ४·७२ इञ्च। (१६) ८६·४ किलो मीटर। (१७) ५ मीटर।
(१८) ३० मि० मी०। (१९) २० सें० मी०। (२०) १६१७ मीटर।
(२१) १·०३ मीटर।

प्रश्नमाला ३७

(१) (क) ५०० एअर, (ख) २५० एअर, (ग) ४०३·७ एअर,
(घ) ७·२५ एअर। (२) (क) ४२·५६ हेक्टो एअर, (ख) १·३५ हेक्टो एअर,
(ग) ·२७०५ हेक्टो एअर, (घ) ·५००३ हेक्टो एअर, (३) (क) १०,००० सें०
एअर, (ख) २५५०० सें० एअर, (ग) ३२४७ सें० एअर, (घ) ३३०० सें० एअर।
(४) (क) ५६·७८ एअर, (ख) ·४५ एअर, (ग) २·२३ एअर,
(घ) ५०३·०५ एअर। (५) (क) १५०० वर्ग मीटर, (ख) १०१० वर्ग मीटर,
(ग) ३०३०० वर्ग मीटर, (घ) ५०५०५ वर्ग मीटर। (६) (क) २ एअर,

(ख) ·०५ एअर, (ग) ४१·३४ एअर, (घ) ·०२५ एअर।
(७) ४३५५८८५ वर्ग मि० मी०। (८) (क) १५०० वर्ग सें० मी०।
(ख) २००,००० वर्ग सें० मी०, (ग) ५०५००० वर्ग सें० मी०,
(घ) १२३४५६ वर्ग सें० मी०। (९) १५ वर्ग मीटर, १५ वर्ग डेसी मीटर।
(१०) १५ वर्ग मीटर, १६ वर्ग डेसी मीटर, १७ वर्ग सें० मी०।
(११) ९८ वर्ग मीटर ६ वर्ग डेसी मीटर ४ वर्ग सें० मी०। (१२) ६२५० रु०

प्रश्नमाला ३८

(१) ५० लिटर। (२) २७०० लिटर। (३) ५० लिटर।
(४) ३५ लिटर। (५) ११ लिटर। (६) ५५·७६ डेसी लिटर, ५५७·६ सें० लिटर, ५५७६ मिली लिटर। (७) ११९३·६४ डेसी लिटर। ११९३५·४ सें० लिटर, ११९३६४ मिली लिटर। (८) १७२८ हेक्टो लिटर। (९) २२ बर्तन, १ लिटर शेष। (१०) ७·७५ रु०।

प्रश्नमाला ३९

(१) ४५०० इञ्च। (२) ३९६०० इञ्च। (३) १९००८० इञ्च।
(४) १८२५५६ इञ्च। (५) २०९८८० इञ्च। (६) ७ फ़० २० ग०।
(७) १ मी० १ फ़० ४३ ग०। (८) १ फ़० १९० ग०। (९) १ मी० २०३ ग०। (१०) ३४ गज़ १० इञ्च। (११) १ मील २०३ गज़ १ फ़ुट।
(१२) १ मील १ फ़० ५३ गज़ २ फ़ी०। (१३) १ मील २ फ़० २२ गज़ २ फ़ीट ५ इञ्च। (१४) २६ गज़ २ फ़ी० ४ इञ्च। (१५) १ मील ७ फ़० ३३ गज़ १ फ़ट। (१६) ३७ गज़ ११ इञ्च। (१७) ३९ मील २१८ गज़ २ फ़ीट १० इञ्च। (१८) ७ मील ५ फ़० १३३ गज १ फ़ुट ११ इञ्च।
(१९) २५५ गज़ १ फ़ुट ८ इञ्च। (२०) ३५९ गज़ २ फ़ीट २ इञ्च।
(२१) ५५ मील २ फ़० १६८ गज़। (२२) २४७ मील १ फ़० २१० गज़।
(२३) १९ मील ३ फ़० २१५ गज़ २ फ़ीट ४ इञ्च। (२४) १५ गज़ २ फ़ीट ११ इञ्च। (२५) ३१ गज़ २ फ़ीट १० इञ्च। (२६) १७ गज़ १ फ़ट ९ इञ्च।
(२७) १ मील १०० गज़ १ फ़ुट १० इञ्च। (२८) २ मील २०१ गज़ ८ इञ्च।
(२९) १ मील १५७ गज़ ९ इञ्च। (३०) १४४०। (३१) ६०। (३२) २४०।
(३३) ६२० गज़ १० इञ्च। (३४) २ फ़ीट ८ इञ्च।

प्रश्नमाला ४०

(२) ७। (३) (क) २·८ डेसी मीटर। (ख) २८० मिली मीटर।
(४) ·२२ इञ्च। (५) ४५ मील प्रति घण्टा। (६) ·०७३ इञ्च।

(७) ९६·६ किलो मीटर प्रति घण्टा। (८) १३·६७ फ़ुट प्रति सेकण्ड। (९) ७६·२ मि० मी०। (१०) ७·८७४ इञ्च।

प्रश्नमाला ४१

(१) २९८०८ वर्ग इञ्च। (२) ७५२७१६८०० वर्ग इञ्च। (३) १२५६७३१२ वर्ग इञ्च। (४) १८८२१६४४ वर्ग इञ्च। (५) १२ वर्ग पोल २ गज़। (६) २४ वर्ग पोल १४ गज़। (७) ३२ वर्ग पोल ३ गज़। (८) ३३ वर्ग पोल १ गज़ ६ फ़ीट १०८ इञ्च। (९) १ एकड़ २ रूड १८ पोल १९ गज़ ४ फ़ीट ७२ इञ्च। (१०) ७ एकड़ ३ रूड १० पोल ८ गज़ ४ फ़ीट ७२ इञ्च। (११) २ एकड़ २३ पोल ८ गज़ २ फ़ीट ३६ इञ्च। (१२) २ एकड़ २ पोल २५ गज़ ३ फ़ीट ७२ इञ्च। (१३) ५ वर्ग गज़ ५ फ़ीट ३४ इञ्च। (१४) २ वर्ग पोल ३ फ़ीट ९४ इञ्च। (१५) २५ वर्ग पोल ५ गज़ ७ फ़ीट ६२ इञ्च। (१६) १ एकड़ २ रूड ११ पोल २८ गज़ ५१ इञ्च। (१७) ४३९०८४८ वर्ग इञ्च। (१८) ४८४०० वर्ग गज़।

प्रश्नमाला ४२

(१) १२१ एअर। (२) ४४५ एअर। (३) १२·५४ एअर। (४) ४० एअर। (५) २३९·१९७ वर्ग गज़। (६) (क) ८३·०९ एअर। (ख) ८३०९ वर्ग मीटर। (७) ९० मीटर। (८) १०६·४ एकड़। (९) ७५० एकड़। (१०) १२१० वर्ग गज़।

प्रश्नमाला ४३

(१) ११९२३२० ग्रेन। (२) १७०८८० ग्रन। (३) २१९२७ ग्रेन। (४) १६५००० ग्रन। (५) ३१९८९६ ग्रेन। (६) ४१८६५ ग्रेन। (७) १ पौं० ४ औंस ६ पेनी० २१ ग्रेन। (८) १ पौं० ६ औंस ११ पेनी० १९ ग्रेन। (९) १० पौं० १२ पेनी० ४ ग्रेन। (१०) १७ पौं० ४ औंस ४ पेनी० १६ ग्रेन। (११) २ पौं० ३ औंस २३ ग्रेन। (१२) ३ पौं० ९ पेनी० ९ ग्रेन। (१३) २४ पौं० ६ औंस ८ पेनी० १३ ग्रेन। (१४) २ औंस १६ पेनी० २२ ग्रेन। (१५) २ पौं० ६ औंस १४ पेनी० ८ ग्रेन। (१६) १ पौं० ४ औंस ८ पेनी० ८ ग्रेन; ८ पौं० ९ औंस १ पेनी० ८ ग्रेन; ११६ पौं० ९ औंस १९ पेनी० १६ ग्रेन। (१७) ८ औंस ६ पेनी० १६ ग्रेन; २०। (१८) ४ पौं० ६ औंस। (१९) ३ पेनी० १८ ग्रेन। (२०) ३४।

प्रश्नमाला ४४

(१) ४३८६८१६ ड्राम। (२) १२१८५६० ड्राम। (३) २००५३९२ ड्राम। (४) ५३६१९६४ ड्राम। (५) १२४००६४ ड्राम। (६) ८४१५६ ड्राम। (७) १ टन १४ हं० ३ का० १४ पौं० ३ औंस १५ ड्राम। (८) ४ हं० १ का० ६ पौं० ४ औंस। (९) १२ पौं० ६००० ग्रन। (१०) ६३७७५ टन १० हण्डर २२ पौं० ६००० ग्रेन। (११) ३८ पौंड १ औंस ६ ड्राम। (१२) १४ हं० ३ का० २६ पौं० ८ औंस। (१३) ११ टन ९ हण्डर ३ का० ४ पौं०। (१४) ३ पौं० ४ औंस ६ ड्राम। (१५) ६ टन ८ हण्डर २ का० १८ पौं०। (१६) २ टन १५ हण्डर ३ पौं० १५ औंस १४ ड्राम, ३४ टन ११ हण्डर ३ कार्टर १४ पौंड ३ औंस; १२९ टन ६ हण्डर २ कार्टर १९ पौंड १० औंस २ ड्राम। (१७) १ हं० २ कार्टर २७ पौंड ५ औंस; ५००। (१८) २ टन १ हण्डर ३ कार्टर ११ पौंड ८ औंस। (१९) २ हण्डर २ कार्टर २ पौंड। (२०) ७६८। (२१) १ पौंड लोहे की तोल का १२४० ग्रेन भारी है। (२२) १७५ पौंड ट्राय।

प्रश्नमाला ४५

(१) १५·४३०२ पौं०। (२) १५ टन। (३) ५०८०० ग्राम। (४) ६४·०५ किलो ग्राम, ६४०५० ग्राम। (५) ५ रु०। (६) १०४ रु०। (७) ५७५ रु०। (८) २५४६२·८० ग्रेन।

प्रश्नमाला ४६

(१) ४०४ जिल। (२) ७०४ पॉइण्ट। (३) १६८ कार्ट, ३३६ पॉइण्ट। (४) ३१ गै० १ कार्ट। (५) ४६ गै० ३ कार्ट १ जिल। (६) २२५ गै० ३ कार्ट १ जिल। (७) १०६ गै० १ कार्ट। (८) ७८१ गै० १ कार्ट। (९) ३०८६ गै० १ कार्ट; १ पॉइण्ट १ जिल। (१०) १२५ गैलन।

प्रश्नमाला ४७

(१) ८० पॉइण्ट। (२) २२०१ कार्ट। (३) २२ गैलन। (४) ५० लिटर। (५) २२ रु०। (६) ३७ रु०। (७) ७० रु०। (८) ६१ रु० ४७ पै० निकटतम पै० तक। (९) ५ रु० ४४ पै० निकटतम पै० तक।

प्रश्नमाला ४८

(१) २५९२३ सेकण्ड। (२) ६३७८०० से०। (३) १५१२००० से०। (४) १ घं० २३ मि० २० से०। (५) १ दिन ३ घण्टे २६ मि० ५ से०। (६) १ दिन ३ घण्टे ४६ मि० ४० से०। (७) १ सप्ताह ४ दिन १३ घण्टे ४६ मि० ४० से०। (८) ६४। (९) १२१। (१०) २४४। (११) ५७७। (१२) २८९। (१३) ८२१। (१४) वृहस्पतिवार। (१५) बुधवार। (१६) १२ दिन ४६ मि० २५ से०। (१७) २ दिन ११ घण्टे ५५ मि० २८ से०। (१८) ३ दिन १० घण्टे १२ मि० ३६ से०। (१९) ६ घण्टे २७ मि० ५३ से०। (२०) ३ घण्टे २५ मि० ४४ से०। (२१) ७ दिन ६ घण्टे ५९ मि० ३५ से०। (२२) १५ दिन ५ घं० ३६ मि० ४९ से०। (२३) १० दिन ३० घड़ी ४२ पल २६ वि०। (२४) ४ सप्ताह ४ दिन ५१ घड़ी ४२ पल। (२५) १४६ दिन ५ घं० ४७ मि० ४४ से०। (२६) २०९ दिन ७ घण्टा ३१ मि० २० से०। (२७) १३९ दिन ४६ घड़ी २४ पल। (२८) ४ दिन ३१ घड़ी १३ पल ३९ विपल। (२९) १३ वर्ष १०३ दिन ५ घण्टा ४० मिनट। (३०) ३१ वर्ष ११५ दिन १९ घण्टे। (३१) ७ घण्टे। (३२) ११४९१२००। (३३) १२००। (३४) ८ बजे।

प्रश्नमाला ४९

(१) २६२४७ से०। (२) ८६५५३५ से०। (३) १२९६००० से०। (४) १ डि० ६ मि० ४० से०। (५) १० डिगरी ३२ मि० ३६ से०। (६) १ समकोण २६ डिगरी ४० मि०। (७) १ समकोण ४७ डिगरी ३६ मिनट। (८) ३ समकोण ४ डि० २० मि० ५४ से०।

प्रश्नमाला ५०

(१) २४०००। (२) १०४ रिम ३ दस्ते ८ तख़्ते। (३) ४३२।

विविध प्रश्नमाला ५१

(१) ६१२००। (२) १२४८० किलो मीटर। (३) १०३२ किलो मीटर। (४) ५५·०५ रु०। (५) १००८०० किलो ग्राम। (६) १ रु० ६० पैं०। (७) २ रु० ३ पैं०। (८) ५००। (९) २९ पारसल, शेष ३ किलो ग्राम। (१०) १९। (११) ५८६ मी०, ३ मी० शेष। (१२) १० मी०। (१३) १८८ रु०। (१४) १२ रु० ९८ पैं०। (१५) ४८ रु० ९२ पैं०; ३४३ रु० ३७ पैं०। (१६) २ रु० ६२ पैं०। (१७) [illegible] रु०। (१८) [illegible]

(१९) ३७३१ रु० ५० पै०। (२०) १ रु० २५ पै०। (२१) ५६ वर्ष ३ मास ७ दिन। (२२) १६०। (२३) ५ से०। (२४) ५०००। (२५) ८७।से० मी०। (२६) १६००। (२७) ८३ रु० ६७ पै०। (२८) ३२ रु० ६१ पै०। (२९) ६८५ रु० ७५ पै०। (३०) १७। (३१) ६८७ रु० ५० पै०। (३२) ३० रु०। (३३) ५० रु०। (३४) ५३। (३५) १६ वर्ष ४ मास २ दिन। (३६) ९६० ग्राम। (३७) १० किलो ग्राम। (३८) ८ मि० २ से०। (३९) २ मीटर। (४०) १६ सितम्बर। (४१) शुक्रवार ८ मई। (४२) ४९ घण्टे। (४३) २ रु० २० पै०। (४४) ११०८८। (४५) ४४९७ बार। (४६) ७२००। (४७) २७४५ रु० ६० पै०। (४८) २८ वर्ष १३ सप्ताह ४ दिन।

प्रश्नमाला ५२

(१) १५। (२) १·२५ रु०। (३) ३९ रु० देना पड़ेगा। (४) ४ रु० २५ पै०।

प्रश्नमाला ५३

(१) १० रु० लाभ हुआ। (२) १९ रु० ५० पै०।
(३) १६ रु०। (४) ७ रु० ७५ पै०। (५) ६० पै०॥
(६) १ रु०। (७) ५ रु० ५० पै०। (८) ७ रु० प्रति मीटर।
(९) १२ रु० ६ पै० प्रति किलो ग्राम। (१०) (१) १ रु० ७५ पै०; (२) १ रु० ९० पै०।

प्रश्नमाला ५४

(१) १ रु० ६ पै०। (२) ४ रु० ३५ पै०।
(३) १ रु० १४ पै०। (४) १४ रु० ६० पै०।
(५) १२ रु० २० पै०। (६) २ रु०। (७) ४ लिटर।
(८) ३ किलो ग्राम।

प्रश्नमाला ५५

(१) क. २३ रु० २५ पै०; ख, १६ रु० २५ पै०। (२) क, १२ रु० ३६ पै०; ख, १६ रु० २९ पै०। (३) दो ने प्रति मनुष्य ३३ रु० ४४ पै० पाये; शेष ने २२ रु० ३९ पै०। (४) प्रति मनुष्य २० रु०; प्रति स्त्री २६ रु०। (५) क, २० रु०; ख, १७ रु०; ग, १३ रु०। (६) क, ११८ रु०; ख, ११२ रु०; ग, ११३ रु०। (७) ३३ रु० ६० पै०।

प्रश्नमाला ५६

(१) लड़का, १० रु० ३८ पै०; लड़की, ५ रु० १९ पै० । (२) क का भाग = १५ रु० ५७ पै०; ख का भाग = १० रु० ३८ पै०; ग का भाग = ५ रु० १९ पै० । (३) प्रत्येक मनुष्य १२ रु० ८० पै०; प्रत्येक स्त्री, ६ रु० ४० पै०; प्रत्येक लड़का, ३ रु० २० पै० । (४) क, ७६ रु०; ख, ३८ रु०; ग, १९ रु० । (५) एक, ५ रु० ३८ पै०; और शेष २ रु० ६९ पै० प्रत्येक । (६) क, २७ रु० ९५ पै०; ख, १३ रु० ५ पै० ।

प्रश्नमाला ५७

(१) १२ । (२) १६ । (३) ११ रुपये, २२ पचास पै० के सिक्के, ४४ पचीस पै० के सिक्के । (४) ३२ ।

प्रश्नमाला ५८

(१) ३ रु० ७५ पै० । (२) १० रु० ५ पै० । (३) घोड़े का मोल १७५ रु० ५० पै०, गाय का मोल १२५ रु०, भेड़ का मोल २५ रु० । (४) ३८ रु० २५ पै० ।

प्रश्नमाला ५९

(१) २, ३ । (२) ३, ५, ९ । (३) २, ३, ४, ९ । (४) २, ३, ४, ५, १० । (५) २, ३, ४, ११ । (६) २, ११ । (७) २, ३, ५, १० । (८) २, ४ । (९) नहीं । (१०) ५ । (११) २, ३, ४, ८, ११ । (१२) २, ३, ४, ८, ९, ११ । (१३) ३, ५ । (१४) ५ । (१५) २, ४, ५, ८, १० । (१६) २, ४, ५, ८, ९, १० । (१७) ३, ९ । (१८) ३, ११ । (१९) २, ३ । (२०) २, ३, ५, ९, १० । (२१) ७ । (२२) ११ । (२३) १३ । (२४) ७, ११, १३ । (२५) ११ । (२६) ७, १३ । (२७) नहीं । (२८) ७, ११, १३ । (२९) ६, १२ । (३०) ६, १२ । (३१) ६, १२ । ३० । (३२) नहीं । (३३) २, १ । (३४) १, ७, २ । (३५) २७१७ ।

प्रश्नमाला ६०

(१) $२^{३}$ । (२) $२^{२} \times ३$ । (३) २×३^{२} । (४) $२^{३} \times ३$ । (५) $३^{३}$ । (६) $२^{५}$ । (७) $२^{४} \times ३$ । (८) २×५^{२} । (९) $३^{२} \times ७$ । (१०) $२^{६}$ । (११) $२^{४} \times ५$ । (१२) $२^{३} \times ११$ । (१३) $३^{२} \times ११$ । (१४) $२^{२} \times ५^{२}$ । (१५) $२^{२} \times ३^{३}$ । (१६) $२^{४} \times ११$ । (१७) $३^{२} \times १३$ । (१८) $२^{५} \times ३^{२}$ । (१९) $३^{२} \times ५ \times ११$ । (२०) $५^{४}$ । (२१) $३^{२} \times ३७$ । (२२) २ × ३ × [illegible] × ७ ।

(२३) $२^४ \times ३^४$ । (२४) $२^५ \times ५ \times ११$ । (२५) $२^४ \div ५^३$ । (२६) $२ \times ५^२ \times ७३$ । (२७) $२^७ \times ३^२ \times ५$ । (२८) $३^३ \times ७ \times १३$ । (२९) $२^६ \times ३^३$ । (३०) $२^२ \times ३ \times ५^२ \times २३ \times २९$ । (३१) रूढ़ । (३२) रूढ़ । (३३) $३^४$ । (३४) रूढ़ । (३५) रूढ़ । (३६) रूढ । (३७) रूढ़ । (३८) $३^४ \times २३$ । (३९) रूढ़ । (४०) रूढ़ । (४१) $११^२ \times ३१$ । (४२) ३×१३^२ । (४३) १७×२६९ । (४४) रूढ़ । (४५) २३×३१ । (४६) रूढ़ । (४७) १३×५०३ । (४८) ११×१६३ । (४९) रूढ़ । (५०) २९×४७ । (५१) १० । (५२) ११ । (५३) ११ । (५४) ५, ७ । (५५) ५, ७ । (५६) ६, ८, १२, २४ ।

प्रश्नमाला ६१

(१) ३ । (२) ४ । (३) ५ । (४) १८ । (५) ५ । (६) १२ । (७) ७५ । (८) ४ । (९) २४ । (१०) ५ । (११) ४ । (१२) कोई समापवर्त्तक नहीं । (१३) ५६ । (१४) २५ । (१५) २८ ।

प्रश्नमाला ६२

(१) ४८ । (२) २ । (३) ४ । (४) १२ । (५) २९ । (६) १२४ । (७) १०१ । (८) १४३ । (९) ३७७ । (१०) ७ । (११) १३३ । (१२) २५ । (१३) १९ । (१४) १५ । (१५) ५३ । (१६) २८ । (१७) ३९ । (१८) ११३ । (१९) १७३ । (२०) १४७ । (२१) २२१ । (२२) ३ । (२३) ५७ । (२४) २८७ । (२५) २१३ । (२६) २२१ । (२७) १५ । (२८) १५३६ । (२९) २५७ । (३०) ६ । (३१) नहीं । (३२) हाँ । (३३) नहीं । (३४) हाँ । (३५) नहीं । (३६) नहीं । (३७) हाँ । (३८) हाँ । (३९) नहीं । (४०) ३७ । (४१) ३७ । (४२) २३ । (४३) १७ । (४४) ३ । (४५) ५ । (४६) ३ । (४७) ६३ । (४८) १७ । (४९) ५७ । (५०) २ । (५१) २ । (५२) १ रु० २५ पै० । (५३) ३ पै० । (५४) १६ । (५५) ३२ । (५६) नहीं । (५७) १८० लिटर । (५८) १ ग्राम ।

प्रश्नमाला ६३

(१) ९६ । (२) ३७२४ । (३) ८९१ । (४) ३५२० । (५) ७४८८ । (६) २५९४८८ । (७) ६७२ । (८) २३३७४ । (९) ८७०८७ । (१०) ७५९६५५ । (११) ४९०७७ । (१२) ७३४८७७ । (१३) ९६६७२ । (१४) १५९१३७ । (१५) १८३६४५ । (१६) २६७२७०० । (१७) २३१० । (१८) [illegible] । (१९) [illegible] रु० । (२०) ६४ । (२१) ३६० ।

प्रश्नमाला ६४

(१) ४८। (२) ४८। (३) ७२०। (४) ३६। (५) २५२०। (६) १६८०। (७) २८०५०। (८) ३६०। (९) १८९०। (१०) ७५६०। (११) ७२००। (१२) १४४। (१३) ८४१५। (१४) ७९२०। (१५) ७९२। (१६) ३५७०। (१७) २२८१५०। (१८) ९८२८०। (१९) ४९१४०। (२०) ५४८१। (२१) २३७५१०। (२२) २५२०। (२३) १६८०। (२४) १०८००। (२५) ९८२८०। (२६) १८९। (२७) ३८९। (२८) १४१। (२९) १४ मि०। (३०) ९० किलो मीटर। (३१) ४७ मीटर २५ सें० मी०। (३२) ६७७। (३३) २३२७९२५६०। (३४) २७ मीटर।

प्रश्नमाला ६५

(१) २५ पैसा। (२) २० पैसा। (३) २५ ग्राम। (४) १५ पैसा। (५) ४५ पैसा। (६) २१ सेण्टी मीटर। (७) २५ पैसा। (८) १० सेण्टी मी०। (९) ६ पैसा। (१०) १५ ग्राम। (११) ९०० मीटर। (१२) ३० ग्राम। (१३) १५ मिनट।

प्रश्नमाला ६६

(१) $\frac{१८}{९}$; $\frac{४५}{९}$; $\frac{६३}{९}$; $\frac{९०}{९}$। (२) $\frac{२२}{२}$; $\frac{६६}{६}$; $\frac{१२१}{११}$; $\frac{२७५}{२५}$; $\frac{३८५}{३५}$।
(३) $\frac{१०५}{५}$; $\frac{६८४}{९}$; $\frac{३११६२५}{७५}$। (४) $\frac{१०}{१२}$; $\frac{१५}{१८}$; $\frac{८०}{९६}$; $\frac{५००}{६००}$; $\frac{४२}{१२}$; $\frac{६३}{१८}$; $\frac{३३६}{९६}$; $\frac{२१००}{६००}$।
(५) $\frac{३०}{९०}$; $\frac{५३}{९०}$; $\frac{७०}{९०}$; $\frac{१२}{९०}$; $\frac{३६}{९०}$। (६) $\frac{२}{११}$, $\frac{३}{५}$; $\frac{६}{१०}$। (७) $\frac{५}{६}$; $\frac{५}{६}$; $\frac{५}{६}$; $\frac{७}{६}$।

प्रश्नमाला ६७

(१) $\frac{१}{२}$। (२) $\frac{१}{३}$। (३) $\frac{१}{२}$। (४) $\frac{३}{४}$। (५) $\frac{२}{३}$। (६) $\frac{४}{९}$। (७) $\frac{३}{४}$। (८) $\frac{३}{५}$। (९) $\frac{२}{३}$। (१०) $\frac{१}{३}$। (११) $\frac{४}{५}$। (१२) $\frac{७}{८}$। (१३) $\frac{३}{८}$। (१४) $\frac{३}{४}$। (१५) $\frac{३}{४}$। (१६) $\frac{१}{३}$। (१७) $\frac{१}{३}$। (१८) $\frac{३}{४}$। (१९) $\frac{४}{३५}$। (२०) $\frac{२}{५}$।

प्रश्नमाला ६७ क

(१) $\frac{२}{३}$। (२) $\frac{४}{९}$। (३) $\frac{३}{१०}$। (४) $\frac{२}{१५}$। (५) $\frac{३}{५}$। (६) $\frac{१}{२}$। (७) $\frac{१६}{२१}$। (८) $\frac{७}{१६}$। (९) $\frac{७}{९}$। (१०) $\frac{५}{९}$। (११) $\frac{७}{८}$। (१२) $\frac{५}{६}$। (१३) $\frac{६}{२३}$। (१४) $\frac{५}{११}$। (१५) $\frac{२२}{४३}$। (१६) $\frac{११६}{११३}$। (१७) $\frac{८५१}{९४०}$। (१८) $\frac{११}{१६}$। (१९) $\frac{१६६}{१९६}$। (२०) $\frac{६०}{३३}$। (२१) $\frac{१३}{१३}$। (२२) $\frac{२}{३}$। (२३) $\frac{११}{१३}$। (२४) $\frac{१७}{३१}$। (२५) $\frac{१०३}{१३६}$। (२६) $\frac{२६}{३३}$। (२७) $\frac{३}{४}$। (२८) $\frac{६०३}{६४}$। (२९) $\frac{२३}{६३}$। (३०) $\frac{८०}{१५१}$। (३१) $\frac{५४}{५४}$। (३२) $\frac{२}{३}$। (३३) [illegible]। (३४) [illegible]। (३५) [illegible]।

प्रश्नमाला ६७ ख

(१) $\frac{१}{६}$ । (२) $\frac{५}{६}$ । (३) $\frac{५}{९}$ । (४) $\frac{३}{९}$ । (५) $\frac{८}{१५}$ । (६) $\frac{१}{१४}$ ।
(७) $\frac{१}{१२}$ । (८) $\frac{६७}{१७६}$ । (९) $\frac{७}{८}$ । (१०) $\frac{३४}{५५}$ । (११) $\frac{३}{१६}$ । (१२) $\frac{६}{७}$ ।

प्रश्नमाला ६८

(१) $\frac{१०}{३}$ । (२) $\frac{३७}{५}$ । (३) $\frac{१०२}{११}$ । (४) $\frac{८७}{१०}$ । (५) $\frac{२६}{५}$ ।
(६) $\frac{७०१}{१००}$ । (७) $\frac{८४३}{१००}$ । (८) $\frac{४०३}{५०}$ । (९) $\frac{१६०१}{४१}$ । (१०) $\frac{८१०१}{९०}$ ।
(११) $\frac{५८०७}{१००}$ । (१२) $\frac{७३०६}{९६}$ । (१३) $\frac{६४८}{२५}$ । (१४) $\frac{१०४२१}{१११}$ । (१५) $\frac{८८११}{९९}$ ।
(१६) $\frac{७४३}{१००}$ । (१७) $\frac{८३२६}{१०००}$ । (१८) $\frac{२२५५}{१०१}$ । (१९) $\frac{८०४४}{२०१}$ । (२०) $\frac{४००}{९९}$ ।

प्रश्नमाला ६९

(१) ३$\frac{१}{३}$ । (२) २$\frac{१}{४}$ । (३) ४$\frac{१}{३}$ । (४) ५$\frac{१}{४}$ । (५) ३$\frac{२}{७}$ । (६) ३$\frac{३}{४}$ । (७) ९ ।
(८) ६$\frac{१}{३}$ । (९) ९$\frac{६}{१०}$ । (१०) ५ । (११) २$\frac{११}{१४}$ । (१२) ४ । (१३) ३$\frac{३}{४}$ ।
(१४) ४$\frac{१२}{१७}$ । (१५) ३$\frac{१२}{१९}$ । (१६) ४$\frac{३}{७}$ । (१७) २$\frac{६६}{१०१}$ । (१८) ७$\frac{१}{११}$ । (१९) ५६$\frac{२}{३}$ ।
(२०) ७ । (२१) २८$\frac{२१}{३६}$; (२२) ३२९ । (२३) १०१$\frac{१}{४}$ । (२४) १० । (२५) ४८$\frac{७}{९}$ ।
(२६) २$\frac{१}{३}$ । (२७) ११$\frac{३०१}{४२५}$ । (२८) १०$\frac{४}{१३}$ । (२९) ११ । (३०) ४$\frac{२६३}{३७७}$ ।

प्रश्नमाला ७०

(१) $\frac{३}{१२}$, $\frac{१०}{१२}$ । (२) $\frac{६}{३०}$, $\frac{८}{३०}$ । (३) $\frac{३५}{८०}$, $\frac{१२}{८०}$ । (४) $\frac{६}{१२}$, $\frac{४}{१२}$, $\frac{३}{१२}$ ।
(५) $\frac{४०}{६०}$, $\frac{४५}{६०}$, $\frac{४८}{६०}$ । (६) $\frac{१४०}{१६८}$, $\frac{१४४}{१६८}$, $\frac{१४७}{१६८}$ । (७) $\frac{२७}{७२}$, $\frac{५६}{७२}$, $\frac{३०}{७२}$ ।
(८) $\frac{२४}{९०}$, $\frac{३५}{९०}$, $\frac{६३}{९०}$ । (९) $\frac{७५}{२४०}$, $\frac{७०}{२४०}$, $\frac{६६}{२४०}$ । (१०) $\frac{४०}{३००}$, $\frac{४५}{३००}$, $\frac{३}{३००}$ ।
(११) $\frac{१२६}{३००}$, $\frac{३५}{३००}$, $\frac{२७०}{३००}$ । (१२) $\frac{३६}{९००}$, $\frac{४०}{९००}$, $\frac{४५}{९००}$ । (१३) $\frac{४२}{१२}$, $\frac{५१}{१२}$, $\frac{७४}{१२}$ ।
(१४) $\frac{४८}{२४}$, $\frac{४}{२४}$, $\frac{३}{२४}$ । (१५) $\frac{३६}{१२}$, $\frac{६०}{१२}$, $\frac{७}{१२}$ । (१६) $\frac{१५}{१०५}$, $\frac{३५०}{१०५}$, $\frac{२१०}{१०५}$, $\frac{६३}{१०५}$ ।
(१७) $\frac{३६}{१२}$, $\frac{४}{१२}$, $\frac{४८}{१२}$, $\frac{३}{१२}$ । (१८) $\frac{३०}{६०}$, $\frac{२०}{६०}$, $\frac{१५}{६०}$, $\frac{१२}{६०}$, $\frac{१०}{६०}$ । (१९) $\frac{१४}{१५४}$, $\frac{२१}{१५४}$, $\frac{८}{१५४}$,
$\frac{३७}{१५४}$, $\frac{१५४}{१५४}$ । (२०) $\frac{११५५}{३४६५}$, $\frac{२०७६}{३४६५}$, $\frac{२४७५}{३४६५}$, $\frac{२६६५}{३४६५}$, $\frac{२८३५}{३४६५}$ । (२१) $\frac{७३०}{६००}$, $\frac{४४०}{६००}$,
$\frac{३२५}{६००}$, $\frac{४६५}{६००}$, $\frac{७०२}{६००}$ । (२२) $\frac{२८८}{१४४}$, $\frac{३३६}{१४४}$, $\frac{८४}{१४४}$, $\frac{६४६}{१४४}$, $\frac{६६}{१४४}$ । (२३) $\frac{२४०}{२४००}$, $\frac{१५०}{२४००}$,
$\frac{४०}{२४००}$, $\frac{७५}{२४००}$, $\frac{२४}{२४००}$ । (२४) $\frac{६६}{४८}$, $\frac{१६०}{४८}$, $\frac{३४८}{४८}$, $\frac{१५}{४८}$, $\frac{१६}{४८}$ । (२५) $\frac{२७२०}{६१२०}$, $\frac{२४०}{६१२०}$,
$\frac{७२}{६१२०}$, $\frac{७१४}{६१२०}$, $\frac{१५३}{६१२०}$ । (२६) $\frac{७२}{२४}$, $\frac{१८०}{२४}$, $\frac{५६}{२४}$, $\frac{२०}{२४}$, $\frac{२१}{२४}$ । (२७) $\frac{१२८}{११२}$, $\frac{८०}{११२}$,
$\frac{५६}{११२}$, $\frac{११२}{११२}$, $\frac{३५}{११२}$, $\frac{२३२}{११२}$ ।

प्रश्नमाला ७१

(१) $\frac{३}{४}$ । (२) $\frac{६}{१३}$ । (३) $\frac{१७}{२०}$ । (४) $\frac{१६}{२०}$ । (५) $\frac{७}{५}$ । (६) $\frac{२६}{३७}$ ।
(७) $\frac{२४}{२५}$ सबसे बड़ी, $\frac{१५}{१६}$ सबसे छोटी । (८) $\frac{१०}{११}$ सबसे बड़ी, $\frac{७}{८}$ सबसे छोटी ।
(९) [illegible] सबसे बड़ी, [illegible] सबसे छोटी । (१०) $\frac{१५}{१६}$ सबसे बड़ी, $\frac{२}{५}$ सबसे छोटी ।

(११) $\frac{६}{३०}$ सबसे बड़ी, $\frac{५}{१३}$ सबसे छोटी। (१२) $\frac{६}{३८}$ सबसे बड़ी, $\frac{७}{३४}$ सबसे छोटी।
(१३) $\frac{३}{४}$, $\frac{७}{१३}$, $\frac{५}{९}$। (१४) $\frac{१८}{३५}$, $\frac{७}{१६}$, $\frac{४}{४५}$। (१५) $\frac{११}{१३}$, $\frac{७}{[illegible]}$, $\frac{३}{५}$।
(१६) $\frac{१५}{४}$, ३$\frac{२}{३}$, $\frac{२७}{८}$। (१७) $\frac{२६}{३०}$, $\frac{३१}{३६}$, $\frac{२१}{२५}$। (१८) $\frac{११८}{३४१}$, $\frac{१४५}{४३८}$, $\frac{२७}{८७}$।
(१९) $\frac{६}{७}$, $\frac{५}{८}$, $\frac{१३}{३८}$, $\frac{४}{९}$। (२०) $\frac{११३}{१५३}$, $\frac{५१}{७६}$, $\frac{२}{३}$, $\frac{७}{१३}$। (२१) $\frac{१७}{१३}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{११}{१५}$, $\frac{६}{३०}$।

प्रश्नमाला ७२

(१) २$\frac{१}{४}$। (२) १$\frac{२}{७}$। (३) $\frac{८}{९}$। (४) १$\frac{६}{११}$। (५) २$\frac{७}{१०}$। (६) १$\frac{४६}{५०}$।
(७) १। (८) ७$\frac{३९}{१००}$। (९) १$\frac{२}{७}$। (१०) $\frac{५}{६}$। (११) १$\frac{५}{१३}$। (१२) १$\frac{७}{३६}$।
(१३) १$\frac{१७}{३४०}$। (१४) १$\frac{१४}{४५}$। (१५) १$\frac{२०३}{३४०}$। (१६) १$\frac{१}{१३}$। (१७) $\frac{४७}{४८}$।
(१८) १$\frac{३१}{५४०}$। (१९) $\frac{४७}{१८०}$। (२०) ४$\frac{३७}{१०५}$। (२१) २$\frac{११}{६०}$। (२२) $\frac{१०३}{३७०}$।
(२३) २$\frac{४१}{३००}$। (२४) ४$\frac{८}{१५}$। (२५) २$\frac{१७५}{३०६}$। (२६) १$\frac{३०१}{४६८}$। (२७) ३$\frac{४३}{९०}$।
(२८) २। (२९) ३$\frac{११२१}{११५३}$। (३०) २$\frac{५४१}{१०३०}$।

प्रश्नमाला ७३

(१) ७$\frac{३}{४}$। (२) १४$\frac{१}{६}$। (३) १२$\frac{७}{३०}$। (४) १५$\frac{२३}{३०}$। (५) २३$\frac{३}{५}$।
(६) २९$\frac{१६}{५९}$। (७) ५$\frac{५}{८}$। (८) ४१$\frac{२}{३५}$। (९) १०$\frac{१०३}{४६३}$। (१०) ११$\frac{७}{५१}$।
(११) १३$\frac{२५}{८४}$। (१२) ११$\frac{१}{३}$। (१३) १६०$\frac{५२}{७७}$। (१४) ३४$\frac{५२}{७५}$। (१५) १३$\frac{५}{८}$।
(१६) ३१$\frac{५}{१६}$। (१७) ९७६$\frac{४}{३१}$। (१८) १५४$\frac{१}{८}$। (१९) १७$\frac{१०६}{१४७}$। (२०) ६$\frac{३}{१०}$।
(२१) २९ रु० ७१ पै०। (२२) ३० घं० २४ मि० ३३$\frac{३६}{४८}$ से०।

प्रश्नमाला ७४

(१) $\frac{१}{७}$। (२) ६$\frac{३}{४}$। (३) $\frac{१}{६}$। (४) $\frac{१}{१२}$। (५) $\frac{११}{१६}$। (६) $\frac{७}{७२}$। (७) $\frac{१६}{७५}$।
(८) $\frac{४}{१५}$। (९) $\frac{२३}{१९३}$। (१०) $\frac{३}{१४}$। (११) $\frac{५१}{१००}$। (१२) $\frac{१०१}{१३०}$। (१३) १$\frac{११}{४५}$।
(१४) ५$\frac{५}{१४}$। (१५) $\frac{५}{१६}$। (१६) $\frac{५}{१८}$। (१७) $\frac{१}{३}$। (१८) $\frac{५}{९}$। (१९) $\frac{७}{१६}$।
(२०) $\frac{१०३}{६१६}$। (२१) $\frac{७}{१३}$। (२२) $\frac{६}{१३}$। (२३) $\frac{७}{१५}$। (२४) $\frac{११}{३०}$।

प्रश्नमाला ७५

(१) ३$\frac{[illegible]}{६}$। (२) २$\frac{७}{३०}$। (३) ३$\frac{१}{९}$। (४) ५$\frac{५}{८}$। (५) ५$\frac{४}{१५}$। (६) ५$\frac{२}{१७}$।
(७) ६$\frac{३१}{८४}$। (८) ८$\frac{५}{१३}$। (९) २$\frac{५}{६}$। (१०) ३$\frac{२३}{७०}$। (११) $\frac{४३}{४८}$। (१२) ५$\frac{१६}{३१}$।
(१३) २$\frac{४१}{६४}$। (१४) ८$\frac{४०}{४९}$। (१५) ९$\frac{५५}{५६}$। (१६) ९$\frac{६४}{८१}$। (१७) १०$\frac{१३}{६३}$।
(१८) ६$\frac{१६}{१३०}$। (१९) ६$\frac{[illegible]}{३४}$। (२०) ९$\frac{१६}{३४}$। (२१) २$\frac{१}{३}$। (२२) ६$\frac{५}{८}$।
(२३) ८$\frac{१}{१३}$। (२४) ९$\frac{७}{१७}$। (२५) ८$\frac{१}{५}$। (२६) १२$\frac{८}{३१}$। (२७) १३$\frac{१८}{१८८}$।
(२८) १०$\frac{१}{३१}$। (२९) ११$\frac{७}{१३}$। (३०) ६$\frac{७}{४५}$। (३१) ६$\frac{२७}{५६}$। (३२) ७$\frac{१}{१३}$।
(३३) ३$\frac{१५}{१६}$। (३४) २$\frac{८}{१५}$। (३५) ९$\frac{१}{४}$। (३६) $\frac{१५}{३६}$। (३७) १२$\frac{२०}{२१}$।

(३८) $१४\frac{३}{५६}$ । (३९) $\frac{२}{७}$ । (४०) $\frac{१}{३}$ । (४१) १० रु० $७६\frac{१}{४}$ पै० ।
(४२) २ रु० $७७\frac{४}{७}$ पै० ।

प्रश्नमाला ७६

(१) $४\frac{२}{३}$ । (२) ७ । (३) $१०\frac{१}{१३}$ । (४) $३\frac{६}{७}$ । (५) $५\frac{१}{३}$ । (६) $१९\frac{१}{३}$ ।
(७) $१०\frac{१}{५}$ । (८) ३०० । (९) $२\frac{४}{५}$ । (१०) $१०\frac{१}{३}$ । (११) $२२\frac{१}{३}$ । (१२) $२३\frac{३}{४}$ ।
(१३) $१८\frac{३८}{५९}$ । (१४) $६०\frac{३}{७}$ । (१५) १९५ । (१६) $६\frac{६}{१३}$ । (१७) $१३\frac{१}{३}$ ।
(१८) $४७\frac{३}{५}$ । (१९) $६६\frac{६}{७}$ । (२०) $१००\frac{८}{१३}$ । (२१) $३३\frac{६}{३५}$ ।
(२२) $६२\frac{१}{३}$ । (२३) $३२८\frac{५}{१२}$ । (२४) $१९८\frac{३}{७}$ । (२५) २१३ । (२६) $१२२४\frac{१}{४}$ ।
(२७) $४८७\frac{२}{७}$ । (२८) $१७७\frac{१}{५}$ । (२९) $२८\frac{७१}{१००}$ । (३०) $४८\frac{११}{५०}$ ।
(३१) $१८\frac{६८१}{१०००}$ । (३२) $४४\frac{१४८}{१५१२}$ । (३३) $८९९\frac{६१}{१००}$ । (३४) $३८६\frac{१}{१०}$ ।
(३५) $२२९९९\frac{६७७}{१०००}$ । (३६) $३१९०\frac{२}{५}$ । (३७) $२०९\frac{३७}{१००}$ । (३८) $६३९९\frac{७१}{७३}$ ।
(३९) १०१ रु० १४ पै० । (४०) १८७५ रु० ४५ पै० ।

प्रश्नमाला ७७

(१) $\frac{१}{८}$ । (२) $\frac{२}{१५}$ । (३) $\frac{३}{३८}$ । (४) $\frac{१}{९}$ । (५) $\frac{३}{६४}$ । (६) $\frac{३}{१९६}$ ।
(७) $\frac{५}{१४४}$ । (८) $\frac{६}{७१०}$ । (९) $\frac{७}{३७}$ । (१०) $\frac{३८}{३१३९}$ । (११) $\frac{११}{१५३०}$ ।
(१२) $\frac{७}{७३९६}$ । (१३) $\frac{२}{३३२५}$ । (१४) $\frac{२}{३५५}$ । (१५) $\frac{२५}{३३६४}$ । (१६) $\frac{५}{१०३६}$ ।
(१७) $१\frac{५}{९६}$ । (१८) $\frac{५}{१३}$ । (१९) $\frac{१}{३५}$ । (२०) $\frac{६६}{९९}$ । (२१) $१\frac{१}{९}$ ।
(२२) $\frac{२}{३७}$ । (२३) $\frac{३१}{१९८}$ । (२४) $\frac{२}{३५}$ । (२५) $४२\frac{२}{३}$ । (२६) $१२\frac{११}{३९}$ ।
(२७) $१७८\frac{१}{३}$ । (२८) $६\frac{४७}{९५}$ । (२९) $१५\frac{३७६}{४३०}$ । (३०) $१०\frac{८३३}{१०५९}$ ।
(३१) $६२\frac{७}{१५}$ । (३२) $३८\frac{१११}{३९९}$ । (३३) $२१\frac{१३}{३१}$ । (३४) $१\frac{२}{३}$ । (३५) १ रु०
$२६\frac{१३}{१९}$ पै० । (३६) २ रु० $५\frac{४७}{८१}$ पै० । (३७) ८० । (३८) $१९२\frac{२}{७}$ ।
(३९) $४३\frac{११}{३३}$ । (४०) $११२\frac{२}{११}$ । (४१) $४\frac{११}{११५}$ । (४२) $२६\frac{४}{७}$ । (४३) $२५६\frac{३}{८}$ ।
(४४) $१२५\frac{६}{११}$ । (४५) ३२ रु० $३३\frac{२}{९३}$ पै० ।

प्रश्नमाला ७८

(१) $\frac{५}{९}$ । (२) $\frac{३१}{३३}$ । (३) $\frac{२}{३}$ । (४) $\frac{८}{१५}$ । (५) $४\frac{१}{३}$ । (६) $\frac{२७}{३००}$ ।
(७) $\frac{२}{५}$ । (८) $\frac{८}{४५}$ । (९) $\frac{७}{८}$ । (१०) $३\frac{१}{३}$ । (११) $१\frac{२}{३}$ । (१२) $२\frac{४}{७}$ ।
(१३) $३२\frac{१}{३५}$ । (१४) $२५\frac{५}{९६}$ । (१५) ३ । (१६) $१४\frac{२}{३}$ । (१७) १० । (१८) ८ ।
(१९) $२८\frac{७}{१९६}$ । (२०) $१६\frac{५}{१९६}$ । (२१) $९\frac{१}{६}$ । (२२) ८ । (२३) $३\frac{३}{४}$ । (२४) ३५ ।
(२५) ८ । (२६) $१५\frac{३६}{९४}$ । (२७) $१२\frac{३}{४}$ । (२८) $४०\frac{१}{३}$ । (२९) $२८६\frac{२२}{३७}$ ।
(३०) $\frac{३}{४}$ । (३१) $२\frac{७}{३०}$ । (३२) $३१\frac{१}{२}$ । (३३) $\frac{१५}{२८}$ । (३४) $\frac{५}{२४}$ ।
(३५) $\frac{१}{१३}$ । (३६) २८ । (३७) २९४ ।

प्रश्नमाला ७९

(१) $१\frac{७}{२८}$ । (२) $\frac{२७}{५६}$ । (३) १ । (४) $१\frac{१}{३७}$ । (५) $१\frac{५}{१२}$ । (६) १४ ।
(७) ३ । (८) $२\frac{३}{४}$ । (९) $१८\frac{३}{५}$ । (१०) $१\frac{१}{३}$ । (११) $\frac{४}{५}$ । (१२) $\frac{१०}{११}$ ।
(१३) $११\frac{२}{५}$ । (१४) $६\frac{२}{७}$ । (१५) $१७\frac{१७}{५०}$ । (१६) $९\frac{६}{३३}$ । (१७) $२\frac{११३}{१९६}$ ।
(१८) $१\frac{१}{३}$ । (१९) $१\frac{१}{३}$ । (२०) $२\frac{२}{३}$ । (२१) $\frac{३}{२५}$ । (२२) $१\frac{१}{३}$ ।
(२३) $६\frac{२}{७५}$ । (२४) $३\frac{५७}{१७६}$ । (२५) १६ । (२६) $\frac{३५}{४८}$ । (२७) $१\frac{१}{२७}$ ।
(२८) $\frac{६}{१३}$ । (२९) $९३\frac{१}{३}$ । (३०) पहला ।

प्रश्नमाला ८०

(१) $\frac{१}{१३}$; १ । (२) $\frac{३}{१६}$; $२\frac{१}{४}$ । (३) $\frac{८}{१४७}$; $२\frac{२}{७}$ । (४) $\frac{२}{४५}$; ८ ।
(५) $\frac{१}{३०}$; २० । (६) $\frac{१}{१३}$; $१०\frac{१}{३}$ । (७) $\frac{१}{३३}$; $१०९\frac{१}{३}$ । (८) $\frac{७}{४०}$; ४२ ।
(९) $\frac{१}{३}$: $१५७\frac{१}{३}$ । (१०) $१\frac{१}{३}$; ६३ । (११) $१\frac{१}{३}$; ८ । (१२) $\frac{२३}{३९०}$; $७०\frac{१०}{१३}$ ।
(१३) ३ इञ्च । (१४) $२\frac{२}{५}$ । (१५) १ मि० ४५ से० ।

विविध प्रश्नमाला ८१

(१) $६\frac{१}{५}$ । (२) $१\frac{१}{६}$ । (३) $५\frac{१}{६}$ । (४) $\frac{१}{११}$ । (५) $\frac{१}{१०}$ । (६) ५ ।
(७) $१६\frac{१}{१४}$ । (८) $\frac{२}{५}$ । (९) ४ पौं० १९ शि० $५\frac{१}{३}$ पें० । (१०) ८४० रु०
६ आ० $१०\frac{१}{३}$ पा० । (११) ९५० पौं० । (१२) १५२० रुपये । (१३) ५० पौं० ।
(१४) $४\frac{१}{३} \times ३\frac{१}{३}$ । (१५) $\frac{५}{६}$ । (१६) $\frac{१}{५}$ । (१७) $\frac{१}{६०}$ । (१९) $\frac{२}{५}$ । (२०) $\frac{६}{४०}$ ।
(२१) $\frac{१}{४}$ । (२२) $\frac{३३}{१००}$ । (२३) $\frac{२१}{५०}$ । (२४) $\frac{१६}{१८०}$ । (२५) $\frac{३}{३५}$ । (२६) $\frac{२}{३}$ ।
(२७) ६० रु० । (२८) ७२० पौं० । (२९) १५ शि० (३०) २२ मील ।
(३१) ४०० इञ्च । (३२) ८, ६, ३, २ और ५ सब मिलकर २४ बादशाह ।
(३३) ३४ । (३४) $१\frac{४४}{५१}$ । (३५) ५ बार । (३६) $\frac{६}{१३}$ । (३७) २७ घण्टे ।
(३८) $४\frac{१}{३}$ । (३९) ३१० । (४०) १३; १७ । (४१) ३६ ।

प्रश्नमाला ८२

(१) $\frac{२}{३}$ । (२) $१\frac{६}{१७}$ । (३) $३\frac{३}{५}$ । (४) १२ । (५) $\frac{१}{१५}$ । (६) $२\frac{२}{२३}$ ।
(७) $\frac{३६३}{५५४}$ । (८) $४\frac{१}{१०}$ । (९) $\frac{७}{१८}$ । (१०) $\frac{३}{५}$ । (११) ३ । (१२) ३ ।
(१३) $५\frac{१}{१०}$ । (१४) $९६\frac{४}{३१}$ । (१५) १७ । (१६) $\frac{२४८}{३३७}$ । (१७) $४\frac{१}{२}$ । (१८) $\frac{३}{४}$ ।
(१९) $११\frac{५}{१४}$ । (२०) $\frac{१}{११}$ । (२१) १८ । (२२) $८\frac{४३१}{८००}$ । (२३) $\frac{३}{८}$ । (२४) $१\frac{३७}{८८}$ ।

प्रश्नमाला ८३

(१) $\frac{३}{५}$ । (२) $१\frac{२}{३}$ । (३) $\frac{८}{११}$ । (४) $२\frac{२०४}{३१७}$ । (५) $२५\frac{१}{८}$ । (६) $१५\frac{२}{३}$ ।
(७) $१\frac{६८}{२५७}$ । (८) $६\frac{२१६}{१३६१}$ । (९) $४\frac{४}{७९}$ । (१०) $\frac{४}{९}$ । (११) $\frac{२६}{७०}$ । (१२) $\frac{६}{१७}$ ।

प्रश्नमाला ८४

(१) $\frac{३५}{५१२}$ । (२) $\frac{२}{५}$ । (३) $\frac{८१}{१२५}$ । (४) ६ । (५) १ ।
(६) $१\frac{१७}{३२}$ । (७) $१\frac{१}{४}$ । (८) $\frac{१}{३}$ । (९) $१\frac{१}{४}$ । (१०) $\frac{१}{१४}$ ।
(११) $\frac{१}{५}$ । (१२) $\frac{४}{१७}$ । (१३) $३\frac{३}{१६}$ । (१४) $\frac{१}{३}$ । (१५) २ ।
(१६) $\frac{८१}{१२८}$ । (१७) $२२\frac{२}{९}$ । (१८) $\frac{१}{३}$ । (१९) २ । (२०) $\frac{८१}{१२८}$ ।
(२१) $२२\frac{७}{९}$ । (२२) $\frac{२४}{९१}$ । (२३) $२\frac{११}{१४}$ । (२४) $\frac{६३}{८०}$ ।

प्रश्नमाला ८५

(१) ३ । (२) $३\frac{१}{५}$ । (३) $\frac{६७}{५०४}$ । (४) $३\frac{५}{६}$ । (५) $९\frac{१७}{५२}$ ।
(६) $१\frac{५}{८}$ । (७) १२ । (८) $७\frac{५}{२४}$ । (९) $७\frac{७}{३०}$ । (१०) $\frac{१६}{३५}$ ।
(११) $४\frac{१४६}{२४०}$ । (१२) $१\frac{१६}{३५}$ । (१३) $४\frac{११}{३६}$ । (१४) १ । (१५) $\frac{४१}{६०}$ ।
(१६) $१२\frac{४}{५}$ । (१७) $४\frac{२२७}{५०४}$ । (१८) $\frac{११}{१४}$ ।

प्रश्नमाला ८६

(१) १ । (२) $१\frac{१}{४}$ । (३) $७\frac{५}{४३}$ । (४) $६\frac{१}{३१}$ । (५) $\frac{२३}{१६८}$ ।
(६) $५\frac{११}{१६८}$ । (७) $\frac{५१}{३१८४}$ । (८) $३\frac{६१}{३२३}$ । (९) $१\frac{१२१}{३२२}$ । (१०) $९\frac{१३}{१८}$ ।
(११) $७\frac{३}{४}$ । (१२) $४\frac{१}{४}$ । (१३) $४\frac{३}{४}$ । (१४) $५\frac{३}{४}$ । (१५) $८\frac{११}{१६}$ ।
(१६) $१२\frac{७}{१६}$ । (१७) १ । (१८) १० । (१९) $१\frac{४}{९७}$ । (२०) $\frac{११}{१८}$ ।
(२१) $\frac{१}{६}$ । (२२) $२\frac{५}{७}$ ।

प्रश्नमाला ८७

(१) $\frac{६}{८८}$ । (२) २ । (३) २ । (४) $१\frac{३७४१}{१०७३४}$ । (५) $३\frac{१}{८}$ ।
(६) $२\frac{७३}{४५६}$ । (७) १ । (८) $१४\frac{७}{१८}$ । (९) $\frac{३}{२३५}$ । (१०) $१\frac{७}{९}$ ।
(११) $\frac{४२५}{२३०४}$ । (१२) $\frac{३०}{३७}$ । (१३) ३ । (१४) $५\frac{१६}{२५६}$ । (१५) $५७३\frac{३}{११}$ ।
(१६) ४९ । (१७) $\frac{७५}{७७}$ । (१८) $\frac{२}{१३}$ । (१९) $५\frac{१}{३}$ । (२०) $५\frac{५५८}{६०८०}$ ।
(२१) $१\frac{१}{२४}$ । (२२) $\frac{५}{७}$ । (२३) १ । (२४) ४ । (२५) $\frac{७}{८}$ ।
(२६) १ । (२७) $\frac{३}{३५}$ । (२८) $\frac{५४५}{३२६८}$ । (२९) $८४\frac{७२}{७७}$ । (३०) $१०\frac{४६}{१३८}$ ।
(३१) $\frac{८५}{१७६}$ । (३२) $२२\frac{३}{४}$ । (३३) $\frac{१८३}{२३३}$ । (३४) $३\frac{७}{१०}$ । (३५) $३\frac{२६}{८४}$ ।

प्रश्नमाला ८८

(१) ४·४० रु० । (२) १० रु० । (३) १·८९ रु० । (४) ८·८८ रु० ।
(५) १·२० रु० । (६) ६० पै० । (७) ७०·२८ रु० । (८) १·५० रु० ।
(९) १·२५ रु० । (१०) ५२·६३ रु० । (११) १९·५५ रु० । (१२) ३२० रु० ।
$३२\frac{२}{३३}$ पै० । (१३) ४·५ किलो ग्राम । (१४) ३४२ मीटर $३७\frac{१}{३}$ सें० मी०;

(१५) २५ मि० $२५\frac{५}{१३}$ सें० । (१६) १५० रु० $४\frac{१}{३}$ पै० । (१७) १ रु० $२\frac{५}{१७}$ पै० । (१८) १२९ रु० ३६ पै० । (१९) $२१\frac{३७७}{४७०}$ रु० । (२०) $२६\frac{१}{४}$ रु० । (२१) ११·५५ रु० । (२२) १२ रु० ६ पै० । (२३) २७ रु० $६०\frac{१०४}{१६५}$ पै० । (२४) ८ रु० ५२ पै० । (२५) $२१७\frac{२१}{३३}$ रु० । (२६) $१८\frac{२६५}{३३६}$ रु० ।

प्रश्नमाला ८९

(१) $३\frac{१}{४}$ । (२) $९\frac{३}{४}$ । (३) $५\frac{१}{२०}$ । (४) $७\frac{१}{३}$ । (५) $\frac{१०५}{७०४}$ । (६) $\frac{४४२}{४९९}$ । (७) $\frac{३}{१३}$ । (८) $\frac{२१}{१५०}$ । (९) $\frac{९}{१७}$ । (१०) $\frac{५१}{८९६०}$ । (११) $\frac{१६}{१९}$ । (१२) $२\frac{३४४७}{४७४८}$ । (१३) $\frac{१}{३}$ । (१४) $४२\frac{९}{३१}$ । (१५) $५२\frac{१९}{३१}$ । (१६) $\frac{४७१}{१७९३}$ । (१७) $१\frac{३१९}{१०३५}$ । (१८) $\frac{१२१}{३९६०}$ । (१९) $\frac{१}{८}$ । (२०) $\frac{७}{९}$ । (२१) $१\frac{१९१}{८९४}$ । (२२) $\frac{१४७५}{३३३३}$ । (२३) $\frac{८०}{३३७३}$ । (२४) $\frac{५०७}{६४००}$ । (२५) $\frac{२७}{८०}$ । (२६) $\frac{२}{५}$ । (२७) ९ । (२८) $\frac{५}{३२४}$ । (२९) $\frac{२५}{१३}$ । (३०) $\frac{११}{३५}$ । (३१) $\frac{५}{९}$ ।

प्रश्नमाला ९०

(१) $\frac{१३}{४५}$ । (२) ७२ रु० । (३) २५ रु०; ३७ रु० ५० पै०; ३७ रु० ५० पै० । (४) ३०० रु० । (५) ६४ रु० । (६) ५०१ रु० ७५ पै० । (७) २ मीटर ४० सें० मी० । (८) २१६ रु० । (९) २२ रु० । (१०) $\frac{२}{५}$ । (११) $\frac{७}{५७}$ । (१२) ३ पै० । (१३) १२६० रु० । (१४) ६ रु० १० पै० । (१५) $\frac{४}{३५}$ । (१६) $\frac{१}{४०}$ ।

प्रश्नमाला ९१

(१) $\frac{२}{५}$ । (२) $\frac{८३}{१०००}$ । (३) $\frac{१}{३५}$ । (४) $\frac{३}{३}$ । (५) $\frac{३७}{५००}$ । (६) $\frac{१}{८०}$ । (७) $\frac{१}{४००}$ । (८) $\frac{३}{४०}$ । (९) $\frac{७२}{२५}$ । (१०) $\frac{२६}{४०}$ । (११) $\frac{१२५०८}{३१३५}$ । (१२) $\frac{२८६}{४०}$ । (१३) $\frac{५}{८}$ । (१४) $\frac{१}{१६}$ । (१५) $\frac{१११}{१००}$ । (१६) $\frac{११}{१६०००}$ । (१७) $\frac{१६३००१}{३००००}$ । (१८) $\frac{१०३}{१६}$ । (१९) $\frac{१६०३१}{३२००}$ । (२०) $\frac{१७५००१}{२५०००}$ । (२१) $२\frac{१}{३}$ । (२२) $७\frac{१}{४}$ । (२३) $८\frac{१}{८}$ । (२४) $१\frac{३}{४}$ । (२५) $२\frac{१}{४०}$ । (२६) $३\frac{१}{३९}$ । (२७) $९\frac{१}{८०}$ । (२८) $६\frac{३}{४००}$ । (२९) $३\frac{१}{३०००}$ । (३०) $७\frac{२७}{४००}$ । (३१) $१२\frac{९}{४०}$ । (३२) $११\frac{१}{१०}$ । (३३) $२\frac{१}{१००००}$ । (३४) $१\frac{७११}{३२००}$ । (३५) $१\frac{२८९}{४००००००}$ । (३६) $१२\frac{१६५}{३०४८}$ । (३७) ·७ । (३८) ·९ । (३९) १२ । (४०) २·४ । (४१) ·००३ । (४२) ·०७२५ । (४३) ·०३२९ । (४४) ·०९ । (४५) १·२३४५ । (४६) ·००२ । (४७) २००·०३ । (४८) ·०१ । (४९) ·०१२५ । (५०) ·०००७९ ।

प्रश्नमाला ९२

(१) ·५। (२) ·२५। (३) ·७५। (४) ·१२५। (५) ·३७५।
(६) १·४३७५। (७) ३·०९३७५। (८) ९·८७५। (९) ३·२८।
(१०) २·६८। (११) ·३३३३३...। (१२) ·१६६६६...। (१३) ·२८५७१...।
(१४) ·२७२७२...। (१५) ·६९२३०...। (१६) १·४४४४४...।
(१७) ७·१८१८१...। (१८) ८·३३३३३...। (१९) १०·३४४८२...।
(२०) ५८·४१६६६...। (२१) ·८, ·७५, ·६६६६...। (२२) ·५, ·४१६६...,
·२७२७...। (२३) ·५५, ·५३३३...,५२५। (२४) ·३७५, ·३१२५, ·२१८७...।
(२५) ·४४, ·४३३३..., ·३५। (२६) ·७७७७..., ·७१४२..., ·६।
(२७) ·०२१६। (२८) ·१२५। (२९) ३·१३५। (३०) ·२।

प्रश्नमाला ९३

(१) ·२५; १०८·७५। (२) ·०३; ७२·१२। (३) ·००४; ·४।
(४) ·२४; ६। (५) ·००५; १·६। (६) ·१२; ७·२। (७) ·०००१;
·०८। (८) ·०६; ११७५४·६। (९) ·०३; १·८। (१०) ·०६; १८०।
(११) ·०५; १४०। (१२) ·०२५; १·५।

प्रश्नमाला ९४

(१) न अन्त होनेवाला। (२) अन्त होनेवाला। (३) न अन्त। (४) अन्त।
(५) न अन्त। (६) न अन्त। (७) न अन्त। (८) न अन्त। (९) न अन्त।
(१०) न अन्त। (११) अन्त। (१२) अन्त। (१३) अन्त। (१४) अन्त।
(१५) न अन्त। (१६) ३, ६, ७, ९, ११, १२, १३, १४, १५, १७, १८, १९।

प्रश्नमाला ९५

(१) ·३̇। (२) ·२̇। (३) ·७̇१४२८५̇' (४) १·१६̇। (५) १·१̇८̇।
(६) १·५̇३८४६१̇। (७) ·४६̇। (८) १·०̇०९̇। (९) ·२७̇।
(१०) ३·२̇३८०७६९̇। (११) ११·९̇०४७६१̇। (१२) ·०४̇५̇। (१३) ३·७̇८०००३̇।
(१४) ·२०८३̇। (१५) ३·८८̇४६१५३̇। (१६) ७·४̇८१̇। (१७) ५·२̇८५७१४̇।
(१८) १०·०̇७६९२३̇। (१९) ७·१३̇। (२०) ९·६४̇२८५७१̇। (२१) १·००̇१९८̇।
(२२) १३·९४२̇३०७६९̇। (२३) ४·८०३५̇४१४२८̇। (२४) ३·४५५̇६०९७̇।
(२५) ५·१२̇। (२६) ·६̇। (२७) ६·५̇७१४२८̇। (२८) १·७७̇२̇।

(२९) ·१̇२६९८८४̇ । (३०) ४·८̇ । (३१) ·१६̇ । (३२) ०·१५̇ । (३३) ·००१५̇ ।
(३४) ·०००१५̇ । (३५) ·००̇००१५̇ । (३६) ८·१०६̇ । (३७) ३·१३७̇१४२८५̇ ।
(३८) ·०̇५८८२३५२९४११७६४७̇ । (३९) २·१̇०५२६३१५७८९४७३६८४२̇ ।
(४०) ·०̇८६९५६५२१७३९१३०४३४७८२६̇ । (४१) १०·९̇०̇ । (४२) ·०̇९९९०̇ ।
(४३) २·३̇०७६९२̇ । (४४) २·८̇५७१४२̇ । (४५) २७·२̇७̇ । (४६) २·२̇७̇ ।
(४७) ७०·८̇६९५६५२१७३९१३०४३४७८२६०̇ । (४८) १६·७̇१४२८५̇ ।
(४९) ६·०̇७६९२३̇ । (५०) ६४२·८̇५७१४२̇ । (५१) ·८̇ । (५२) ·०००७̇२̇ ।

प्रश्नमाला ९६

(१) ·२२४५̇३४̇ । (२) ·३४७६̇७̇ । (३) ·६७६९६̇ । (४) ·२३४५̇४̇ ।
(५) ·००१̇२३१̇ । (६) ·१२३४̇५२३̇ । (७) ·१२३४̇२३̇ । (८) ·१२३४̇५६२३̇ ।
(९) ·३४̇४४४४४̇; ·२̇४२४२४̇, ·२६̇७८६७८̇ । (१०) ·१०̇२०२, २०२०२०२̇,
·१२̇३४२३४२३४२३४̇, ·३̇७६५३७६५३७६५̇ । (११) ·२३̇३̇, ·७८̇७̇ । (१२) ·३४̇५̇,
·७६̇७̇; ७२̇२̇ । (१३) ·३०७̇७̇, ·७६७̇६̇। (१४) ·०७६̇७६७̇, ·७७७̇७७७̇, ·०००१̇२३̇।
(१५) ·२३८̇८८८̇, ·१२३̇४१२̇, ·०२३̇२३२̇ । (१६) ·३̇३३३̇, ·७̇६७६̇, ·७̇२३०̇ ।
(१७) ·७७७̇७७७७̇, ·१२३̇२४२४२̇, ·२४७̇२३७२३̇ । (१८) ३·४३̇४४४४̇,
·२६̇८६८६८̇, १२̇३१२३१̇ । (१९) ३·४०२̇२̇, ·७८२̇३̇, ·३११̇१̇ ।
(२०) ·४२̇३२३२३̇, ·७२̇७२७२७̇, ·१२̇०३२०३̇ ।

प्रश्नमाला ९७

(१) $\frac{२}{३}$ । (२) $\frac{२}{११}$ । (३) $\frac{१}{७}$ । (४) $\frac{१०}{१३}$ । (५) $\frac{५}{१८}$ । (६) $\frac{४६}{१८०}$ । (७) $\frac{२५}{९९}$ ।
(८) $\frac{२६}{९००}$ । (९) $\frac{१५७}{१९९८०}$ । (१०) $\frac{१६३}{१९८००}$ । (११) $\frac{५२७}{४९५०००}$ । (१२) $\frac{६}{११०}$ ।
(१३) $३\frac{१३}{९९९}$ । (१४) $३\frac{२१४}{४९५}$ । (१५) $७\frac{१४}{४९५}$ । (१६) $३१\frac{७}{९००}$ । (१७) $\frac{५६२}{९९९}$ ।
(१८) $\frac{१}{१८}$ । (१९) $२\frac{१३}{५१}$ । (२०) $१०\frac{१२७१}{४९५०}$ । (२१) $\frac{३७}{३००००}$ । (२२) $\frac{१}{८८}$ ।
(२३) $\frac{२७}{३७००}$ । (२४) $\frac{१०३}{२७०}$ । (२५) $\frac{१}{१४८}$ । (२६) $\frac{४}{१६५}$ । (२७) $\frac{४२}{१११}$ ।
(२८) $\frac{७५७}{३३३०}$ । (२९) $\frac{१}{३९९६}$ । (३०) $\frac{६६०१}{९९०००}$ । (३१) $३\frac{७}{९९९०}$ । (३२) $\frac{२६}{१३३२}$ ।
(३३) $\frac{३१}{३}$ । (३४) $\frac{७६}{११}$ । (३५) $\frac{१२१}{९०}$ । (३६) $\frac{८३}{३०}$ । (३७) $\frac{१६३}{१८०}$ । (३८) $\frac{६११}{३००}$ ।
(३९) $\frac{३३६१}{३३०}$ । (४०) $\frac{२०००३}{४९९५}$ । (४१) $\frac{३१७५३}{१६५०}$ । (४२) $\frac{१६६६}{२२२}$ । (४३) $\frac{४५५१६}{२२२०}$ ।
(४४) $\frac{१३६६६१}{९९९०}$ । (४५) $\frac{४४१}{४४}$ । (४६) $\frac{७२५}{५२}$ । (४७) $\frac{३६६६७}{३३३३}$ । (४८) $\frac{८६६०१}{९९९}$ ।
(५३) ·१ । (५४) ·३६८ । (५५) १·७ । (५६) ·००१ । (५७) ·३ । (५८) ४ ।
(५९) ४ । (६०) १० ।

प्रश्नमाला ९८

(१) ३·७८ं । (२) ·७९३ं२ं । (३) ११·०९५ं । (४) ६·४८ं६ं५३ं ।
(५) ४·८२८ं७ं । (६) १·०३१६ं०८२९०१ं । (७) २·८५७ं९ं । (८) ७·९८ ।
(९) १०·३४५ । (१०) ८·००२ । (११) ·१०ं२९१८३७ं । (१२) ५·३४८ं६५५ं ।
(१३) १९·१७२३०१ं२७ं । (१४) ·००९ं३६६६३ं । (१५) ११·१७ं९९७ं ।
(१६) १·७२३ं०८२७१९ं । (१७) ९ । (१८) ५·८७२ं०३ं ।
(१९) ७५·०१३ं५४६४३५७२४६५ं । (२०) ४ । (२१) ११·५९७ं७९ं४२ं ।
(२२) २·६५४२ं९८७४४१ं । (२३) ९२·४६८ं७५४५५६५३६७३ं४ं ।
(२४) ३·७५९ं३ं । (२५) ३·०ं७७७०४९ं । (२६) ·३ं९४ं८९५६०६६७७७८ं ।
(२७) ·९ं११००१ं । (२८) ·३ं८७ं६५ं । (२९) २·४७२८ं७६ं । (३०) ६·७६५ं२३ं ।
(३१) ·८९१ं०ं । (३२) ६·३४५८ं । (३३) २·४६ं४ं९३३४१२२६०१ं ।
(३४) ·४ं३ं१२ं । (३५) ३·८९३ं८६२९५ं । (३६) ·७१ं६१६०५३४९७२ं४ं ।
(३७) ३·६ं४४२२५५३३१ं । (३८) ·१२३ं०७८६ं । (३९) ७७१·०७३५१ं२७५८२ं ।
(४०) २९·६२३ं०१९६५ं ।

प्रश्नमाला ९९

(१) ·००२ं । (२) १·१ं८५ं । (३) १·३३८८४२...। (४) ·१ं६ं ।
(५) ·१०ं८६४१९७५३ं । (६) ५१·९ं६२ं । (७) ·५ । (८) १०६·५६२५ ।
(९) २३३५·८८२३५२...। (१०) १·५१८१४१...। (११) २·७९४९३२...।
(१२) ·७८ं५७१४२ं । (१३) ·२३६२३२...। (१४) ·०८ं२८१८५३ं ।
(१५) ६९·३९ं५७ं ।

प्रश्नमाला १००

(१) १२०·४ं२८५७१ं । (२) १३३१६·८७५ । (३) ·०७ं५ं । (४) ५ ।
(५) $\frac{५७२०}{११३२९}$ वा ·५०४८...। (६) ३५० । (७) ·१२ । (८) ·०६४८३ं ।
(९) २० । (१०) ·३ं८०९५२ं । (११) ·१२५ । (१२) ११३४४·६ं । (१३) ८ ।
(१४) $\frac{४६७५}{२०९९३}$ वा ·२२२६९...। (१५) ९९८·००१ । (१६) ६२·२ं ।

प्रश्नमाला १०१

(१) ७१५ पै० । (२) २५ पै० । (३) २५ पै० । (४) ८९५ ग्राम ।
(५) ३९८·५ सें० मी० । (६) ७ रु० ३२·५ पै० । (७) २ रु० २ पै० ।
(८) [illegible] पै० । (९) [illegible] पै० । (१०) [illegible] पै०

(११) ३८४ सें० मी० । (१२) २३४ ग्राम । (१३) १ रु० ५२·५ पै० ।
(१४) १०८ रु० ७५ पै० । (१५) १९ रु० ७१ पै० ।
(१६) ६ रु० ३७ पै० । (१७) १ रु० १७ पै० । (१८) २ रु० ५५·६ पै० ।
(१९) ६ किलो ग्राम, ६१२·८४ ग्राम । (२०) ३ किलो ग्राम १७२ ग्राम ।
(२१) २२ घण्टा १९ मि० ४·२७५ सेकण्ड । (२२) ७ रु० ७५ पै० ।
(२३) १८ रु० । (२४) १५ रु० । (२५) १३० रु० ९३·२ पै० ।
(२६) १९·२५ रु० । (२७) ७ रु० ४४ पै० । (२८) ३२ रु० ८४ पै० ।
(२९) ३५७ रु० का $\frac{११}{१३}$, १६१० रु० का ·०२५, ८८ रु० का ·३$\dot{२}$ । (३०) १ रु० का ३$\frac{१}{८}$; १२ रु० का ·२५६; २४० रु० का ·००३$\dot{४}$ । (३१) ९ रु० १४·६ पै० । (३२) २·$\dot{५}$९$\dot{२}$ पै० । (३३) १ रु० ९२ पै० ।
(३४) ६ किलो ग्राम ।

प्रश्नमाला १०२

(१) ३३ रु० ३३ पै० । (२) १० किलो ग्राम । (३) ·९ किलो मीटर ।
(४) ·७७१५९७$\dot{२}$ दिन । (५) ७·७५ । (६) ८·५ रु० । (७) १·३७५ ।
(८) ५·$\dot{७}\dot{२}$ । (९) ७·२३९५८$\dot{३}$ । (१०) ७·०३$\dot{८}$ । (११) ·६५ ।
(१२) ·८$\dot{२}$९$\dot{६}$, (१३) ·६२०५४३...। (१४) ·४८१२८३ । (१५) १·०६८७५ ।
(१६) १·०४५१३$\dot{८}$ । (१७) १·०४५९१८...। (१८) ·४$\dot{६}$८०२१९ ।
(१९) ·२६०४१$\dot{६}$ । (२०) ·७५५$\dot{९}$५२३८$\dot{०}$ । (२१) ·०१०२३३९...।

विविध प्रश्नमाला १०३

(१) २ का मान $\frac{२}{१००}$ है; ७ का $\frac{७}{१००००}$; ३ का $\frac{३}{१००००००}$। (२) ·००$\dot{७}\dot{६}$; $\frac{१६}{५४७५}$ । (३) ·७$\dot{२}$; ३$\frac{४४३}{६६०}$ । (४) ·०००२८२ । (५) ·३६२ ।
(६) ३६११ रु० २५ पै० । (७) ४ किलो ग्राम ४५५ ग्राम ।
(८) ·५०$\dot{६}$ । (९) ९००० रु० । (१०) ·६९६२ । (११) ६४·०९, ४९·३, १·३ । (१२) १५२०६४० । (१३) १०९०९०९०$\frac{१}{११}$ बार । (१४) २९ बार; १·५७६ लिटर बच रहेंगे । (१५) २१ बार; शेष २·०२ । (१६) ·५ ।
(१७) ३३०५ रु० ६२·५ पै० । (१८) ४·२५५ । (१९) ·००५८४...सें० मी० ।
(२०) १३७·१८१२ मीटर । (२१) ११४२; ·०५४ सें० मी० । (२२) ·८०९४ ।
(२३) ८१·६४९२९६ । (२४) ४४८·५२९९००१६ । (२५) ८ । (२६) ·१५ ।
(२७) ५ रु० । (२८) ८१००० रु० । (२९) १५·$\dot{१}$ साल । (३०) ३६ मि० २४ सेकण्ड । (३१) २० रु०; ३० रु० । (३२) क ३६ पौं०; ख १२ पौं०; ग ४ पौं० । (३३) $\dot{१}$

प्रश्नमाला १०४

(१) २·२०५३। (२) ·०५८८२। (३) १·०३१३। (४) ७५·०१४।
(५) ·३६४६। (६) १·११। (७) २·००। (८) १·५०।
(९) १·३३। (१०) १·२५०। (११) १·१६७। (१२) ·२६६६७।
(१३) १·४१०६६। (१४) ·२८७६८। (१५) ·२०२७३। (१५अ) ·९०६।
(१५ब) ·६३२। (१५स) ·१८२। (१६) (१) ३७८४००; (२) ७३६०००;
(३) ·५२०७, (४) ७·३८५; (५) २·०१०; (६) २·०००; (७) ·०३४०७;
(८) ·००९०६३। (१७) ३४५६८००; ८००, ५७०००। (१८) (१) ४; (२) ३·९;
(३) ३·९३। (१९) ·१४३। (२०) ३·१४१५९।

प्रश्नमाला १०४ अ

(१) १·१४२८६। (२) १·०२०४१। (३) ·८५७१४। (४) ·९५२३८।

प्रश्नमाला १०४ क

(१) ७·३०६। (२) ४·२३३। (३) ·००७६। (४) ११८०·५१०४।
(५) १८९·७९४०९। (६) ६४·२०१५३। (७) ७·७०४७४६।
(८) ·३९२७५४। (८अ) ·३३७९९। (८ब) २३·९१७५३। (९) ६६·९३९।
(१०) ·१४३२९२। (१०अ) ·८४९९¢। (१०ब) ·०४१५४।
(१०स) १०·३६७। (१०द) १·११३। (१०य) २·५९७८।
(१०फ) २३१। (१०ज) २८, ६३२, ०००, ०००। (११) १·६१७।
(१२) ·३४४। (१३) १·२२९। (१४) १२·३१०। (१५) ·११७८।
(१६) १९३·७२०४। (१७) ५३०·१३२३७। (१८) ८२३१·६०५५३।
(१९) १०७२·४७६२२७। (२०) १०८४१०१·७०७९६०१। (२०अ) ·००६५।
(२०ब) ·०००७८५। (२१) ·२८१। (२२) २३·२०७०६५। (२३) ·९१३३६।
(२४) ·३७१।

प्रश्नमाला १०४ ख

(१) ·०६२। (२) १·८९२। (३) २०·८८८। (४) ·१४०।
(५) २·०११। (६) १·५२५।

प्रश्नमाला १०५

(१) १३०० रु०। (२) ८४३ पौं० १५ शि०। (३) ७·८९ रु०।
(४) ९ पौं० २ शि०। (५) ४३·९ रु०। (६) १६७५ पौं० १६ शि०।

(७) ३०५·९० रु० । (८) ५४२ पौं० ५ शि० ।
(९) २४८८·३५ रु० । (१०) ४ पौं० ११ शि० ८ पें० ।
(११) २८५ रु० । (१२) ४२ पौं० १५ शि० ।
(१३) २३५ रु० । (१४) ३४१ पौं० ९ शि० ६ पें० ।
(१५) ४४८ रु० । (१६) ८ पौं० ११ शि० ४ पें० ।
(१७) ७५४·३५ रु० । (१८) १७३० पौं० १५ शि० ।
(१९) २८२५·५२ रु० । (२०) ८००२ पौं० ७ शि० ४ पें० ।
(२१) ५४९३·१५ रु० । (२२) २५१ पौं० १५ शि० $६\frac{३}{४}$ पें० ।
(२३) ७०२३·३८ रु० । (२४) ४५५३१ पौं० ११ शि० ३ पें० ।
(२५) ३८३९४ रु० । (२६) २८०५०८ पौं० १३ शि० $७\frac{१}{३}$ पें० ।
(२७) १५०६० रु० ४८ पैसा । (२८) ११८१४ पौं० १[illegible] शि० $११\frac{१}{३}$ पें० ।
(२९) १८२८५४ रु० । (३०) २७७१ पौं० १९ शि० ३ पें० ।
(३१) ४९५११·५५ रु० । (३२) ३९२४७ पौं० ४ शि० $२\frac{१}{४}$ पें० ।
(३३) ६४४१६०·५१ रु० । (३४) ७८९७९ पौं० ३ शि० ४ पें० ।
(३५) २९८६·८३ रु० । (३६) २४३ पौं० १५ शि० $५\frac{१}{१०}$ पें० ।
(३७) २०९६४·३० रु० । (३८) ८३८ पौं० ३ शि० $३\frac{११}{१६}$ पें० ।
(३९) ३३८८८·९७ रु० । (४०) ३३६७३ पौं० ९ शि० $१०\frac{६}{३७}$ पें० ।
(४१) ७६२३·८१ रु० । (४२) ५०२७ पौं० ११ शि० $\frac{३३}{४०}$ पें० ।
(४३) ७५·०५ रु० । (४४) २३६ पौं० ४ शि० $९\frac{८}{४}$ पें० ।
(४५) १०७८·५५ रु० । (४६) ३१ पौं० ९ शि० $१\frac{३१}{३३}$ पें० ।

प्रश्नमाला १०६

(१) १७१ रु० । (२) ४२·७८ रु० । (३) ९३ पौं० $५\frac{५}{१२}$ पेंस ।
(४) ६८ पौं० १४ शि० ९ पें० । (५) १३४७ पौं० ३ शि० $३\frac{१५}{१६}$ पें० ।
(६) १०८ पौं० १५ शि० $३\frac{५}{७}$ पें० । (७) ५७ पौं० ८ शि० ।
(८) ४५ रु० ५ पैसा । (९) ९७·४४ रु० । (१०) १०५·४० रु० ।
(११) २६·६४ रु० । (१२) ८ शि० $१\frac{१}{३}$ पें० ।
(१३) २ पौं० ६ शि० $१\frac{१}{३}$ पें० । (१४) १५ पौं० १७ शि० $६\frac{३७५}{४४८}$ पें० ।
(१५) ५९ पौं० ५ शि० । (१६) १८३८ रु० १५ पैसा ।
(१७) १५८·५५ रु० । (१८) १०९ पौं० १७ शि० ३ पें० ।
(१९) ४०६३·५० रु० । (२०) ४२७९ पौं० ६ शि० $७\frac{१}{३}$ पें० ।
(२१) ११ पौं० ४ शि० $५\frac{१}{४}$ पें० । (२२) ३० टन ६ हंडरवेट १ का० १४ पौंड ।

(२३) ११५१·५० कुन्तल । (२४) २६ पौं० १५ शि० १०$\frac{३}{२}$ पें० ।
(२५) २३६ पौं० ७ शि० ९$\frac{३}{४}$ पें० । (२६) ९२·५२ रु० ।
(२७) ९४९·९९ रु० । (२८) ९ पौं० १७ शि० $\frac{१५८१}{५६००}$ पें० ।
(२९) ४६३२·०७५ रु० । (३०) ७५८५·१७४ रु० ।

प्रश्नमाला १०७

(१) २१ । (२) २४ । (३) २७ । (४) ३१ । (५) ३२ । (६) ८१ ।
(७) ७५ । (८) ९६ । (९) १६५ । (१०) २३४ । (११) २२२ । (१२) १३५ ।
(१३) ३४५ । (१४) ४४० । (१५) ८०४ । (१६) ८४७ । (१७) २२२२ ।
(१८) १६७९ । (१९) १००१ । (२०) १२३४ । (२१) ९०७० । (२२) ७९०६ ।
(२३) ९८७६ । (२४) ४६०७ । (२५) ५६८०४ । (२६) ८००४७ ।
(२७) १५३६७ । (२८) ६०००९८ । (२९) ५४३२०० । (३०) २२३४५६७८९ ।
(३१) ४१ । (३२) ८० । (३३) ७६ । (३४) १०५ । (३५) २५२ । (३६) ५ ।

प्रश्नमाला १०८

(१) ३० । (२) ४० । (३) १८ । (४) २४ । (५) ३६ । (६) ६४ ।
(७) ४२ । (८) ८४ । (९) १०५ । (१०) २३१ । (११) ३१५ । (१२) ७५६ ।
(१३) ५०४ । (१४) ६००६ । (१५) ६६९९० । (१६) २ । (१७) १५ । (१८) २ ।
(१९) ३६०० । (२०) ९०० ।

प्रश्नमाला १०९

(१) ३·४ । (२) २·१७ । (३) ६·२५ । (४) ९·०८ । (५) ·०८ ।
(६) ·०७३ । (७) ३२·९ । (८) २·४०३ । (९) ·०२३१ । (१०) ·००४५ ।
(११) १५·३६७ । (१२) ·८९७ । (१३) ·००१८४९ । (१४) १·००१ ।
(१५) ९६८·८६६९ । (१६) २७·६०२५... । (१७) १·३०३८... ।
(१८) १५·४१४७... । (१९) २·२३६०... । (२०) २९·६०६३... ।
(२१) ·३१६२... । (२२) ·७०७१... । (२३) ४·८०६२... । (२४) ·९४८६... ।
(२५) ४·४७२१... । (२६) ·१२६४... । (२७) ·०२५२... । (२८) २·६४५७... ।
(२९) ८·१२४०... । (३०) ३·६०५५... ।

प्रश्नमाला ११०

(१) $\frac{१४}{७५}$ । (२) ७४$\frac{३}{४}$ । (३) ५$\frac{५}{७}$ । (४) १०$\frac{१}{६०}$ । (५) १$\frac{१}{३}$ । (६) १·$\dot{६}$ ।
(७) ५·$\dot{३}$ । (८) १·८$\dot{३}$ । (९) २·८$\dot{३}$ । (१०) ·२$\dot{६}$ । (११) १·३२२... ।

(१२) ·८४५...। (१३) ·८१६...। (१४) ·७९०...। (१५) ·७६३...।
(१६) ·५७७...। (१७) ·६४५...। (१८) १·५६८...। (१९) ·६३२...।
(२०) २०·४९३...। (२१) ७$\frac{३}{७}$ ।

प्रश्नमाला १११

(१) २·२३६०६७...। (२) ४·१२३१०५ ..। (३) २७·६०२५३६...।
(४) ·०१९५९८...। (५) ·७७४५९६...। (६) १·७३२०५०...।
(७) ·२६४५७५...। (८) ·९२१९५४...। (९) ८७·२८६८८३...।
(१०) ·६१२३७२...। (११) १५·४१४७६५ । (१२) १·३०३८४०...।
(१३) ·८४५१५४...। (१४) ४·८८२३०४...। (१५) ·०३०७०८...।
(१६) ३·१६२२७७...।

प्रश्नमाला ११२

(१) ११ । (२) २५ । (३) ३६ । (४) ४८ । (५) ४९ । (६) ७२ ।
(७) १३ । (८) ५७ । (९) ८९ । (१०) ९७ । (११) २४७ । (१२) ४७३ ।
(१३) ९४५ । (१४) ९५६ । (१५) ६०३१ । (१६) ५५१ । (१७) ९००९ ।
(१८) २२२२ । (१९) ४५३३३ । (२०) १११११११११ ।

प्रश्नमाला ११३

(१) २·६ । (२) ५·१ । (३) ·७९ । (४) ४०·१ । (५) २·६५ ।
(६) ·१९७ । (७) ·९५७ । (८) ·१०१ । (९) $\frac{४}{७}$ । (१०) $\frac{६}{५३}$ । (११) ३$\frac{२}{३}$ ।
(१२) १९$\frac{५}{११}$ । (१३) ·$\dot{३}$ । (१४) ११·$\dot{६}$ । (१५) १५·$\dot{६}$ । (१६) ३$\frac{३}{५}$ ।
(१७) २$\frac{३}{४}$ । (१८) १·$\dot{३}$ । (१९) १·५२३...। (२०) २·२२३...।
(२१) २·८८४...। (२२) १·९५९...। (२३) ·९२८..। (२४) ·६४६...।
(२५) ·४६४...। (२६) ·५८४...। (२७) ·१६७...। (२८) १·७५९...।

प्रश्नमाला ११४

(१) १·५२३९१३...। (२) २·८८४४९९...। (३) १·९५९१७२...।
(४) ·१२५९९२...। (५) ·१४४२२४...। (६) २·६४८७५१...।

प्रश्नमाला ११५

(१) ४ । (२) २२ । (३) ३६ । (४) ६·३ । (५) ९ । (६) २·६ ।
(७) ५४ । (८) ४ । (९) ५ । (१०) २·४३४...।

प्रश्नमाला ११६

(१) १८० वर्ग मीटर। (२) ३२० वर्ग मीटर। (३) ११६·६८ वर्ग मीटर। (४) ६०·६७ वर्ग मीटर। (५) ७६·१८ वर्ग मीटर। (६) ६३८ वर्ग मीटर। (७) ११ मीटर। (८) २·८० मीटर। (९) ५० मीटर। (१०) २५ मीटर। (११) १०५६·२५ वर्ग मीटर। (१२) १८२·२५ वर्ग मीटर। (१३) २१००। (१४) १८। (१५) १६७·४० रु०। (१६) १७५ रु० ५० पै०। (१७) १७·२५ वर्ग मीटर। (१८) ५५६ वर्ग मीटर। (१९) ११६३६। (२०) ७५० रु० ३१·२५ पै०। (२१) ७५·६० वर्ग मीटर; १८ रु० ९० पै०। (२२) ४३२ वर्ग मीटर। (२३) २·५० मीटर। (२४) ३·६८ वर्ग मीटर। (२५) ५ सें० मी०। (२६) २ मीटर। (२७) १९४ रु० १८·४ पै०। (२८) २५ मीटर। (२९) १०२४ वर्ग मीटर। (३०) ३००। (३१) ७७४ रु०।

प्रश्नमाला ११७

(१) २२० मीटर। (२) ८·७० मीटर। (३) ११२० मीटर। (४) ५० मीटर। (५) ५·६५६...मीटर। (६) ४२·४२...मीटर। (७) १८ मीटर। (८) ४८ मीटर। (९) ३४ मीटर। (१०) २८·०७ मीटर।

प्रश्नमाला ११८

(१) ३० मीटर। (२) ३० मीटर। (३) ६४ मीटर ७८ सें० मी०। (४) ४३० रु० ५० पै० (५) ७५ वर्ग मीटर। (६) ५७ वर्ग मीटर। (७) ६३·५० वर्ग मीटर। (८) ३०० मीटर। (९) १३३$\frac{1}{3}$ मीटर। (१०) २९७·५० मीटर। (११) ३४९. मीटर। (१२) ६३·७५ रु०। (१३) ११·६० रु०। (१४) १५८$\frac{2}{5}$ रु०। (१५) २१·२५ मी०। (१६) १२·१६ रु०। (१७) ४·२५ रु०। (१८) २·५० मीटर। (१९) ५० सें० मी०। (२०) ११२५ रु०। (२१) ३५०·२५ रु०। (२२) ४·५ मीटर। (२३) ४३२ रु०। (२४) २१·३० रु०। (२५) ८२४। (२६) चौड़ाई ६ मीटर, ऊँचाई ५ मीटर। (२७) ३४ रु० २० पै०।

प्रश्नमाला ११९

(१) ४००० हेक्टो लिटर। (२) १८३७,५० हेक्टो लिटर। (३) १५७५ हेक्टो लिटर। (४) ७८·७५ हेक्टो लिटर। (५) १३९२ हे० लि०। (६) ३३७५ लिटर। (७) १५०० किलो ग्राम। (८) ८३६८।

(९) १५०००० डोल। (१०) ४८ मि०। (११) १०००।
(१२) ४३३५१२ किलो ग्राम। (१३) ·०८। (१४) १३·५ घन मीटर।
(१५) ७५०० रु०। (१६) ७ मीटर। (१७) ८ सें० मी०। (१८) ६६७० रु०।
(१९) ८९·१। (२०) १६२ रु०। (२१) १००। (२२) १४ सें० मी०।
(२३) ३ मीटर। (२४) ६१६५ ग्राम। (२५) ४९६ किलो० ८८८ ग्राम।
(२६) ३६०। (२७) ५ मीटर। (२८) ३४७७६ रु०।
(२९) ६५५ रु०; २३५८०।

प्रश्नमाला १२०

(१) ३० पै०। (२) २ रु०। (३) ६ रु०। (४) ९३·२५ किलो ग्राम।
(५) ६० सें० मी०। (६) ५·०८ रु०। (७) ४ पै०। (८) ३५७·५० रु०।
(९) १०·५० रु०। (१०) ३३ एकड़। (११) ३३$\frac{1}{16}$ मील। (१२) ७३·५० रु०।
(१३) ९६ पै०। (१४) २२·५० रु०।

प्रश्नमाला १२१

(१) ३० दिन। (२) ६०। (३) २७० दिन। (४) ३३००० किलो मीटर।
(५) ९१। (६) ४$\frac{1}{3}$ दिन। (७) ७। (८) ४$\frac{1}{2}$ दिन। (९) ११।
(१०) ४ किलो ग्राम। (११) ३७०। (१२) २७०। (१३) २।

प्रश्नमाला १२२

(१) २०७९० रु०। (२) २० रु०। (३) १५·७५ रु०। (४) ६५० रु०।
(५) २१० रु०। (६) ४८·३६ रु०। (७) २४०। (८) ४८।
(९) १६८० रु०। (१०) १८ किलो ग्राम। (११) १४० रु०। (१२) ७·१५रु०।
(१३) २० मनुष्य। (१४) १·५० रु०। (१५) १९२ रु०। (१६) १८·७५ रु०।
(१७) ३९३७·५० रु०। (१८) १६३३६ रु०। (१९) १७६४०रु०। (२०) २४० रु०।
(२१) ४७२·८५ रु०। (२२) ७$\frac{1}{2}$ दिन। (२३) ३१·८६ रु०। (२४) ५६ रु०।
(२५) १६८ रु०। (२६) २१ रु०। (२७) ९ रु०। (२८) ४·१८ रु०।
(२९) १४४ एकड़। (३०) २० किलो ग्राम। (३१) ९३७·५० रु०। (३२) २५ दिन।
(३३) २२·५०। (३४) ४६१८। (३५) १००। (३६) ४०० मीटर।
(३७) ७२ किलो०। (३८) १५। (३९) १२ रु०। (४०) ६०० रु०।
(४१) ३२० एकड़। (४२) ३९० रु०। (४३) ९·६० रु०।

प्रश्नमाला १२३

(१) ६। (२) ६। (३) ८। (४) १५। (५) १०। (६) ७० किलो ग्राम। (७) ४। (८) ३ घण्टे। (९) १८० दिन। (१०) ३५ दिन। (११) ४१$\frac{२}{३}$ रिम। (१२) ४। (१३) ६ मास। (१४) ४१$\frac{१}{४}$ मीटर।

प्रश्नमाला १२४

(१) २। (२) ५। (३) ३। (४) ७। (५) ५०। (६) ६७$\frac{१}{२}$। (७) २२$\frac{६}{७}$। (८) ३२। (९) ४२८·७५। (१०) ५०। (११) ३०६·२५। (१२) ५३$\frac{१}{३}$। (१३) ७५। (१४) ४८ पै०। (१५) २३$\frac{१}{३}$। (१६) ६० मीटर। (१७) २$\frac{१}{२}$ पौं०। (१८) १२ ६० रु०। (१९) ८। (२०) १० आ०। (२१) १०$\frac{२}{७}$। (२२) १५।

प्रश्नमाला १२५

(१) ६। (२) ३$\frac{१}{२}$। (३) ११$\frac{१}{५}$। (४) ९०$\frac{१८}{३५}$। (५) २४। (६) ९। (७) १६। (८) ३३$\frac{६}{१४३}$। (९) २६$\frac{८}{१७}$। (१०) १०। (११) १६ रु०। (१२) ८० रु०। (१३) १६ दिन। (१४) ११८·७५ रु०।

प्रश्नमाला १२६

(१) १८० रु०। (२) ४५२·१६ रु०। (३) ३६० रु०। (४) ६३ पै०। (५) २० पै०। (६) ३ पै०। (७) २६६२ रु० ४४ पै०। (८) ४००० पौं०। (९) ४००० रु०। (१०) ३००० रु०। (११) ३ पै०। (१२) $\frac{३}{१००}$। (१३) ४००० पौं०। (१४) ६००० रु०।

प्रश्नमाला १२७

(१) ४$\frac{४}{९}$ घण्टे। (२) १$\frac{२३}{३७}$ दिन। (३) १$\frac{४७}{१६३}$ घण्टे। (४) ४ दिन: क $\frac{७}{५}$, ख $\frac{१}{३}$, ग $\frac{४}{१५}$। (५) १२ दिन। (६) १ घण्टा। (७) ७$\frac{१}{१७}$ मि०। (८) ४$\frac{१}{२}$ घण्टे। (९) क, २०$\frac{४}{१३}$; ख, ८$\frac{१६}{३१}$; ग, ७$\frac{१६}{३५}$ दिन। (१०) २$\frac{७४}{१०३}$ दिन। (११) १८ दिन। (१२) १३$\frac{१}{३}$ दिन। (१३) १२० दिन। (१४) ४$\frac{४}{५}$। (१५) प्रत्येक ६० दिन में। (१६) ७$\frac{२३}{३१}$। (१७) ५$\frac{१४५}{३२१}$ घण्टे। (१८) १२ घण्टे। (१९) १६। (२०) ६$\frac{१}{४}$। (२१) १० बजे। (२२) ३२। (२३) २५ दिन। (२४) ७६। (२५) १२$\frac{६}{७}$ मिनट। (२६) ४ घण्टे। (२७) ५६$\frac{२}{३}$ दिन।

प्रश्नमाला १२८

(१) २ बजकर $३९\frac{४७}{६४}$ मि० संध्या के। (२) २ बजकर $४८\frac{६}{३५}$ मि० संध्या के। (३) ९ बजे रात के शुक्रवार को। (४) ११२ दिन १२ घण्टे (ठीक समय के) बाद; प्रथम में ७ बजकर $४८\frac{३}{४}$ मि० संध्या के, द्वितीय में ८ बजकर $१८\frac{३}{४}$ मि० संध्या के। (५) ८ बजकर $४७\frac{४८१}{५७७}$ मिनट प्रातः के। (६) सुस्त $१३\frac{११}{१३}$ मि० आगे रखनी चाहिए, या तेज़ $१३\frac{२६}{३१}$ मि० पीछे रखनी चाहिए।
(७) ३ दिसम्बर के ३ बजे संध्या के। (८) ९ मिनट। (९) $\frac{१}{३}$ मिनट। (१०) ४ बजे संध्या के। (११) मङ्गल को ४ बजे संध्या के। (१२) $१\frac{५}{६}$ मि० ९ बजे बाद। (१३) दूसरे मङ्गल को ४ बजकर $५४\frac{१}{६}$ मि० और ४ बजकर $३२\frac{१}{३}$ मि० संध्या के। (१४) ६ बजकर $१०\frac{१०}{३९}$ मि०। (१५) $\frac{१}{३}$ सेकण्ड। (१६) १ बजकर $५०\frac{७०}{१८३}$ मि० संध्या के। (१७) १३ मार्च को उसी घण्टे पर जिस पर कि वह ठीक की गई थी। (१८) ५ दिन पहले उसी घण्टे पर; २३५ दिन बाद उसी घण्टे पर। (१९) $२\frac{२}{३५९९}$ मिनट।

प्रश्नमाला १२९

(१) (क) २ बजकर $१०\frac{१०}{११}$ मि० बाद; (ख) $२७\frac{३}{११}$ मि०; (ग) $४३\frac{७}{११}$ मि०; (घ) २४ मि०; (ङ) $३४\frac{१०}{११}$ और $५२\frac{४}{११}$ मि०। (२) (क) ३ बजकर $१६\frac{४}{११}$ मि० बाद; (ख) $३२\frac{८}{११}$ मि०; (ग) $४९\frac{१}{११}$ मि०; (घ) $३\frac{३}{११}$ मि०, और $२९\frac{५}{११}$ मि०; (ङ) $४०\frac{४}{११}$ मि०, और $५७\frac{६}{११}$ मि०। (३) (क) ६ बजकर $३२\frac{८}{११}$ मि० बाद; (ख) $१६\frac{४}{११}$ मि० और $४९\frac{१}{११}$ मि०; (ग) कोई समय नहीं, (घ) $१९\frac{७}{११}$ मि० और $४५\frac{६}{११}$ मि०; (ङ) $८\frac{८}{११}$ मि०, और $५६\frac{८}{११}$ मि०। (४) (क) कोई समय नहीं; (ख) $१६\frac{४}{११}$ मि०. और १२ बजे बाद $४९\frac{१}{११}$ मि०, (ग) $३२\frac{८}{११}$ मि०; (घ) $१३\frac{१}{११}$ मि०, और $५२\frac{४}{११}$ मि०; (ङ) २४ मि०, और $४१\frac{५}{११}$ मि०। (५) (क) ७ बजकर $३८\frac{२}{११}$ मि० बाद; (ख) $२१\frac{६}{११}$ मि०, और $५४\frac{६}{११}$ मि०; (ग) $५\frac{५}{११}$ मि०; (घ) $२५\frac{१}{११}$ मि० और $५१\frac{३}{११}$ मि०, (ङ) $१४\frac{२}{११}$ मि०। (६) (क) १० बजकर $५४\frac{६}{११}$ मि० बाद; (ख) $५\frac{५}{११}$ मि०, और $३८\frac{२}{११}$ मि०; (ग) $२१\frac{६}{११}$ मि०; (घ) $२\frac{५}{११}$ मि० और $४१\frac{५}{११}$ मि०; (ङ) $१३\frac{१}{११}$ मि० और $३०\frac{६}{११}$ मि०। (७) २ बजकर $२२\frac{२}{३१९}$ मि० बाद। (८) ५ बजकर $२७\frac{५४३}{६७१}$ मि० बाद। (९) ५ बजकर $४१\frac{४६}{४५१}$ मि० बाद। (१०) १२ बजकर $४\frac{४}{११}$ मि० बाद। (११) $\frac{१}{३}$ मि० दर्जे पीछे। (१२) $५६\frac{८}{७७}$ मि० तेज़।

प्रश्नमाला १३०

(१) ४८ सेकण्ड में। (२) ४१७ किलो मीटर। (३) ७$\frac{१}{२}$ बजे संध्या को; ३५१ किलो मीटर कलकत्त से। (४) प्रातः के ४ बजकर १८ मिनट ४५ से० पर; ३५१ किलो मीटर कलकत्ते से। (५) ४$\frac{४}{५}$ सेकण्ड। (६) ३६ सेकण्ड। (७) ५·६० और २·४० किलो मीटर प्रति घण्टा। (८) १ घण्टा ५० मि०। (९) १५० मीटर। (१०) १० बजकर १५ मि० प्रात; के। (११) २२१·६० किलो०। (१२) १८ किलो मीटर कलकत्ता से। (१३) १० किलो मीटर। (१४) ख के चलने के ५ मि० २४$\frac{१०}{११}$ सेकण्ड बाद। (१५) ९ बजकर ९$\frac{३}{१३}$ मि० प्रातः के। (१६) ३८४ किलो मीटर। (१७) ६ किलो मीटर और ५ किलो मीटर प्रति घण्टा। (१८) ११ किलोमीटर। (१८क) ११$\frac{१}{४}$ किलो मीटर। (१९) ९ घं० ३७$\frac{८}{११}$ मि०। (२०) १० घं० ४६ मि०। (२१) ४६। (२२) १६ मि० ४२ से०। (२३) ३ घं० ५५ मि०।

प्रश्नमाला १३१

(१) (१) १० घं०; (२) १$\frac{३}{७}$ घं०। (२) (१) ७$\frac{१}{२}$ घं०; (२) १$\frac{७}{८}$ घण्टा। (३) ३१$\frac{१}{२}$ दिन। (४) ३०० दिन; ३०० दिन। (५) ३ घं०; ६ घं०।

प्रश्नमाला १३२

(१) ५$\frac{५५}{११}$ मि०। (२) ७९$\frac{१}{११}$ मीटर। (३) ८० मीटर। (४) ९ मि० ३६ से०। (५) ग ५ पाइण्ट ख को दे सकता है। (६) ख जीता १२६$\frac{२}{३}$ मीटर और १ मि० १६ से० से। (७) ५। (८) ग जीता ६०$\frac{२३}{७३}$ मीटर से। (९) क, १ मि० १५$\frac{१६३}{१७६}$ से०; ख, १ मि० २०$\frac{१}{२}$ से०; ग, १ मि० २३ से०। (१०) क जीता ६८$\frac{२८}{८५}$ मीटर से। (११) ९। (१२) क को १६$\frac{२४}{१२५}$ से०; ख को १७$\frac{३}{५}$ से; ग को १८$\frac{२}{५}$ से०। (१३) १७६ मीटर। (१४) ५। (१५) क को १५ मि० ५० से; ख को १६ मि० २० से०; ग को १६ मि० ४० से०। (१६) ग जीता $\frac{१७६०}{३७४१}$ मीटर से।

प्रश्नमाला १३३

(१) ४ रु०। (२) १९$\frac{४}{९}$ कि० ग्रा०। (३) १८८५ घोड़े। (४) १०$\frac{५}{३४}$ दिन। (५) ३$\frac{४}{७}$ दिन। (६) ३२। (७) ४·८० रु०।

प्रश्नमाला १३४

(१) १०। (२) १८०० एअर। (३) २६४ दिन। (४) ७५ मनुष्य। (५) ८ घोड़े। (६) १०$\frac{३०}{३७}$ दिन। (७) ३२ रु०। (८) ३० मनुष्य। (९) ३० रु०। (१०) २१ मास। (११) ८ मनुष्य। (१२) ६ पम्प।

(१३) $४३\frac{१}{३}$ दिन। (१४) १२० मनुष्य। (१५) $९\frac{३}{५}$ घण्टा। (१६) २७ मनुष्य। (१७) ९ दिन। (१८) २५ मनुष्य। (१९) १० दिन। (२०) १० दिन। (२१) $४\frac{१}{३}$ घंटा। (२२) ४०० ग्राम। (२३) ८ लैम्प। (२४) ४ तोपें। (२५) ७ मनुष्य। (२६) ४। (२७) $३०\frac{८}{९}$। (२८) ७५ ए। (२९) २९५ रु० $२३\frac{१७}{२१}$ पै०। (३०) ७५ एकर। (३१) ५७७·५० ग्राम। (३२) २० घण्टे। (३३) ३ मनुष्य।

प्रश्नमाला १३५

(१) १०० रु०। (२) ६० पै०; १·५० रु०। (३) ५ रु०; ८ रु०। (४) २० रु०; ५० रु०। (५) ४८ दिन। (६) २८ दिन। (७) $५४\frac{६}{११}$ दिन। (८) ४ दिन। (९) १ पुरुष $७\frac{१}{५}$ घण्टे में; एक लड़का १८ घण्टे में; १ पुरुष तथा एक लड़का $५\frac{१}{७}$ घण्टे में। (१०) ६ मनुष्य। (११) १० घण्टा।

प्रश्नमाला १३६

(१) $\frac{५}{७}$। (२) $\frac{३}{५}$। (३) $\frac{६}{११}$। (४) $\frac{४}{७}$। (५) $\frac{१४}{२९}$। (६) $\frac{२५}{३६}$। (७) $\frac{२}{३}$। (८) $\frac{३}{५}$। (९) $\frac{६}{५}$। (१०) ५ : ४। (११) १ : ४। (१२) १ : १। (१३) १ : ४। (१४) ७ : ८ बड़ा है। (१५) १८ : २९ बड़ा है। (१६) ४ : ५ सबसे बड़ा, २ : ३ सबसे छोटा। (१७) ७ : ११ सबसे बड़ा, ६ : ७ सबसे छोटा। (१८) हाँ। (१९) नहीं। (२०) हाँ। (२१) $१०\frac{२}{७}$। (२२) $५\frac{१}{५}$। (२३) ·०००२। (२४) १८ किलो ग्राम। (२५) १ पौं० ६ शि० ८ पें०। (२६) ४५ पुरुष। (२७) २२५० किलो ग्राम। (२८) ३० घण्टा। (२९) ७ रु०। (३०) १४। (३१) ३९। (३२) ७२८०। (३३) $\frac{५}{२१}$। (३४) $३\frac{३}{४}$। (३५) ·०६। (३६) २५। (३७) $४\frac{१७}{२५}$। (३८) ७८ पै०। (३९) १७ : १०। (४०) २७ : ६४। (४१) २ : १। (४२) १९२ : २४०; २८० : ३१५। (४३) ४० रु०। (४४) १८·५ ग्राम। (४५) ३९६ सें० मी०। (४६) १५ : १६। (४७) ३२ रु०। (४८) ३० लिटर, २० लिटर। (४९) ४० लिटर। (५०) १६ : १५।

विविध प्रश्नमाला १३७

(१) १७। (२) २०४ रु०। (३) $३^२ \times ५ \times ७^२ \times ११^२ \times १३^२$; ५। (४) $\frac{१६३}{३१०}$। (५) १८। (६) ९९९६ और १०२०। (७) ६५ रु० ५० पै०। (८) ८। (९) २५। (१०) ६६ किलो ग्राम। (११) ३०२० पुरुष; २७०० स्त्रियाँ। (१२) २९०·१६ रु०। (१३) ६३ बार। (१४) $३\frac{३}{६१}$। (१५) १२३। (१६) ३० रु०। (१७) ८४। (१८) पाँचों में से प्रत्येक को १५·६६ रु०, बाक़ी मनुष्यों में से प्रत्येक को ७·८३ रु०। (१९) १३। (२०) ·०२०३१२५।

(२१) ·०१६ एअर। (२२) १४$\frac{२७}{३५}$ दिन। (२३) ६। (२४) २० मीटर। (२५) १३$\frac{१}{५}$ लिटर। (२६) १०१५ वर्ग मीटर। (२७) ४$\frac{२३}{६३}$ घं०। (२८) ५० वर्ष। (२९) १० लिटर। (३१) ·८३। (३२) १३५ रु०, २० सें० मी०। (३३) ३० पैं०। (३४) $\frac{५३१०}{३०३६}$। (३५) पहले मनुष्य को २ रु० अधिक लाभ। (३६) ४५५। (३७) $\frac{८०}{८१}$; $\frac{१}{१६१}$। (३८) ५ मीटर। (३९) ५८८८ रु०। (४०) १४। (४१) ४। (४२) ·६५५२। (४३) ५००००००। (४४) २८४७·६; $\frac{१७१}{१०००}$। (४५) १४ रु०। (४६) ४२ ल०; २० फल। (४७) $\frac{३}{४}$। (४८) ५६४ व० सें० मी०। (४९) १३$\frac{१}{३}$ दिन। (५०) ३६०० रु०। (५१) ३·२५ रु० और ४ पैं०। (५२) १२५ मि०। (५३) २७·१। (५४) १$\frac{२३}{३५}$ रु०; ३·८३ रु० निकटतम पैं०। (५५) ९$\frac{३}{४}$ सप्ताह; ६८२५ रु०। (५६) ४ लिटर। (५७) ३$\frac{३}{४}$ घं०। (५८) रात को ११ बजे। (५९) दिन के १ बजे; कलकत्ते से १९२ किलो०। (६०) ३८४०००। (६१) ३९। (६२) १२$\frac{३}{५}$ मि० के बाद। (६३) २१२० रु०। (६४) ४ मिली मीटर। (६५) १२८। (६६) १४ मीटर। (६७) १४$\frac{२}{३}$ दिन। (६८) सोमवार, १२ बजकर ८ मि० दिन के; ११ बजकर ५६ मि० प्रातः के। (६९) ६६ मीटर। (७०) २५६० रु०। (७१) ५९$\frac{७}{१३}$। (७२) १४ मीटर; ७ मीटर; २$\frac{२}{३}$ मीटर। (७३) १ बजकर, १५ मि०। (७४) २२५०। (७५) २·४ किलो; २ घण्टा। (७६) १२·८ किलो मीटर प्रति घण्टा। (७७) ८ किलो ग्राम। (७८) १००८। (७९) ११५·२। (८०) ४५। (८१) ६:५। (८२) $\frac{७}{१८६०}$। (८३) ५। (८४) ६३ सेकण्ड। (८५) २०$\frac{३०}{६७}$ मीटर। (८६) १० घण्टे। (८७) २९ हिस्सा मदिरा और ४१ हिस्सा पानी। (८८) क, ५ रु० ४ आ०; ख, १७ रु० १२ आ०; ग, २४ रु०। (८९) ४$\frac{१०}{११}$ और १६$\frac{१२}{११}$ मि० पर दो बजे बाद। (९०) ३०$\frac{१५}{३३}$ से०। (९१) १८ पाइण्ट। (९२) एक गाय २४० रु०; एक भेड़, ६० रु०। (९३) ७ : १७। (९४) ७$\frac{१}{३}$। (९५) ७·०४ किलो मीटर प्रत्येक घण्टा। (९६) ख $\frac{३}{२४}$ मीटर से जीतेगा। (९७) ४ दिन। (९८) २ ग्राम। (९९) ३९२$\frac{१७}{३४}$। (१००) ५५ मि०। (१०१) ५ मि० १५ से०। (१०२) १५२ दिन। (१०३) ४ लि०। (१०४) ११७९·३६ रु०। (१०५) क, ३६ दिन में, ख, ४८ दिन में; ग, २८$\frac{४}{५}$ दिन में। (१०६) ३२ किलो मीटर प्रति घण्टा। (१०७) ३६० से०। (१०८) १५। (१०९) २ : १।

प्रश्नमाला १३८

(१) २५ रु०; ५० रु०; ७५ रु०; १०० रु०। (२) १६२ रु०; १३५ रु०; ५४ रु०; १८ रु०। (३) ७, ४$\frac{१}{५}$, ६$\frac{२}{३}$, ७$\frac{५}{६}$ टन।

(४) ७५, १००, ११२$\frac{१}{२}$, १२०, १२५। (५) ७·२० रु०; ४·५० रु०।

(६) १०६ रु०। (७) १३२० रु०; १४३० रु०।

(८) १००$\frac{४}{५}$ किलो ग्राम। (९) २५० किलो ग्राम।

(१०) ५०००० । (११) ४० रु०, ३० रु०, २० रु०।

(१२) १२ रु०, १६ रु०, ८ रु०। (१३) २४० रु०, ८० रु०, ४० रु०।

(१४) १८ रु०, ६ रु०, ८ रु०। (१५) ८ रु०, ६ रु०।

(१६) १२, १०, ८। (१७) ६ रु० १० रु०, ५ रु०।

(१८) पुरुष ५ रु०, स्त्री ३ रु०, लड़का २ रु०। (१९) २·५० रु०।

(२०) पुरुष ३·२४ रु०, स्त्रियाँ ३·२४ रु०, बच्चे १·३५ रु०।

(२१) १८ रु०, १२ रु०, ९ रु०। (२२) $\frac{१४}{७५}$ किलो ग्राम।

(२३) २०, ३०, ४०, ५०, (२४) ५०। (२५) १० रु०, ४८ पचास पैसे के सिक्के, ६४ पचीस पैसे के सिक्के। (२६) पुरुष २·५० रु०, स्त्री १ रु०, लड़का $\frac{४}{५}$ रु०। (२७) $\frac{३}{७}$, $\frac{२}{५}$, $\frac{१}{३}$। (२८) ७२ रु०, ४२ रु०, ३० रु०।

(२९) व्यासार्द्ध $\frac{\sqrt{१}}{\sqrt{३}}$ और $\frac{\sqrt{२}}{\sqrt{३}}$ मीटर।

(३०) २५००० रु०। (३१) ५७।

प्रश्नमाला १३९

(१) ७०, १०० रु०, १५० रु०। (२) ७८० रु०, ५२० रु०।

(३) १२०० रु०। (४) ४५०० रु०, ३००० रु०, ३००० रु०।

(५) ३३७२ रु० ५० पै०। (६) ४८० रु०, ३६० रु०, २४० रु०।

(७) १७·५० रु०, १५ रु०, १२ रु०। (८) ७ रु०; ६ रु०; ४·५० रु०।

(९) २८६ रु०, १६३·८० रु०। (१०) ५८३$\frac{२}{३}\frac{१}{१३}$ रु०; ४९८$\frac{१}{३}\frac{२}{१}\frac{६}{३}$ रु०; २१८$\frac{१}{३}\frac{६}{१}\frac{६}{३}$ रु०।

(११) १०० रु०। (१२) ३६६ रु०। (१३) १६८·७५ रु०। (१४) ३०।

प्रश्नमाला १४०

(१) ३ और १ अनुपात से। (२) ८ : ५।

(३) ९ और ११ के अनुपात से। (४) १९७ : १८०।

(५) ३३ और २ के अनुपात से। (६) १ : ४। (७) प्रत्येक को ८$\frac{१}{६}$ पौं०।

(८) २५० किलो ग्राम ·७५ रु० की दर से; ३५० किलो ग्राम ·५५ रु० की दर से। (९) ४$\frac{२}{३}$ लिटर। (१०) ५ : ४; ४ रु०।

(११) ३, ३, २, २ के अनुपात से। (१२) १, १, ५ के अनुपात से।

(१३) १० लिटर। (१४) ४, ६, ९ के अनुपात से। (१५) ५२, ७८, ५१, ६८ के अनुपात से।

प्रश्नमाला १४१

(१) ३। (२) १३$\frac{५}{६}$। (३) ७$\frac{४}{५}$। (४) ४·३४। (५) ११$\frac{१}{५}$।
(६) ८·६४ रु०। (७) १२५। (८) ५९·४० रु०।
(९) ६७·५ किलो ग्राम। (१०) १४·५५ रु०। (११) २६$\frac{२}{५}$ किलो०।
(१२) १०५ किलो ग्राम। (१३) १४ वर्ष। (१४) ४३ वर्ष।
(१५) ५६ किलो ग्राम। (१६) ११ वर्ष। (१७) १७·४६ रु०। (१८) ७० रु०।
(१९) ६३°, ७५°।

प्रश्नमाला १४२

(१) $\frac{१}{८}$। (२) $\frac{१}{३}$। (३) $\frac{१}{४००}$। (४) $\frac{३}{८००}$। (५) १$\frac{१}{४}$। (६) ३५ रु०।
(७) १०·५० किलो ग्राम। (८) ३ रु०। (९) १२१८। (१०) $\frac{६}{५०}$ वर्ग सें० मी०। (११) ४२·५ किलो ग्राम। (१२) ७५० रु०। (१३) ३५९२९।
(१४) १२००० रु०। (१५) ५१·९० रु०। (१६) ४५० रु०।

प्रश्नमाला १४३

(१) २५ प्रति शत। (२) १६$\frac{२}{३}$ प्रति शत। (३) ३$\frac{१}{३}$ प्रति शत।
(४) ४० प्रति शत। (५) ४२$\frac{६}{७}$ प्रति शत। (६) ३५ प्रति शत।
(७) ८८$\frac{८}{९}$ प्रति शत। (८) १९$\frac{१६}{६६}$ प्रति शत। (९) ४६८$\frac{३}{४}$ प्रति शत।
(१०) १३८ प्रति शत। (११) ५० प्रति शत। (१२) २० प्रति शत।
(१३) २० प्रति शत। (१४) ५७$\frac{१}{७}$ प्रति शत। (१५) २१० प्रति शत।
(१६) ५० प्रति शत। (१७) ८७$\frac{४१}{५७}$ प्रति शत। (१८) २४ प्रति शत ?
(१९) १२$\frac{१}{२}$ प्रति शत। (२०) शोरा ७५ प्रति शत, गन्धक १० प्रति शत और कोयला १५ प्रति शत। (२१) ८$\frac{१}{३}$ प्रति शत।

प्रश्नमाला १४४

(१) २२०। (२) १२००। (३) २५। (४) १०८००। (५) १००। (६) १२९६$\frac{६}{७}$।
(७) ४८७५ रु०। (८) ५००० रु०। (९) १३००० । (१०) १५० रु०।

विविध प्रश्नमाला १४५

(१) १·२० रु० । (२) ८००० रु० । (३) ४५४५$\frac{५}{११}$ रु० । (४) १२८ ।
(५) २५०० रु० । (६) ३५ प्रति शत । (७) ५४$\frac{२}{७}$ प्रति शत ।
(८) २$\frac{६४६}{६४७}$ प्रति शत घटोतरी । (९) ५० किलो ग्राम ।
(१०) ९$\frac{१}{११}$ प्रति शत । (११) १८$\frac{२}{११}$ प्रति शत । (१२) ९$\frac{१}{११}$ प्रति शत ।

प्रश्नमाला १४६

(१) १७५ रु० । (२) २४५ रु० । (३) ७५$\frac{३}{५}$ रु० ।
(४) ७००३$\frac{५}{८}$ रु० । (५) २८००० रु० । (६) ८९६०० रु० ।
(७) ३००० रु० । (८) १०,००० रु० । (९) २६० रु० ।
(१०) ५१५४$\frac{६२}{९७}$ रु०; १५४$\frac{६२}{९७}$ रु० ।

प्रश्नमाला १४७

(१) २५ प्रति शत । (२) २५ प्रति शत । (३) ३३$\frac{१}{३}$ प्रति शत ।
(४) ४$\frac{४}{७}$ प्रति शत लाभ । (५) ४$\frac{१}{६}$ प्रति शत लाभ ।
(६) ३३$\frac{१}{३}$ प्रति शत । (७) ३२ रु०; १·९० रु० । (८) २०·७० रु० ।
(९) १२ नारङ्गियाँ । (१०) १ रु० १२·५ पैसे । (११) २$\frac{११}{३५}$ रु० ।
(१२) १२$\frac{१}{२}$ प्रति शत । (१३) १३$\frac{१}{३}$ पै० । (१४) ५०० रु० ।
(१५) ११२·५० किलो० । (१६) १२ रु० की १४३ । (१७) २३२०$\frac{२५}{८३}$ रु० ।
(१८) ३२० रु० । (१९) $\frac{१०}{२१}$ रु० । (२०) ३ रु० ८८$\frac{४}{५}$ पै० ।
(२१) ८ । (२२) ६ प्रति शत लाभ । (२३) $\frac{१}{२}$ प्रति शत लाभ ।
(२४) ५ प्रति शत । (२५) २$\frac{३८}{४१}$ रु० । (२६) १६ प्रति शत टोटा ।
(२७) १७ प्रति शत । (२८) २६$\frac{६}{१९}$ प्रति शत । (२९) १६$\frac{२}{३}$ प्रति शत ।
(३०) १५० रु० । (३१) २२$\frac{१}{९}$ रु० । (३२) २५ मीटर ।
(३३) ३०$\frac{१}{३०}$ प्रति शत लाभ होता है । (३४) ७५ पै० के ८; ५१२ ।
(३५) १ और २ से अनु० से । (३६) १७$\frac{१}{३}$ प्रति शत; २ : १ ।
(३७) २३$\frac{१}{३}$ रु० प्रति मीटर । (३८) १९ : १२ । (३९) १ : २ । (४०) २१ प्रति शत ।
(४१) ४६० रु० । (४२) ३३$\frac{१}{३}$ प्रति शत ।

प्रश्नमाला १४८

(१) ६·९६ रु० । (२) १३·६८ रु० । (३) २८·८० रु० ।
(४) २८१·२५ रु० । (५) ११·३१ रु० । (६) ५१८·४० रु० ।

प्रश्नमाला १४९

(१) २४ रु० । (२) ६० रु० । (३) ३१५ रु० । (४) ५७·६० रु० ।

(५) २२२·७५ रु० । (६) ११२ रु० ।

(७) ४०·९२ रु०; ५३६·९२ रु० । (८) ३२·५५ रु०; ३५८·०५ रु० ।

(९) १०८ रु०; ३३३ रु० ।

(१०) २८५ रु० । (११) ३७२·४० रु० । (१२) ४४१·८४ रु० ।

(१३) ७९३ रु० । (१४) ६६३·६० रु० । (१५) २४७ रु० ।

प्रश्नमाला १५०

(१) ३३ रु० । (२) १०० रु० । (३) १५७·५० रु० ।

(४) ५·७८ रु० । (५) २ रु० । (६) ३·९० ।

प्रश्नमाला १५१

(१) २·४० रु० । (२) २०·२५ रु० ।

(३) ४ $\frac{३२६}{४००}$ रु० । (४) ६ रु० ९३ $\frac{१०७१}{१४६०}$ पै० । (५) ९ रु० ९१ $\frac{३}{५}$ पै० ।

प्रश्नमाला १५२

(१) २ $\frac{४}{९}$ रु० । (२) ३ $\frac{१}{४}$ रु० । (३) ३ $\frac{१}{३}$ रु० । (४) ३ $\frac{६}{२२}$ रु० । (५) ५ ।

(६) ४ $\frac{१}{३}$ । (७) ३ $\frac{१}{८}$ पै० ।

प्रश्नमाला १५३

(१) ३ वर्ष । (२) ३ $\frac{१}{३}$ वर्ष । (३) ४ वर्ष ९ मास ।

(४) २ वर्ष ३ मा० २४ दिन । (५) ९७ दिन । (६) ६४ वर्ष । (७) ३ वर्ष ।

(८) ५ वर्ष । (९) १५वीं अप्रैल । (१०) २५ मास ।

प्रश्नमाला १५४

(१) ७५० रु० । (२) १२८०० रु० । (३) ३०० रु० ।

(४) ८४०० रु० । (५) १२०० रु० । (६) ७३० रु० ।

(७) ८०० रु० । (८) २०० रु० । (९) २४० रु० ।

(१०) ८०६७·३५ रु० ।

विविध प्रश्नमाला १५५

(१) ६$\frac{१}{४}$ । (२) ९६०० रु० । (३) ५७० रु० । (४) ३ वर्ष । (५) [illegible]१० वर्ष ।
(६) ६ प्रति शत । (७) २९२०० रु० । (८) ४०० रु०; ७$\frac{१}{२}$ ।
(९) ८$\frac{८}{४६}$ वर्ष । (१०) १६०० रु० । (११) ४५६ रु० ।
(१२) ३०००० रु० । (१३) ३६८६४ रु० । (१४) ४[illegible] वर्ष ।

प्रश्नमाला १५६

(१) ४१ रु० । (२) ४२·४३ रु० । (३) ३८·४१ रु० । (४) ४२३·५० रु० ।
(५) ७३१·१६ रु० । (६) ३४३·२२ रु० । (७) ६४१·३१ रु० ।
(८) २६०·६८ रु० । (९) १४·१४ रु० ।
(१०) ३१ रु० ९४ पै० निकटतम पै० तक ।

प्रश्नमाला १५७

(१) ११०२·५० रु० । (२) ३२७ रु० ८१ पै० ।
(३) ७७२ रु० २६ पै० । (४) ८५५ रु० ८८ पै० ।
(५) २१८४ रु० ८३ पै० । (६) ४३२८ रु० ४७ पै० ।
(७) १ रु० ५ पै० । (८) ११ रु० ९ पै० ।
(९) ३२७८ रु० १७ पै० । (१०) ३७५ रु० २५ पै० ।
(११) ९० रु० ७० पै० निकटतम सही पै० तक ।
(१२) १२० रु० । (१३) २५० रु० । (१४) ३१२५ रु० ।
(१५) ८१५ रु० १६ पै० निकटतम सही पै० तक । (१६) ७५ पै० निकटतम सही पै० तक ।

विविध प्रश्नमाला १५८

(१) २·४३२ रु० । (४) ६२५ रु० । (५) २६४८१ रु० ।
(६) ८५१८४ । (७) १०००० रु० । (८) ५००० रु० ।

प्रश्नमाला १५९

(१) १७० रु० । (२) १२५० रु० । (३) ३५६२ रु० ५० पै० ।
(४) ३६७६ रु० । (५) ४२४९ रु० ।
(६) ३०१६ रु० । (७) १६०० रु० ।
(८) १८२·५० रु० । (९) २०००० रु० । (१०) २००० रु० ।

प्रश्नमाला १६०

(१) ५ रु० २५ पै० । (२) ४८१·२५ रु० ।
(३) ३०३·७५ रु० । (४) ३१६·२५ रु० ।
(५) १२·३५ रु० । (६) १·७५ रु० ।
(७) ७०८·७५ रु० । (८) ६२७·२० रु० ।
(९) २०६८·८६ रु० । (१०) १५३·७५ रु० ।

प्रश्नमाला १६१

(१) २ वर्ष बाद । (२) ३$\frac{४७}{५९६}$ वर्ष । (३) ९ मास ।
(४) २$\frac{१}{३}$ वर्ष । (५) ४$\frac{१}{४}$ वर्ष ।

प्रश्नमाला १६२

(१) २० प्रति शत । (२) २$\frac{१}{३}$ प्रति शत । (३) ३ प्रति शत ।
(४) ५ प्रति शत । (५) ३$\frac{१}{३}$ प्रति शत ।

प्रश्नमाला १६३

(१) ८१३४ रु० ५० पै० । (२) १६१७११ रु० । (३) १६२२·५० रु० ।
(४) ४ वर्ष । (५) १९ मास । (६) ३$\frac{१}{३}$ प्रति शत ।
(७) ६०० रु० । (८) २८०० रु० । (९) ४५० रु०; ६$\frac{१}{४}$ प्रति शत ।
(१०) २०० रु०; ५ वर्ष । (११) १३४$\frac{४}{८१}$ रु० । (१२) २५७५ रु० ।
(१३) सोहन । (१४) ६०$\frac{४०}{४१}$ रु० । (१५) ५० : ५१; ४९$\frac{१}{५१}$ रु० ।
(१६) २० प्रति शत । (१७) ९१$\frac{२}{३}$ रु० । (१८) १७$\frac{२३}{४१}$ रु० । (१९) १२$\frac{१}{२}$ ।
(२०) ३७५·५० रु० । (२१) ७१२८ रु० निकटतम पै० ।

प्रश्नमाला १६४

(१) ४·९० रु० । (२) २४७·५० रु० । (३) २·४० रु० ।
(४) २६५·२५ रु० । (५) $\frac{२७५}{३९३६}$ पै० । (६) १$\frac{३२}{८१६}$ पै० ।
(७) ९५०४ रु० । (८) ३३७·५० रु० । (९) २० प्रति शत ।
(१०) १६$\frac{२}{३}$ प्रति शत । (११) १२$\frac{१}{२}$ प्रति शत । (१२) ३३$\frac{१}{३}$ प्रति शत ।

प्रश्नमाला १६५

(१) ७ मास । (२) २$\frac{६}{११}$ मास । (३) ८ मास । (४) ६ मास ।

(५) ६ वीं जन ।

प्रश्नमाला १६६

(१) १९०० रु० । (२) ३८८·५० रु० । (३) ४४७५ रु० । (४) ९३$\frac{५}{८}$ ।
(५) १०६$\frac{३}{८}$ । (६) १५०० रु० । (७) ४५०० रु० । (८) ७४४० रु० ।
(९) ७० रु० । (१०) २२·५० रु० । (११) १२४८ रु० । (१२) ५१७७$\frac{७}{९}$ रु० ।
(१३) ५३०० रु० ।

प्रश्नमाला १६७

(१) ७० रु० । (२) १६०९·२० रु० । (३) ४०,००० रु० ।
(४) २७० रु० । (५) ९२१·२० रु० । (६) ७६$\frac{२}{३}$ । (७) ६·२५ रु० ।
(८) १७ । (९) १०५ । (१०) २० रु० वृद्धि । (११) ३७५० रु० स्टॉक;
११·२५ रु० वृद्धि । (१२) ३४ रु० कमी । (१३) २[illegible] रु० लाभ ।
(१४) कोई अन्तर नहीं । (१५) ३०५०० रु० । (१६) २२५०० रु० ।
(१७) ७२०० रु० । (१८) ९३$\frac{३}{४}$ । (१९) २९$\frac{७}{८}$ । (२०) ७८$\frac{३}{८}$ ।

प्रश्नमाला १६८

(१) ४$\frac{४}{९}$ प्रति शत । (२) ४$\frac{५२}{१८७}$ प्रति शत । (३) ३$\frac{१}{४}$ प्रति शत ।
(४) ३$\frac{३१}{६८}$ । (५) ७२$\frac{८}{११}$ । (६) ७४$\frac{७}{८}$ । (७) ९९ । (८) ८६$\frac{१}{९}$ ।
(९) ४$\frac{४७}{१३८}$ प्रति शत । (१०) पिछला । (११) पहला ।
(१२) $\frac{५}{११}$ प्रति शत । (१३) ७०४० रु० । (१४) ३४०० रु० ।

विविध प्रश्नमाला १६९

(१) $\frac{४०}{१७१}$ प्रति शत । (२) २$\frac{१}{३}$ प्रति शत । (३) पहला ।
(४) ३२·२५ रु० । (५) ७७$\frac{१}{७}$ । (६) १९० ।
(७) १८०० रु०; २ वर्ष पहले । (८) १८२४ रु० । (९) ९१ ।
(१०) ८२$\frac{१}{४}$ । (११) ८४० रु० । (१२) १०८ । (१३) ९८८० रु० ।
(१४) ३०००० रु० । (१५) ४·८० रु०; ३५ : ३४ । (१६) २२६१ : २२६० ।
(१७) २०८०० रु० । (१८) १० । (१९) १००० रु० और २००० रु० ।
(२०) ४०० रु०; १२०० रु० । (२१) ३२०० रु० । (२२) २$\frac{४१}{४८}$ प्रति शत ।
(२३) १०० रु० । (२४) २७०० रु० । (२५) २४२९१४$\frac{२४२}{२४७}$ रु० ।
(२६) ७५००० रु० । (२७) १००$\frac{२}{३१}$ ।

प्रश्नमाला १७०

(१) २७५ पौंड १५ शि० ५ पें० । (२) ४२८३·५० रु० । (३) ३६० ।
(४) ४ पौंड १० शि० ४ पें० । (५) ५ [illegible] । (६) [illegible]० ।

(७) $१\frac{१}{५}$ रु० । (८) १४ । (९) ५० रु० ।
(१०) लन्दन होकर भेजना लाभदायक है । (११) १२ पौं० १८ शि० $७\frac{१३}{३९}$ पें० । (१२) मैंने १० प्रति शत हानि उठाई । (१३) ८३ पौं० ६ शि० ८ पें० । (१४) ५६ पौं० ५ शि० । (१५) १ रु० = १ शि० ८ पें० । (१६) ८० पौं० । (१७) ४६८७ पौं० १० शि० । (१८) ११ पौं० ५ शि० लाभ उठाता है । (१९) १ शि० ४ पें० प्रति रुपया । (२०) १ सुनहरी मुहर = ·७१...ईगल । (२१) १ ने० = ८·५५ रु० । (२२) १ रु० ५० पै० । (२३) २ शि० १ पें० । (२४) पहली में से एक, पिछली में से दो के ।

प्रश्नमाला १७१

(१) ३० । (२) ९४ रु० । (३) ७० रु० । (४) ३ । (५) ६ किलो मीटर (६) १८ रु० । (७) ७० रु० । (८) चाय १२ रु०; क़हवा ६ रु० प्रति किलो० । (९) चाय १२ रु०; चीनी १ रु० प्रत्येक किलो ग्राम । (१०) २ और ५ । (११) ६०० रु० और ३०० रु० । (१२) २५, ३० और ३५ वर्ष । (१३) २०, १० और १५ वर्ष । (१४) क ५४ रु०, ख १८ रु०, ग ८ रु० । (१५) १५० रु० । (१६) $३४२\frac{६}{७}$ रु० । (१७) ९५, ६० । (१८) ४०, ६० । (१९) ५०, ३०० । (२०) ६·२५ रु० । (२१) १·२५ रु० । (२२) ४० किलो ग्राम; २२० किलो ग्राम; १२० किलो ग्राम । (२३) ६४·६९२ किलो मीटर प्रति घण्टा । (२४) ३९·६ किलो मीटर । (२५) ३४० मीटर । (२६) $१५\frac{२५}{१३३}$ मि० । (२७) $९\frac{१२६}{३०९}$ मि० । (२८) ४० । (२९) २० । (३०) ७० औं० । (३१) १२ ग्रन । (३२) ११ बैल, २४ भेड़ें । (३३) २० वर्ष का । (३४) ३ प्रति शत । (३५) $३\frac{१}{३}$ सप्ताह । (३६) १९ बैल । (३७) ४४ दिन; २ : १ । (३८) २०० घन मीटर । (३९) ३ घण्टा । (४०) ३ घण्टा । (४१) ६५ लिटर, १३ घण्टा ।

अभ्यासार्थ प्रश्नमाला १७२

(१) एक नील तीस अरब बीस करोड़ सात लाख बीस हज़ार इक्कीस । (२) ४८९१० । (३) $५^२ \times ११^२ \times १७$ । (४) $\frac{१३}{१४}$ । (५) २३·०४२४; २२·९५९६ । (६) ९·८१ रु० । (७) तीन अरब बीस करोड़ एक लाख तीन हज़ार एक सौ दो । (८) १००९१४०१ । (९) २ रु० ५८ पै० । (१०) ३७ । (११) $१\frac{३}{४}$ । (१२) ·०००१५९६; ·००५१४७२ । (१३) १·५० रु० । (१४) १८५०७९८४ । (१५) ४९११०४१९७९६ । (१६) २३·५० रु० । (१७) ४८३४५ । (१८) ५[illegible] । (१९) [illegible] । (२०) [illegible] । (२१) नौ सौ

चवालीस, ४९९ । (२२) ३३२११५२१८४८ । (२३) ९२१ । (२४) $१\frac{१}{२}$ ।
(२५) १५३·४११३४ । (२६) ·२६̇ । (२७) १५ । (२८) ७६५ । (२९) २७ ।
(३०) $\frac{१५}{६४}$ । (३१) $\frac{५३}{६०}$ । (३२) ·२१२ । (३३) १३४४० । (३४) ८·५० रु० ।
(३५) $\frac{१}{१५०}$ । (३६) $\frac{१६०१}{३४६४}$ । (३७) ३·०६८८२५९...। (३८) $\frac{६६६८}{३४९७५}$ ।
(३९) ७·२० रु० । (४०) २ । (४१) $\frac{३}{७}$, $\frac{३}{५}$, $\frac{३७}{७०}$ । (४२) $१\frac{७}{९}$ ।
(४३) ४ । (४४) ·०८̇ । (४५) ३२४ । (४६) ११ । (४७) $३\frac{५}{९}$ ।
(४८) ७००३१० । (४९) १·२३७५ । (५०) १२५·५६८७५ पैं० ।
(५१) १ मि० ३० से० । (५२) १२४७२७ । (५३) १६·८१ रु० । (५४) $\frac{३}{११}$ ।
(५५) ९; ७ । (५६) ४२४·८९३६ । (५७) [illegible] । (५८) ४५३६३६० ।
(५९) २११८२९·८६ रु० । (६०) $२२\frac{२}{३}$ । (६१) $\frac{४}{९}$ । (६२) $३\frac{३}{८}$ ।
(६३) ४८२८·०४...। (६४) ५४५६ । (६५) ८९५·८० रु० । (६६) $\frac{१}{१६}$ ।
(६७) ४२·६ । (६८) १·३̇६̇ । (६९) १३७ । (७०) १ रु० ७ आ० ४ पाई ।
(७१) शनिश्चर । (७२) $\frac{६१३}{६०८६}$ । (७३) $\frac{१}{७}$ । (७४) $\frac{५}{७}$ । (७५) ४३·३̇ ।
(७६) ७२९ । (७७) १२५ रु० २५ पै० । (७८) $\frac{३}{४}$ । (७९) ९४०५ ।
(८०) १२०·७१२ । (८१) १·३६ रु० । (८२) ५ और ७ । (८३) $२\frac{२६}{३०}$ ।
(८४) २७५ गुना, शेष ·००३ । (८५) ·३१२५ । (८६) २९४०००० ।
(८७) ९, ६ और ४ बार । (८८) ३२६७६४ । (८९) ४८ पै० । (९०) $१\frac{७३}{१५३}$ ।
(९१) $\frac{११}{१६}$ । (९२) ·४̇६१५३८̇ । (९३) ११२·४̇ । (९४) २१·७८ मीटर ।
(९५) १७५३ । (९६) $\frac{१}{५}$ । (९७) ७५ पै० । (९८) ·००००००१̇४२८५७̇ ।
(९९) ·००७५९...। (१००) ·८ । (१०१) $\frac{६}{३७}$ । (१०२) १२९६ । (१०३) $\frac{२}{५}$ ।
(१०४) $३\frac{१}{६}$ । (१०५) ८ । (१०६) १·५४ रु० । (१०७) २२० । (१०८) ४८ ।
(१०९) ३·२५ रु० । (११०) $१\frac{११}{७०}$ । (१११) १३ । (११२) ·३३०५̇ ।
(११३) ३·४̇६१५३८̇ । (११४) १३ । (११५) बुध । (११६) ५३ । (११७) $४\frac{४}{१५}$ ।
(११८) २० । (११९) ·०४३२ । (१२०) ४११० । (१२१) $२^२$ × ३×५×७×६७३;
३×७×१९×१०१; महत्तम समापवर्त्तक २१; लघुतम समापवर्त्य
$२^२$ × ३ × ५ × ७ × १९ × १०१ × ६७३ । (१२२) २६ । (१२३) १ ।
(१२४) ·०̇५७५२८̇ । (१२५) $\frac{१}{५७६}$ । (१२६) ४२८८·१७९२०४ ।
(१२७) २५० बार ।

अभ्यासार्थ प्रश्नमाला १७३

(१) ३२१०; १०२३ । (२) १२ । (३) ११ किलो मीटर । (४) $१६\frac{३}{७}$ मि० ।
(५) [illegible] । (६) [illegible] । (७) ५ प्रति शत । (८) ४, ७ ।

(९) ८७७५। (१०) १०५० व० मी०। (११) संध्या के ६ बजकर २७$\frac{६}{४३}$ मि० पर।
(१२) ...५ रु०। (१३) ३·२८०४। (१४) ४। (१५) १३७।
(१६) १२५०; ·०१२५; ·००००००१२५। (१७) ९ रु०।
(१८) सोमवार को ८ बजे रात के (ठीक वक्त) ६ बजने में $\frac{३}{११}$ मिनट शेष रहेंगे।
(१९) १२ रु०; ८ रु०; २० पै०। (२०) $\frac{६७}{१३५}$।
(२१) १७ शि० ६ पें०। (२२) १८५५। (२३) ८$\frac{८३०}{४३४६}$।
(२४) २१६ व० मी०। (२५) ८ घं०। (२६) १६९ : १९१।
(२७) ९$\frac{१}{११}$ प्रति शत। (२८) ९९९९७६; १००१४१।
(२९) १७२। (३०) १९२५१, १८२६१, १७२७१, १६२८१, १५२९१, १५२०..., १४२११, १३२२१, १२२३१, ११२४१, १०२५१।
(३१) ३$\frac{१}{३}$ घं०। (३२) १५९४०·८० रु०। (३३) ११ : ९। (३४) ३३$\frac{१}{३}$।
(३५) ५। (३६) १४। (३७) १९१६ रु०।
(३८) सन्ध्या के ७ बजकर ३४ मि०। (३९) १००७·८३ रु०।
(४०) ४०१ : ५४४। (४१) ४ वर्ष। (४२) १५०। (४३) $\frac{८}{११}$।
(४४) १०१५। (४५) ३$\frac{१}{३}$ दिन। (४६) ९ दिन। (४७) १६ : ६५।
(४८) ४४९·४० रु०। (४९) १४। (५०) ८०। (५१) १५६ रु०।
(५२) १ घण्टा। (५३) ७०। (५४) ८३ : ९२; ९२ : १५३। (५५) ११५२० रु०।
(५६) ४२९। (५७) ·०२। (५८) ९० लिटर।
(५९) ११ बजे रात के। (६०) १२ दिन।
(६१) पहले बरतन में मदिरा और पानी का अनुपात १७२९ : २७१ है; दूसरे में २७१ : १७२९।
(६२) ४८४० रु०, ४४०० रु०, ४००० रु०। (६३) २०। (६४) ७·८७५।
(६५) ४५३७५० टन। (६६) ४५ दिन। (६७) ४४० किलो मीटर।
(६८) ७ : १। (६९) ५३$\frac{१}{३}$। (७०) २००। (७१) १२०। (७२) २६।
(७३) २८ और १५·२० किलो मीटर प्रति घण्टा। (७४) १ शि० १०$\frac{१}{४}$ पें०।
(७५) पुरुष ३·७५ रु०, स्त्री २·५० रु०, लड़का १·२५ रु०। (७६) २५०।
(७७) १९·५० रु०। (७८) $\frac{१४४०}{१४४१}$ मि० सुस्त। (७९) २० घं० १६ मि०।
(८०) १२००। (८१) ६६३·१३ रु०। (८२) ८१८४ या ७४३४।
(८३) १०·४० रु०। (८४) १२६। (८५) २$\frac{२}{५}$ घं०।
(८६) १८$\frac{६}{१३}$ दिन; इस कल्पना से कि उन्होंने १३ घं० प्रति दिन काम किया।
(८७) क ५४० रु०; ख ३६० रु०; ग २४० रु०।
(८८) ६२१$\frac{?}{?}$ रु०। (८९) ५०००। (९०) ६१००० रु०।

(९१) प्रति मिनट २४ ग० । (९२) [illegible] घं० ।
(९३) ४·५०; ७·२० । (९४) १० एक रुपये के ।
(९५) १०३३ रु० । (९६) १२८·५०१६...। (९७) $\frac{१}{२}$ सें० मी० ।
(९८) घड़ी संध्या के ५ बजकर ३०$\frac{२१७५}{५७६१}$ मि० पर ठीक कर देनी चाहिए थी।
(९९) १०६$\frac{२}{३}$ किलो मीटर । (१००) क ४८ रु०; ख [illegible]०रु०; ग ३५ रु० ।
(१०१) ५० पै० । (१०२) ६३ । (१०३) $\frac{८७५}{९७३}$ । (१०४) १६ फ़ीट ।
(१०५) १२$\frac{४}{५}$ घं०; क १९२; ख १४$\frac{१}{३}$ । (१०६) १४$\frac{१}{३}$ पै० ।
(१०७) २५ पै०; ५० पै०; १·५० रु०; ४·५० रु०; १३·५० रु० ।
(१०८) २० रु० । (१०९) ६६० रु० । (११०) २४००० रु० । (१११) ७३ बार।
(११२) ५$\frac{१}{७}$ किलो मीटर पर से । (११३) २५[illegible]० ।
(११४) क का १$\frac{३}{५}$ औं०; ख का २ औं० । (११५) १[illegible] रु० । (११६) २८० रु०।
(११७) ·०२१८...। (११८) $\frac{१}{२}$ मीटर। (११९) ७$\frac{६}{१३}$ मीटर ।
(१२०) ९$\frac{२६}{६४}$ रु० । (१२१) ४० पै० ।
(१२२) ४६ । (१२३) ·५७५ । (१२४) १२ पौं० १० शि० ।
(१२५) ५$\frac{३}{११}$ दिन । (१२६) ४$\frac{१}{६}$ फ़ीट । (१२७) ४ मीटर ।
(१२८) ७ प्रति शत हानि । (१२९) १२० । (१३०) ४$\frac{४}{५}$ ।
(१३१) १५ मी० । (१३२) १$\frac{१३}{३२}$ घण्टा । (१३३) ४८·७५ रु० ।
(१३४) ४७$\frac{१}{१७}$ प्रति शत । (१३५) ३·४० रु० ।
(१३६) ५७६·०२९७५०२२२४ । (१३७) ५० बार ।
(१३८) वे बराबर रहेंगे । (१३९) २५ । (१४०) ३० । (१४१) २०० रु० ।
(१४२) ३ लिटर । (१४३) ३० पौं० १४ शि० ८$\frac{२}{५}$ पें० ।
(१४४) २३$\frac{१}{३}$ दिन । (१४५) १ सप्ताह ३ दिन ६ घं० ।
(१४६) ३ मीटर; ४ मीटर । (१४७) ५५ प्रति शत हानि । (१४८) ७८ ।
(१४९) १६६ रु० । (१५०) १२१ । (१५१) २१$\frac{३}{७}$ मि० ।
(१५२) १०५००० रु० । (१५३) ६$\sqrt{२}$ सें० मी०, ८$\sqrt{२}$ सें० मी० ।
(१५४) १२$\frac{५}{६}$ रु० । (१५५) ४२ लिटर । (१५६) २७४; $\frac{३}{६४}$ ।
(१५७) ६ मीटर चौड़ा, ४·५० मीटर ऊँचा । (१५८) २५$\frac{१५}{२२}$ मि० ।
(१५९) ६७·५० रु० । (१६०) २२४; ३३६; ४२० । (१६१) ५४$\frac{२६}{३१}$ ।
(१६२) ७२ । (१६३) $\frac{१४}{१५३}$ । (१६४) ४ घण्टा । (१६५) २१$\frac{२}{३}$ घण्टा ।
(१६६) ६५ मि० । (१६७) क को १·५० रु०, ग को १·८० रु०, ख के देने पड़े । (१६८) ६०० रु० । (१६९) ११ । (१७०) २४०० रु० ।

(१७१) [illegible] । (१७२) प्रति घण्टा ५७·६० किलो मीटर और ४८·४० किलो मी[illegible]। (१७३) २३३३२८३$\frac{१}{३}$ फ़ाङ्क । (१७४) १३२७ पौं० १० शि० । (१७५) १२ । (१७६) २३१३$\frac{१५}{१९१}$ । (१७७) ·१११५७१८ । (१७८) २१७$\frac{१}{२}$ मीटर; २४२ बार । (१७९) ११$\frac{१}{६}$ । (१८०) ३ । (१८१) ७५ रु० । (१८२) दूसरा; ग्राहक ७९·३० ग्राम १ किलो० में खोता है । (१८३) ५८ किलो मीटर । (१८४) ७९ सप्ताह १ दिन २२·८३ घण्टा । (१८५) २६२$\frac{३}{१६}$ । (१८६) ३$\frac{२१}{४७}$ दिन । (१८७) १००८ रु० । (१८८) ३०० रु० । (१८९) ६८०० : ७२२१ । (१९०) २० अक्टूबर सन् १८५५ ई० । (१९[illegible]) ७८० ए०, ४६८ ए०, ५२० ए० । (१९२) ३ बार । (१९३) ३४२६ ग० । (१[illegible]) (१) ४०, (२) ६०, (३) ८० । (१९५) क २००० रु०; ख १२०० रु० । (१[illegible]) ९९$\frac{५}{१६}$, १७६$\frac{४८}{३६७}$ रु० । (१९७) १$\frac{३}{४}$ पें० । (१९८) ·१२५ । (१९९) ग $\frac{८८०}{३७४१}$ मीटर से जीतता है । (२००) ७६० एकर । (२०१) ३४५ रु० । (२०२) १०५·४० रु०; ३$\frac{४७}{१०६}$ प्रति शत । (२०३) ·३४६५७४ । (२०४) १ मि० ५१$\frac{१}{३}$ से० । (२०५) ६० दिन । (२०६) ११८८० रु० । (२०७) ६ मास पश्चात् । (२०८) १५४०० रु० । (२०९) १$\frac{३४७}{१२८५}$ । (२१०) ५००० व० मीटर । (२११) ३२२$\frac{२}{३}$ ग० । (२१२) ७९२० मीटर । (२१३) ७६ रु० । (२१४) २५$\frac{६०५}{८५३}$ रु० लाभ उठाता है । (२१५) १०५७·६० रु० । (२१६) क एक सन्दूक़ का १$\frac{१}{१५}$; ख $\frac{६}{१०}$; ग $\frac{१}{३०}$ । (२१७) १७ सें० मी० । (२१८) २२ मीटर । (२१९) ४३$\frac{१७}{३५}$ । (२२०) क ७६ रु०; ख ७६ रु०; ग ४० रु० । (२२१) ७७० रु०; १ । (२२२) २० । (२२३) ३४४०·८० रु० । (२२४) ६ मीटर, ६ मीटर, ३ मीटर । (२२५) ९ मि० पश्चात् । (२२६) १० । (२२७) १ पौं० में २ पौं० । (२२८) १२, १४६० रु० । (२२९) ४११$\frac{१३१}{१७५}$ रु० । (२३०) ३ शि० ८$\frac{६३५}{१९६८}$ पें० । (२३१) १५ सें० मी० हर तरफ़, ७७७६ । (२३२) २ मि० २७$\frac{३}{११}$ से०; १०८० मीटर । (२३३) १० । (२३४) बढ़िया २० किलो ग्राम, घटिया ४० किलो ग्राम । (२३५) ५०० रु० । (२३६) २ सें० मी० । (२३७) ख ८८ मीटर से जीता । (२३८) १८ रु० । (२३९) ५$\frac{१३०}{३६६}$ रु० की कमी हुई । (२४०) २ रु० । (२४१) १०$\frac{१३}{२७}$ । (२४२) २५० पौं० । (२४४) १३$\frac{१}{२}$ दिन । (२४५) ३ : २ घनफल के अनुपात से । (२४६) ३०७८० रु० । (२४७) २७९·३० रु० । (२४८) ४० पै०; ५१०० रु० । (२४९) ७२ मीटर । (२५०) ६२ सेकण्ड । (२५१) [illegible] रु० । (२५२) ८० किलो ग्राम ।

(२५३) ५१८० रु० ।　(२५४) ४५ पै० हानि ।　(२५५) ... मीटर
(२५६) १३$\frac{१}{३}$ दिन; ४$\frac{७६}{२४५}$ घन फ़ीट ।　(२५७) ६५ ।
(२५८) १०३७५० रु० ।　(२५९) ६ पै० ।　(२६०) १२ मीटर ।
(२६१) ३ दिन ।　(२६२) २७ दिन ।　(२६३) १७·५० किलो ग्राम ।
(२६४) १६५०० रु० ।　(२६५) ५·२८ किलो मीटर ।　(२६६) ६४ ।
(२६७) ९ घन फ़ी० १३९७$\frac{१}{६}$ इञ्च ।　(२६८) १ घण्टा ४२ मिनट ।
(२६९) २७ ।　(२७०) ४० वर्ष ।　(२७१) ९२ ।　(२७२) ६० ।
(२७३) २३९९ पौं०, $\frac{५३}{१६३}$ औंस ।　(२७४) १६० मीटर ।
(२७५) १·२५ रु० ।　(२७६) १·०० मीटर ।　(२७७) १७००० : १८०६७ ।
(२७८) ३$\frac{१}{३}$ पैसे ।　(२७९) ४$\frac{३}{८}$ ।　(२८०) ५$\frac{४}{७}$ दि० ।
(२८१) ४९ ।　(२८२) २६$\frac{६}{३६}$ ।　(२८३) ४२९·३० रु० ।
(२८४) ९ ।　(२८५) २७२ रु० ।　(२८६) ४५ किलो मीटर ।
(२८७) २१७६ ।　(२८८) १०५८१$\frac{४०८}{२३५३}$ रु० ।　(२८९) १३५० रु० ।
(२९०) ३ रु० ।　(२९१) १४·५ ।　(२९२) २ इञ्च ।
(२९३) ५ मि०; $\frac{१}{४}$ किलो० । (२९४) ६८ । (२९५) १०$\frac{२८०}{५६०१}$ प्रति शत बढ़ोत्तरी ।
(२९६) १२ प्रति शत । (२९७) ४ मीटर ।　(२९८) ९३३$\frac{१}{३}$ किलो ग्राम ।
(२९९) ४९$\frac{१}{२}$ मि० ।　(३००) १८ दिन ।　(३०१) ३३$\frac{१}{३}$ ।
(३०२) ४४००० रु० न्यूनता हुई । (३०३) १७०५$\frac{११५}{२६७}$ रु०; १७३$\frac{६७}{१२१}$ पौं० ।
(३०४) १ ।　(३०५) $\sqrt[३]{३}$; $\sqrt{२}$, $\frac{४}{३}$ ।
(३०६) तेज़ चलने वाली १०५ मीटर; सुस्त चलने वाली ७५ मीटर ।
(३०७) १ पौं० १८ शि० ४ पें० ।　(३०८) ग पास हुआ ।
(३०९) १२ रु० ५९$\frac{४}{११६}$ पै० ।　(३१०) ४$\frac{१०}{२१}$ ।　(३११) २१ रु० ।
(३१२) ९०० रु० ।　(३१३) ५$\frac{५}{१४३}$ किलो० ।　(३१४) ९८ ।
(३१५) ७२ लिटर । (३१६) ४$\frac{१}{२}$ प्रति शत ।　(३१७) १ शि० ८ पें० ।
(३१८) १·११ रु० । (३१९) १४४; १२ पै० ।　(३२०) ३५·२ किलो मीटर ।
(३२१) ४$\frac{३}{५}$ ।　(३२२) २०००० रु० ।　(३२३) ७९९५ रु० ।
(३२४) १ शि० ९$\frac{२१}{१००}$ पें० ।　(३२५) १·६ रु० ।
(३२६) ३०१५ रु० ।　(३२७) ८० मि० ।
(३२८) २६०१ ।　(३२९) १९२५$\frac{४७३६}{५०४४}$ रु० ।　(३३०) १०७३ पौं० ४ शि० ।
... पें० । (३३१) ३० ...

प्रश्नमाला १७४

(१) ९४[illegible] ([illegible]२) ११$\frac{६}{४१}$ इञ्च। (३) १०८३। (४) $\frac{१}{१०}$। (५) १३२।
(६) २७५ रु०[illegible] (७) ६$\frac{१}{४}$; १५६$\frac{३}{४}$। (८) ३ शि० ११$\frac{३}{३६}$ पें०।
(९) ७·६५ रु०, ७·६० रु०, ७·५६ रु०। (१०) ३४५६, २३०४।
(११) १२६ लिटर। ([illegible]३) ५ रु०, ३ रु०, २ रु०। (१४) २६३२। (१५) ३।
(१६) ३६। (१७) ४२४। (१८) ६०। (१९) १$\frac{१५६}{३४०१}$ ग्राम। (२०) १२००००।
(२१) ११९६० वर्ग ग[illegible] ४ फ़ीट २०·४१ इञ्च। (२२) ४ मीटर।
(२३) ६० पैं०। ([illegible]) १३१६·४७२ फ़ीट। (२५) ५० किलो ग्राम।
(२६) ८ शि०। (२[illegible]) ३९५। (२८) ४६$\frac{१}{२}$ घं०। (२९) १०२६ रु०।
(३०) ६ घं० ५९ मि० १[illegible] से०। (३१) ५४ बार। (३२) ११ दिन।
(३३) ख$_{३}\frac{१}{१३}$। (३४)[illegible]३। (३५) ५०। (३६) $\frac{८}{११}$ किलो मीटर।
(३७) २·७४ किलो मीटर, २४$\frac{१६}{४५}$ किलो मीटर। (३८) २$\frac{१७६}{११०}$ घं०।
(३९) ४०० रु०। (४०) ५८ किलो मीटर प्रति घण्टा; ८ बजकर ३७ मि० प्रातः के। (४१) ३८ किलो०, ३४ किलो मीटर।
(४२) ९$\frac{६३}{२२०}$ मील प्रति घण्टा। (४४) ११५ मि०। (४५) १६७ मि०।
(४६) ४० किलो मीटर। (४७) दिन के ११ बजकर ३० मिनट पर।
(४८) १० मि० पीछे। (४९) क १६२ रु०, ख ११८ रु०, ग १०४ रु०।
(५०) क १२९६ रु०, ख १८७२ रु०, ग १०४४ रु०।
(५१) ३०। (५२) ४·८० किलो मीटर। (५३) ७२० रु०, १२८० रु०।
(५४) $\frac{३५}{७१}$। (५५) ११, २२ और ३३ दि०। (५६) ३० और १८।
(५७) ८ और १२। (५८) २·२० पौंड। (५९) १० लिटर। (६०) पुरुष ४०० रु०, औरत १०० रु०, बालक २५ रु०। (६१) २४ रु०, १५ रु०, १ रु०।
(६२) ३० वर्ष और २५ वर्ष। (६३) १० प्र ति शत।
(६४) १०२१ पै०। (६५) ५ रु०। (६) ३० बार। (६७) ५००० रु०।
(६८) ४$\frac{१}{२}$ मी० प्र० घं०। (६९) २३ भाग। (७०) ४$\frac{१}{२}$ किलो० प्रति घण्टा।
(७१) ९ लिटर। (७२) २ : १। (७३) १२ लिटर। (७४) ५$\frac{२}{५}$ लिटर।
(७५) १ : १। (७६) ३१४५ : ६४२४ : १४३१।
(७७) १६०६० रु०। (७८) १२४५० रु०; ६२·२५ रु०।
(७९) १८ रु०। (८०) क २४०० रु०, ख ९०० रु०, ग २४० रु०, घ ६० रु०।
(८१) २८८०० मीटर। (८२) १५ धनवान्; ८५ निर्धन।
(८३) ३९२३$\frac{६}{१३}$ रु०। (८४) ८२० रु०। (८५) १३३।

(८६) ७$\frac{१}{३६}$; ४$\frac{५}{१६}$ । (८७) ८[illegible] रु० ।
(८८) १२९६० रु०, ११२२० रु० । (८९) [illegible]० रु० ।
(९०) ६$\frac{५}{६}$ प्रति शत । (९१) ७६·८० किलो मीटर । (९२) १० रु० ।
(९३) ५$\frac{३}{४}$ । (९४) ११२२८ रु० । (९५) १४५०८ [illegible], १२०९० रु०, १२८९६ रु०, ९६७२ रु० । (९६) १९$\frac{५}{७}$ पौंड । (९७) ४९४२$\frac{८}{४१}$ रु० ।
(९८) ७२ किलो मीटर प्रति घं० । (९९) स्टीमर; [illegible] घं० । (१००) २५ ।
(१०१) ७६ । (१०२) २४ किलो ग्राम । (१०३) ३० किलो ग्राम ।
(१०४) ६७६ रु० । (१०५) १२ । (१०६) ९१८० रु० । (१०७) १०५० ।
(१०८) १५;$\frac{७३}{४०००}$ घ० इञ्च । (१०९) ५·७० रु० । (११०) ४२००० ।
(१११) १४४ । (११२) ५००० रु० । (११३) २५ । (११४) २० किलो ग्राम ।
(११५) २$\frac{२}{६}$ प्रति शत । (११६) २ पें० । (११७) २५ पें० । (११८) ४५० रु० ।
(११९) दूसरा २० रु० कम है । (१२०) ७ । (१२१) २० दिन ।
(१२२) १ रु०; १·२० रु० । (१२३) १, १·२५ रु० । (१२४) ३० ।
(१२५) २ रु० । (१२६) ७ और १ । (१२७) ३२ पै० ।
(१२८) ५६३०६$\frac{१}{४}$; १२५७७५७१$\frac{३५३}{११०९}$ । (१२९) ११६६$\frac{२}{३}$, ११६९, १०००, १००२ । (१३०) ४८ भीतर के घेर में, ३१ बाहर के में । (१३१) ४·२० रु०, ३ रु०, १८० रु० । (१३२) ८ रु० । (१३३) ४५०० रु० । (१३४) ३०·२५ रु० ।
(१३५) $\frac{६६}{६५}$ इञ्च । (१३६) प्रत्येक पुरुष ४ रु०; स्त्री ४ रु०; लड़का १·६० रु०; लड़की १·२० रु० । (१३७) ७ : ४० । (१३८) १०, १५, २० ।
(१३९) ७५ प्रति शत और २५ प्रति शत । (१४०) ३५७ किलो० मिली धातु, १४० किलो० सीसा, ७ किलो ग्राम राँगा । (१४१) २ रु०; १·५० रु०; १ रु० । (१४२) ४० किलो ग्राम । (१४३) ७२ पै० ।
(१४४) ·१५ घ० । (१४५) ५$\frac{५}{१९}$ घण्ट । (१४६) ४ घं० २० मि०; ७ घं० ३५ मि० ।
(१४७) ४५० रु० । (१४८) ३$\frac{६}{१०}$ किलो मीटर ।
(१४९) ४ बजकर २५ मिनट सन्ध्या के । (१५०) २८·८० किलो० प्रति० घं० ।
(१५१) २$\frac{१}{३}$ किलो मीटर । (१५२) ४५६ रु० । (१५३) ३७३५० रु० ।
(१५४) १२० । (१५५) ७६०० रु० कमी । (१५६) १४०, १६८, १६०, ८४० ।
(१५७) १५ रु० । (१५८) २० । (१५९) ४०० रु० । (१६०) १५$\frac{५}{६}$ ।
(१६१) ४१२·५० रु० । (१६२) अङ्गरेज़ी मज़दूर; ४००० पौं० ।
(१६३) १०५० पौंड । (१६४) १८$\frac{६}{१३९}$ । (१६५) ३३$\frac{१}{३}$ ।
(१६६) १२ । (१६७) ४८ हर प्रकार की । (१६८) १४४ किलो० ।

(१६[illegible]) [illegible]ति शत। (१७०) ३१। (१७१) २१४२०। (१७२) [illegible] पौं० १६ शि० ४$\frac{८०}{१११}$ पें०। (१७३) ४०००० रु०। (१७४) ७८[illegible] [illegible]ति शत। (१७५) ४६५४$\frac{६}{११}$ पौं०, १३५$\frac{२५}{३३}$ पौं०, ९$\frac{२३}{३३}$ पौं०। (१७६) ३२०। [illegible] (१७७) ३४० मीटर प्रति शत। (१७८) १$\frac{१}{२}$ किलो मीटर। और $\frac{३}{८}$ किलो मीटर प्रति घण्टा। (१७९) दूसरे के चलने से २$\frac{२}{३}$ दिन पश्चात्। (१[illegible]) ३९३४९। (१८१) २५०। (१८२) ८ मिनट ४ से०; ८ मि० १५ [illegible]०; ८ मि० २६ से०। (१८३) १४ मि०। (१८४) २२$\frac{२}{९}$ रु०। ([illegible]) ९$\frac{१०२}{१७९}$ मि०। (१८६) २०० रु०। (१८७) १५ : ९ : ५। (१८८) ७५ से०। ([illegible]९) ५०$\frac{८}{११}$ किलो मीटर प्रति घण्टा। (१९०) ७ पौं० ११ शि० ३ पें०।

क्षेत्रमिति

प्रश्नमाला १७५

(१) २४०। (२) ४·२० रु०। (३) ५ मीटर। (४) १३$\frac{४}{५}$ मि०। (५) ४५ व० मीटर। (६) १३२० मीटर। (७) ५ मीटर। (८) १०१०१·८० रु०। (९) ५७९२ व० सें० मी०।

प्रश्नमाला १७६

(१) २५ मीटर। (२) २० मीटर। (३) ८ मीटर। (४) ४·२४२६ मीटर। (५) ४ मीटर। (६) १४·७ व० सें० मी० लगभग। (७) १२६३७ स० मी०; १२०१२ सें० मी०। (८) २१·२२ वर्ग सें० मी० लगभग। (९) २२ मीटर। (१०) २ रु०। (११) ५० सें० मी०। (१२) १२ सें० मी०। (१३) १७·३२ मीटर। (१४) ५० मीटर। (१५) १७ सें० मी०। (१६) ९८४१·२५ व० मीटर लगभग। (१७) ९६ वर्ग सें० मी०, ३० वर्ग सें० मी०। (१८) २४०० वर्ग मी०; २६०० वर्ग मीटर; १८०० वर्ग मीटर; ३२०० वर्ग मीटर। (१९) ६३७ सें० मी०; २४५ सें० मी०।

प्रश्नमाला १७७

(१) २ मीटर। (२) ११०१८ वर्ग सें० मी०। (३) रु० [illegible] मी०।
(४) ८०० वर्ग सें० मी०। (५) ५ मीटर, $४\frac{४}{५}$ मीटर। (६ [illegible] रु० [illegible]० मी०।
(७) ७८० वर्ग सें० मी०। (८) ३८४ वर्ग सें० मी०। (९ [illegible] ६·८० एअर।
(१०) १६३५ वर्ग सें० मी० लगभग। (११) २३ सें० मी०, २७ सें० मी०।

प्रश्नमाला १७८

(१) २८ सें० मी०। (२) १४ मीटर। ([illegible]) ५२·५ मीटर।
(४) २८ मीटर। (५) १७६० वर्ग मीटर [illegible] (६) ७ मीटर।
(७) ·०१३२ किलो मीटर। (८) १३·२ किलो मीटर। (९) ६६०० रु०।
(१०) $२१०५\frac{५}{७}$ सें० मी०।

परिशिष्ट २

(१) $\frac{१}{२१६}$। (२) $\frac{७}{१३०}$। (३) ·०१। (४) ७।
(५) ४। (६) ·१२५। (७) १२। (८) २।
(९) $\frac{१}{२४०}$। (१०) $\frac{५}{६}$। (११) १। (१२) $\frac{५}{७}$।
(१३) $१\frac{२}{७}$। (१४) $१\frac{३}{१६}$। (१५) $\frac{७}{३६}$। (१६) $\frac{३९}{१००}$।
(१७) १। (१८) $\frac{१४३}{३१५}$। (१९) १। (२०) $\frac{७}{१३}$।

परिशिष्ट ३

(१) ३१, १७, ४३। (२) (३३०, ११); (२२, १६५); (३३, ११०); (५५, ६६)।
(३) (१०, ९०); (३०, ७०)। (४) १०२, ११४०। (५) ९८४, १०२५।
(६) (१८, २१६०); (५४, ७२०); (९०, ४३२); (१४४, २७०)।
(७) (१४४, २७०)। (८) ५५१। (९) ९९६०, १०७९।
(१०) १३, ८। (११) २३४, २७३। (१२) ३३। (१३) २०। (१४) ऐसी संख्याओं के कोई भी जोड़े। (१५) २५६; १२८। (१६) ६।
(१७) ८१, २७। (१८) १६। (१९) ५४०, ६३०। (२०) ८।
(२१) ४२७, ४८७। (२२) ११। (२३) ३६०४। (२४) १४८४६।
(२५) १०२९५८। (२६) ८४१। (२७) ३००।
(२८) ५, ६, ९; २ रु० ५० पै०। (२९) (२७, ५४०); (१०८, १३५)।
(३०) ११०, २२९९।

—:o:—